Министерство образования и науки Российской Федерации

**Нижнекамский химико-технологический институт (филиал)**

федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования

«Казанский национальный исследовательский технологический университет»

**Л.А. Амаева, Л.Р. Вотякова**

**ИНФОРМАТИКА**

**ЛАБОРАТОРНЫЙ ПРАКТИКУМ**

**Часть I**

**Нижнекамск**

**2016**

**УДК 004.9+007**

**А 61**

Печатается по решению редакционно-издательского совета НХТИ ФГБОУ ВО «КНИТУ».

**Рецензенты:**

**Саримов Н.Н.,** кандидат физико-математических наук;

**Лежнева Н.В.,** кандидат технических наук.

**Амаева, Л.А.**

**А 61** Информатика. Часть 1 : лабораторный практикум / Л.А. Амаева, Л.Р. Вотякова. – Нижнекамск : НХТИ ФГБОУ ВО «КНИТУ», 2016. – 84 с.

Лабораторный практикум включает следующие разделы: теоретические основы информатики; системы счисления; логические основы ЭВМ. В нем приведены различные варианты заданий для выполнения лабораторного практикума по курсу «Информатика», а также примеры выполнения этих заданий.

Лабораторный практикум рекомендуются для использования в курсе «Информатика» для студентов по направлениям 18.03.01 Химическая технология, 15.03.02 Технологические машины и оборудование, 18.03.02 Энерго- и ресурсосберегающие процессы в химической технологии, нефтехимии и биотехнологии, 20.03.01 Техносферная безопасность, 15.03.04 Автоматизация технологических процессов и производств, 09.03.01 Информатика и вычислительная техника, 13.03.01 Теплоэнергетика и теплотехника, 13.03.02 Электроэнергетика и электротехника, 38.03.03 Управление персоналом.

Лабораторный практикум подготовлен на кафедре информационных систем и технологий Нижнекамского химико-технологического института Казанского национального исследовательского технологического университета.

**УДК 004.9+007**

© Амаева Л.А., Вотякова Л.Р., 2016

© НХТИ ФГБОУ ВО «КНИТУ», 2016

# ОГЛАВЛЕНИЕ

[ВВЕДЕНИЕ 4](#_Toc462842708)

[Лабораторная работа №1 5](#_Toc462842709)

[*Измерение количества информации. Кодирование информации* 5](#_Toc462842710)

[Лабораторная работа №2 32](#_Toc462842711)

[*Перевод чисел из одной позиционной системы счисления* 32](#_Toc462842712)

[*в другую* 32](#_Toc462842713)

[Лабораторная работа №3 40](#_Toc462842714)

[*Двоичная арифметика* 40](#_Toc462842715)

[Лабораторная работа №4 44](#_Toc462842716)

[*Основы машинной арифметики* 44](#_Toc462842717)

[Лабораторная работа №5 51](#_Toc462842718)

[*Представление вещественных чисел в памяти компьютера. Арифметические операции над числами с плавающей запятой* 51](#_Toc462842719)

[Лабораторная работа №6 63](#_Toc462842720)

[*Логические операции, равносильность формул* 63](#_Toc462842721)

[Лабораторная работа №7 70](#_Toc462842722)

[*Приложения алгебры логики* 70](#_Toc462842723)

[СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ 83](#_Toc462842724)

# ВВЕДЕНИЕ

Для того чтобы получить возможность работы с данными различных видов, необходимо унифицировать форму их представления, а это можно сделать с помощью *кодирования.* Подготовка данных для обработки на компьютере (представление данных) в информатике имеет свою специфику, связанную с электроникой. Предполагается, что данные находятся в некоторых ячейках, представляющих упорядоченную совокупность из двоичных разрядов, а каждый разряд может временно содержать одно из состояний – 0 или 1. Тогда группой из двух двоичных разрядов (двух бит) можно закодировать 22 = 4 различные комбинации кодов (00 01 10 11); аналогично три бита дадут 23 = 8 комбинаций, 8 бит, или 1 байт, – 2s = 256 и т.д.

Итак, внутренняя азбука компьютера очень бедна, содержит всего два символа: 0, 1, и возникает проблема представления всего многообразия типов данных – чисел, текстов, звуков, графических изображений, видео и др. – только этими двумя символами с целью дальнейшей обработки средствами вычислительной техники.

Вместе с тем, информатика опирается на спектр разделов такой фундаментальной науки, как математика. Наиболее важное прикладное значение для информатики имеют булева алгебра, используемая в разработке алгоритмов программ и синтезе цифровых устройств, теория множеств и теория графов, используемые в описании различных структур.

# Лабораторная работа №1

# Измерение количества информации.

# Кодирование информации

***Цель работы.*** *Изучение основных подходов к измерению информации.*

Минимальную порциюинформации о каком-либо свойстве объекта принято называть битом (binary digit – двоичная цифра). **Бит** – единица измерения информации, представляющая собой выбор из двух равновозможных вариантов. Бит представляет собой обозначение одного двоичного разряда, способного, в зависимости от сделанного выбора, принимать значение 1 или 0.

Таблица степеней двойки показывает, сколько комбинаций можно закодировать с помощью некоторого количествабит:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Количество бит** | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| **Количество комбинаций** | 2 | 4 | 8 | 16 | 32 | 64 | 128 | 256 | 512 | 1024 |

Байт – единица измерения информации, представляющая собой последовательность, состоящую из 8 бит:1 байт = 23бит = 8 бит.

Каждый бит имеет определенное место внутри байта, которое называется разрядом. Разряды принято нумеровать справа налево. Например, третий бит в байте на самом деле находится в пятом разряде байта.

Для измерения больших объемов информации принято использовать производные единицы измерения, представленные в таблице:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Название | Степень | Условное обозначение |
| Килобайт | 210(1024 байт) | Кбайт, KB |
| Мегабайт | 220(1024 Кбайт) | Мбайт, MB |
| Гигабайт | 230(1024 Мбайт) | Гбайт, GB |
| Терабайт | 240(1024 Гбайт) | Тбайт, TB |
| Петабайт | 250(1024 Тбайт) | Пбайт, PB |
| Эксабайт | 260(1024 Пбайт) | Эбайт, EB |
| Зеттабайт | 270(1024 Эбайт) | Збайт, ZB |
| Йоттабайт | 280(1024 Збайт) | Йбайт, YB |

С точки зрения на информацию, как на снятую неопределённость, количество информации в сообщении о каком-то событии зависит от вероятности совершения данного события.

**Задание 1**

Определить сколько бит информации несет сообщение

**Методические указания.**

Научный подход к оценке сообщений был предложен еще в 1928 году Р. Хартли. Расчетная формула Хартли для равновероятностных событий имеет вид: I = log2 N   или   2I = N,

где N - количество *равновероятных* событий (число возможных выборов),

I - количество информации.

Если N = 2 (выбор из двух возможностей), то I = 1 бит.

Модифицированная формула Хартли для **неравновероятностных событий.** Так как наступление каждого из N возможных событий имеет одинаковую вероятность **p = 1/N**, то **N = 1/p** и формула имеет вид

**I = log2N= log2 (1/p) = - log2 p**

Количественная зависимость между вероятностью события (p) и количеством информации в сообщении о нем (I) выражается формулой:

**I = log2(1/p)**

Вероятность события вычисляется по формуле  **p=K/N**, K – величина, показывающая, сколько раз произошло интересующее нас событие; N – общее число возможных исходов, событий. Если вероятность уменьшается, то количество информации увеличивается.

**Примеры.**

1. Сколько бит информации несет сообщение о том, что поезд прибывает на один из 8 путей?

Решение.

Формула Хартли: **I = log2N**,

где N – число равновероятностных исходов события, о    котором речь идет в сообщении,

I  – количество информации в сообщении.

I = log28 =  3(бит)

Ответ: 3 бита.

2. В классе 30 человек. За контрольную работу по математике получено 6 пятерок, 15 четверок, 8 троек и 1 двойка. Сколько бит информации несет сообщение о том, что Иванов получил четверку?

Решение.

Количественная зависимость между вероятностью события (p) и количество информации сообщения о нем (I): **I = log2 (1/p) = - log2 p**

Вероятность события  p= 15/30

Количество информации в сообщении I=log2(30/15)=log22=1.

Ответ:1 бит.

3. При регистрации в компьютерной системе каждому пользователю выдаётся идентификатор, состоящий из 8 символов, первый и последний из которых – одна из 18 букв, а остальные – цифры (допускается использование 10 десятичных цифр). Каждый такой идентификатор в компьютерной программе записывается минимально возможным и одинаковым целым количеством байт (при этом используют посимвольное кодирование; все цифры кодируются одинаковым и минимально возможным количеством бит, все буквы также кодируются одинаковым и минимально возможным количеством бит). Определите объём памяти, отводимый этой программой для записи 500 паролей.

Решение.

Рассмотрим отдельно буквенную и цифровую часть идентификатора.

 Согласно условию, в пароле могут быть использованы 18 букв. Известно, что с помощью N бит можно закодировать 2N различных вариантов. Поскольку 24 < 18 < 25, то для записи каждой из 18 букв необходимо 5 бит.

 Аналогично для цифр 23 < 10 < 24 для записи каждой из 10 цифр необходимо 4 бита.

 Для хранения всех 8 символов идентификатора нужно 5·2 + 4·6 = 34 бита, а т. к. для записи используется целое число байт, то берём ближайшее не меньшее значение, кратное восьми: это число 40 = 5·8 бит (5 байт).

Тогда 500 паролей занимают 5·500 = 2500 байт.

Ответ: 2500 байт

4. В некоторой стране автомобильный номер длиной 7 символов составляется из заглавных букв (всего используется 26 букв) и десятичных цифр в любом порядке. Каждый символ кодируется одинаковым и минимально возможным количеством бит, а каждый номер – одинаковым и минимально возможным количеством байт. Определите объем памяти, необходимый для хранения 20 автомобильных номеров.

Решение.

Алфавит состоит из 26+10=36 символов. Так как количество байт и бит должно быть одинаковым, у нас нет возможности кодировать числа и буквы по-разному.

Известно, что с помощью N бит можно закодировать 2N различных символов. Поскольку 25 < 36 < 26, то для записи каждого из 36 символов необходимо 6 бит. Для хранения всех 7 символов номера нужно 6\*7 = 42 бит, а т.к. для записи используется целое число байт, то берём ближайшее не меньшее значение, кратное восьми, это число 48 = 6 \* 8 бит (6 байт). Тогда 20 номеров занимают 6 \* 20 = 120 байт.

Ответ: 120 байт.

**Задание 2**

Определить объем видеопамяти необходим для хранения графического изображения.

**Методические указания.**

**Видеопамять -** это специальная оперативная память, в которой формируется графическое изображение. Иными словами для получения на экране монитора картинки её надо где-то хранить. Для этого и существует видеопамять.

**Объем видеопамяти** рассчитывается по формуле: **V=I***·***X***·***Y, где I** – глубина цвета отдельной точки, **X, Y –** размеры экрана по горизонтали и по вертикали (произведение х на у – разрешающая способность экрана).

Экран дисплея может работать в двух основных режимах: **текстовом** и **графическом**.

В **графическом режиме** экран разделяется на отдельные светящиеся точки, количество которых зависит от типа дисплея, например 640 по горизонтали и 480 по вертикали.  Светящиеся точки на экране обычно называют **пикселями**, их цвет и яркость может меняться. Именно в графическом режиме появляются на экране компьютера все сложные графические изображения, создаваемыми специальными программами, которые управляют параметрами каждого пикселя экрана. Графические режимы характеризуются такими показателями как:

- **разрешающая способность** (количество точек, с помощью которых на экране воспроизводится изображение)  – типичные в настоящее время уровни разрешения 800\*600 точек или 1024\*768 точек; однако для мониторов с большой диагональю может использоваться разрешение 1152\*864 точки.

- **глубина цвета** (количество бит, используемых для кодирования цвета точки), например, 8, 16, 24, 32 бита. Каждый цвет можно рассматривать как возможное состояние точки, тогда количество цветов, отображаемых на экране монитора может быть вычислено по формуле **K=2I**, где **K** – количество цветов, **I** – глубина цвета или битовая глубина.

- **палитра** (количество цветов, которые используются для воспроизведения изображения), например 4 цвета, 16 цветов, 256 цветов, 256 оттенков серого цвета, 216 цветов в режиме, называемом High color или 224  , 232  цветов в режиме True color.

**Примеры**

1. Черно-белое (без градаций серого) растровое графическое изображение имеет размер 10 ×10 точек. Какой объем памяти займет это изображение?

Решение.

1. Количество точек – 100.
2. Так как всего 2 цвета черный и белый, то глубина цвета равна I= 1 (21 =2).
3. Объем видеопамяти равен 100*·*1=100 бит.

Ответ: 100 бит.

2. Для хранения растрового изображения размером 128 x 128 пикселей отвели 4 КБ памяти. Каково максимально возможное число цветов в палитре изображения.

Решение.

1. Определим количество точек изображения. 128*\**128=16384 точек или пикселей.
2. Объем памяти на изображение 4 Кб выразим в битах, так как V=I*·*X*·*Y вычисляется в битах. 4 Кб=4*·*1024=4 096 байт = 4096*·*8 бит =32768 бит.
3. Найдем глубину цвета I =V/(X*·*Y)=32768:16384=2
4. N=2I , где N – число цветов в палитре. N=4.

Ответ: 4.

3. Какой объем видеопамяти необходим для хранения четырех страниц изображения, если битовая глубина равна 24, а разрешающая способность дисплея – 800 х 600 пикселей?

Решение.

1. Найдем объем видеопамяти для одной страницы: 800*·*600*·*24=11520000 бит =1440000 байт =1406,25 Кб ≈1, 37 Мб.
2. 1,37*·*4 =5,48 Мб ≈5,5 Мб для хранения 4 страниц.

Ответ: 5,5 Мб.

4. Определить объем видеопамяти компьютера, который необходим для реализации графического режима монитора High Color с разрешающей способностью 1024 х 768 точек и палитрой цветов из 65536 цветов.

Решение.

1. По формуле K=2I , где K – количество цветов, I – глубина цвета определим глубину цвета. 2I =65536.

Глубина цвета составляет: I = log265 536 = 16 бит.

2.Количество точек изображения равно: 1024×768 = 786 432.

3. Требуемый объем видеопамяти равен: 16 бит × 786 432 =  12 582 912 бит = 1572864 байт = 1536 Кб =1,5 Мб.

Ответ: 1,5 Мб.

5. Укажите минимальный объем памяти (в килобайтах), достаточный для хранения любого растрового изображения размером 256 х 256 пикселей, если известно, что в изображении используется палитра из 216 цветов. Саму палитру хранить не нужно.

Решение.

Найдем минимальный объем памяти, необходимый для хранения одного пикселя. В изображении используется палитра из **216** цветов, следовательно, одному пикселю может быть сопоставлен любой из **216** возможных номеровцвета в палитре. Поэтому, минимальный объем памяти, для одного пикселя будет равен log2 216 =16 битам. Минимальный объем памяти, достаточный для хранения всего изображения будет равен 16\*256\*256 =24 \* 28 \* 28 =220 бит=220 : 23 =217 байт = 217 : 210 =27 Кбайт =128 Кбайт.

Ответ: 128 Кбайт.

6. Современный монитор позволяет получать на экране 16777216 различных цветов. Сколько бит памяти занимает 1 пиксель?

Решение.

Один пиксель кодируется комбинацией двух знаков «0» и «1». Надо узнать длину кода пикселя.

2х =16777216, log2 16777216 =24 бит.

Ответ: 24 бит.

7. Страница видеопамяти составляет 16000 байтов. Дисплей работает в режиме 320\*400 пикселей. Сколько цветов в палитре?

Решение.

**1.** V=I*·*X*·*Y – объем одной страницы, V=16000 байт = 128000 бит по условию. Найдем глубину цвета I.

I=V/(X*·*Y).

I= 128000 / (320\*400)=1.

**2.** Определим теперь, сколько цветов в палитре. K**=2I ,** где **K** – количество цветов, **I** – глубина цвета**. K=2.**

Ответ: 2 цвета.

8. Сканируется цветное изображение размером 10×10 см. Разрешающая способность сканера 600 dpi и глубина цвета 32 бита. Какой информационный объем будет иметь полученный графический файл.

Решение.

**1.** Разрешающая способность сканера 600 dpi (dot per inch – точек на дюйм) означает, что на отрезке длиной 1 дюйм сканер способен различить 600 точек. Переведем разрешающую способность сканера из точек на дюйм в точки на сантиметр:

600 dpi : 2,54 ≈ 236 точек/см (1 дюйм = 2.54 см).

**2.** Следовательно, размер изображения в точках составит 2360×2360 точек (умножили на 10 см).

**3.** Общее количество точек изображения равно:

2360×2360 = 5 569 600.

**4.** Информационный объем файла равен:

32 бит × 5569600 = 178 227 200 бит ≈ 21 Мбайт.

Ответ: 21 Мбайт.

Пример 9. Объем страницы видеопамяти – 125 Кбайт. Монитор работает с 16 цветной палитрой. Какова разрешающая способность экрана.

Решение.

1. Так как глубина цвета равна 4 (24 =16),то имеем V=4*·*X*·*Y.
2. В формуле объема видеопамяти объем выражен в битах, а в условии задачи дан в Кбайтах, поэтому обе части равенства надо представить в байтах:

125*·*1024=(X*·*Y*·*4)/8 (делим справа на 8 - переводим в байты, умножаем слева на 1024 –переводим в байты).

**3.** Далее решаем уравнение: 4*·*X*·*Y = 125*·*1024*·*8

X*·*Y = 125*·*1024*·*2=250*·*1024=256000.

**4.** Наиболее часто в паре разрешающей способности экрана встречается число 640, например 640*·*200, 640*·*400, 640*·*800. Попробуем разделить полученное число на 640

256000:640=400.

Ответ: Разрешающая способность экрана равна 640·400.

Пример 10. Запишите код красного цвета в двоичном, шестнадцатеричном и десятичном представлении.

Решение.

Красный цвет соответствует максимальному значению интенсивности красного цвета и минимальным значениям интенсивностей зеленого и синего базовых цветов**,** что соответствует следующим данным:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Коды/Цвета | Красный | Зеленый | Синий |
| двоичный | 11111111 | 00000000 | 00000000 |
| шестнадцатеричный | FF | 00 | 00 |
| десятичный | 256 | 0 | 0 |

11. Сколько цветов будет использоваться, если для каждого цвета пикселя взято 2 уровня градации яркости? 64 уровня яркости каждого цвета?

Решение.

1. Всего для каждого пикселя используется набор из трех цветов (красный, зеленый, синий) со своими уровнями яркости (0-горит, 1-не горит). Значит, K=23 =8 цветов.

2. 643 =262144.

Ответ: 8; 262 144 цвета.

**Задание 3**

**Определить объем звукового файла**

**Методические указания**

**Временная дискретизация – процесс, при котором, во время кодирования непрерывного звукового сигнала, звуковая волна разбивается на отдельные маленькие временные участки, причем для каждого такого участка устанавливается определенная величина амплитуды. Чем больше амплитуда сигнала, тем громче звук.**

**Глубина звука (глубина кодирования) - количество бит на кодировку звука.**

**Уровни громкости (уровни сигнала) - звук может иметь различные уровни громкости. Количество различных уровней громкости рассчитываем по формуле N= 2I  где I – глубина звука.**

**Частота дискретизации – количество измерений уровня входного сигнала в единицу времени (за 1 сек). Чем больше частота дискретизации, тем точнее процедура двоичного кодирования. Частота измеряется в герцах (Гц). 1 измерение за 1 секунду – 1 Гц.**

**1000 измерений за 1 секунду 1 кГц. Обозначим частоту дискретизации буквой D.**

Считается, что диапазон частот, которые слышит человек, составляет от **20 Гц до 20 кГц**.

**Качество двоичного кодирования – величина, которая определяется глубиной кодирования и частотой дискретизации.**

**Аудиоадаптер (звуковая плата) – устройство, преобразующее электрические колебания звуковой частоты в числовой двоичный код при вводе звука и обратно (из числового кода в электрические колебания) при воспроизведении звука.**

**Характеристики аудиоадаптера: частота дискретизации и разрядность регистра.**

**Разрядность регистра – число бит в регистре аудиоадаптера. Чем больше разрядность, тем меньше погрешность каждого отдельного преобразования величины электрического тока в число и обратно. Если разрядность равна I, то при измерении входного сигнала может быть получено 2I =N различных значений.**

**Размер цифрового моноаудиофайла (A) измеряется по формуле:**

**, где D –частота дискретизации (Гц), T – время звучания или записи звука, I – глубина кодирования (разрешение). По этой формуле размер измеряется в байтах.**

**Размер цифрового стереоаудиофайла (A) измеряется по формуле:**

**, сигнал записан для двух колонок, так как раздельно кодируются левый и правый каналы звучания.**

**Размер цифрового четырехканального стереоаудиофайла (A) измеряется по формуле:**

**, объем памяти, необходимый для хранения данных одного канала умножается на 4.**

**Примеры**

1. Определить размер (в байтах) цифрового аудиофайла, время звучания которого составляет 10 секунд при частоте дискретизации 22,05 кГц и разрешении 8 бит. Файл сжатию не подвержен.

**Решение.**

Формула для расчета размера **(в байтах)** цифрового аудио-файла: **.**

**Для перевода в байты полученную величину надо разделить на 8 бит.**

.

**** (байт).

Ответ: размер файла 220500 байт.

2. Определить объем памяти для хранения цифрового аудиофайла, время звучания которого составляет две минуты при частоте дискретизации 44,1 кГц и разрешении 16 бит.

**Решение.**

** – объем памяти для хранения цифрового аудиофайла.**



Ответ: ≈ 10 Мб.

3. Производится двухканальная (стерео) звукозапись с частотой дискретизации 32 кГц и 16-битным разрешением. Запись длится 5 минут, её результаты записываются в файл, сжатие данных не производится. Определите размер полученного файла, выраженного в мегабайтах.

Решение.

Так как частота дискретизации 32 кГц, то за одну секунду запоминается 32 000 значений сигнала.

 Глубина кодирования 16 бита, т. е. 2 байта. Т. к. запись двухканальная, объём памяти, необходимый для хранения данных одного канала, умножается на 2. Чтобы найти размер полученного файла, необходимо умножить время, в течение которого проводилась запись на глубину кодирования и на частоту дискретизации:

 300 · 2 · 2 · 32 000 = 38 400 000 байт = 36,6 Мбайт.

Ответ: 36,6 Мбайт.

4. В течение двух минут производилась четырёхканальная (квадро) звукозапись с частотой дискретизации 24 кГц и 16-битным разрешением. Определите размер полученного файла, выраженного в мегабайтах.

Решение.

Так как частота дискретизации 24 кГц, то за одну секунду запоминается 24 000 значений сигнала.

Глубина кодирования – 16 бит = 2 байта, время записи 2 минуты или 120 секунд. Т.к. запись четырёхканальная, то объём памяти, необходимый для хранения данных одного канала, умножается на 4, поэтому для хранения информации о такой записи потребуется 24000 · 2 · 120 · 4 = 2304 0000 байт или 21,97 Мб, что близко к 22 Мб.

Ответ: 22 Мбайт.

5. Объем свободной памяти на диске – 5,25 Мб, разрядность звуковой платы – 16. Какова длительность звучания цифрового аудиофайла, записанного с частотой дискретизации 22,05 кГц?

**Решение.**

Формула для расчета длительности звучания: T=A/D/I

(объем памяти в байтах) : (частота дискретизации в Гц) : (разрядность звуковой платы в байтах):

5,25 Мбайт = 5505024 байт.

Т=5505024 байт: 22050 Гц : 2 байта = 124,8 сек.

Ответ: 124,8 секунды.

6. Оцените информационный объем стереоаудиофайла длительностью звучания 1 минута, если «глубина» кодирования 16 бит, а частота дискретизации 48 кГц.

**Решение.**

Информационный объем звукового файла длительностью в 1 секунду равен:

16 бит ·  48 000 ·  2 = 1 536 000 бит = 187,5 Кбайт (умножили на 2, так как стерео).

Информационный объем звукового файла длительностью 1 минута равен:   
187,5 Кбайт/с ·  60 с ≈ 11 Мбайт.

Ответ: 11 Мб.

7. Проводилась одноканальная (моно) звукозапись с частотой дискретизации 16 кГц и 32-битным разрешением. В результате был получен файл размером 20 Мбайт, сжатие данных не производилось. Определите временя, в течение которого проводилась запись.

Решение.

Так как частота дискретизации 16 кГц, то за одну секунду запоминается 16000 значений сигнала.

Глубина кодирования – 32 бита = 4 байта, размер файла 20 Мб = 20971520 байт. Время записи определится следующим образом: Т = 20971520 / (16000 ·  4) = 328 секунд или 5,5 минут, что близко к 5 минутам.

Ответ: 5,5 мин.

8. Производится двухканальная (стерео) звукозапись с частотой дискретизации 48 кГц и 32-битным разрешением, результаты записываются в файл, сжатие данных не используется. Размер файла с записью не может превышать 16 Мбайт. Определите продолжительность записи в секундах.

Решение.

Так как частота дискретизации 48 кГц, то за одну секунду запоминается 48 000 значений сигнала.

Глубина кодирования 32 бит, т. е. 4 байта. Поскольку запись двухканальная, объём памяти, необходимый для хранения данных одного канала, умножается на 2, поэтому, так как размер файла не может превышать 16 Мбайт, один канал занимает 8 Мбайт или 8·220 байт. Чтобы найти максимально возможную продолжительность записи, необходимо разделить найденный информационный объем на глубину кодирования и на частоту дискретизации:

сек

Ответ: 43,69 сек.

9. Производилась четырёхканальная (квадро) звукозапись с частотой дискретизации 32 кГц и 24-битным разрешением. В результате был получен файл размером 20 Мбайт, сжатие данных не производилось. Определите время, в течение которого проводилась запись, в секундах.

Решение.

Так как частота дискретизации 32 кГц, то за одну секунду запоминается 32 000 значений сигнала.

 Глубина кодирования 24 бита, т. е. 3 байта. Т. к. запись четырёхканальная, объём памяти, необходимый для хранения данных одного канала, умножается на 4, поэтому, так как потребовалось 20 Мбайт, один канал занимает 5 Мбайт или 5·220 байт. Чтобы найти время, в течение которого проводилась запись, необходимо разделить найденный информационный объем на глубину кодирования и на частоту дискретизации:

сек.

Тем самым, время записи примерно равно 1 минуте.

Ответ: 1 минута.

# Задания для самостоятельной работы

**Вариант 1**

1. Студенты группы изучают один из трех языков: английский, немецкий или французский. Причем 12 студентов не учат английский. Сообщение, что случайно выбранный студент Петров изучает английский, несет log23 бит информации, а что Иванов изучает французский – 1 бит. Сколько студентов изучают немецкий язык?
2. В некоторой стране автомобильный номер длиной 7 символов составляют из заглавных букв (задействовано 30 различных букв) и десятичных цифр в любом порядке. Каждый такой номер в компьютерной программе записывается минимально возможным и одинаковым целым количеством байт (при этом используют посимвольное кодирование и все символы кодируются одинаковым и минимально возможным количеством бит). Определите объем памяти, отводимый этой программой для записи 40 номеров.
3. Производится одноканальная (моно) звукозапись с частотой дискретизации 48 кГц и глубиной кодирования 16 бит. Запись длится 2 минуты, ее результаты записываются в файл, сжатие данных не производится. Определите размер полученного файла, выраженного в мегабайтах.
4. Проводилась одноканальная (моно) звукозапись с частотой дискретизации 16 кГц и 32-битным разрешением. В результате был получен файл размером 20 Мбайт, сжатие данных не производилось. Определите приблизительно, сколько минут производилась запись. В качестве ответа укажите ближайшее к времени записи целое число минут.
5. Для хранения изображения размером точек выделено128×128 4 Кбайт памяти. Определите, какое максимальное число цветов в палитре.

**Вариант 2**

1. В колоде содержится 32 карты. Из колоды случайным образом вытянули туза, потом его положили обратно и перетасовали колоду. После этого из колоды опять вытянули этого же туза. Какое количество бит информации в сумме содержат эти два сообщения?
2. В марафоне участвуют 12 спортсменов. Специальное устройство регистрирует прохождение финиша, записывая его номер с использованием минимально возможного количества бит, одинакового для каждого бегуна. Каков информационный объем сообщения, записанного устройством, после того как финиш пересекли 2/3 спортсменов?
3. Производится одноканальная (моно) звукозапись с частотой дискретизации 22 кГц и глубиной кодирования 16 бит. Запись длится 2 минуты, ее результаты записываются в файл, сжатие данных не производится. Определите размер полученного файла, выраженного в мегабайтах.
4. Производилась четырехканальная (квадро) звукозапись с частотой дискретизации 24 кГц и 16-битным разрешением. В результате был получен файл размером 1800 Мбайт, сжатие данных не производилось. Определите приблизительно, сколько минут производилась запись. В качестве ответа укажите ближайшее к времени записи целое число минут.
5. 16-цветный рисунок содержит 500 байт информации. Из скольких точек он состоит?

**Вариант 3**

1. В колоде содержится 32 карты. Из нее наугад взяли 2 карты. Какое количество информации несет сообщение о том, что выбраны туз и король одной масти?
2. 131 спортсмен участвовал в соревнованиях по толканию ядра. Все результаты записывались специальным автоматическим устройством с помощью минимально возможного количества бит, одинакового для всех спортсменов. Каков информационный объем сообщения, если известно, что наилучшим результатом было 37 метров?
3. Производится одноканальная (моно) звукозапись с частотой дискретизации 11 кГц и глубиной кодирования 24 бита. Запись длится 7 минут, ее результаты записываются в файл, сжатие данных не производится. Определите размер полученного файла, выраженного в мегабайтах.
4. Музыкальный фрагмент был записан в формате моно, оцифрован и сохранён в виде файла без использования сжатия данных. Размер полученного файла – 24 Мбайт. Затем тот же музыкальный фрагмент был записан повторно в формате стерео (двухканальная запись) и оцифрован с разрешением в 4 раза выше и частотой дискретизации в 1,5 раза меньше, чем в первый раз. Сжатие данных не производилось. Укажите размер файла в Мбайт, полученного при повторной записи. В ответе запишите только целое число, единицу измерения писать не нужно.
5. Определить требуемый объем (в мегабайтах) видеопамяти для реализации графического режима монитора с разрешающей способностью 1024×768 пикселей при количестве отображаемых цветов 4294967296.

**Вариант 4**

1. В составе 16 вагонов, среди которых К – купейные, П – плацкартные и СВ – спальные. Сообщение о том, что ваш друг приезжает в СВ несет 3 бита информации. Определите, сколько в поезде вагонов СВ.
2. ЕГЭ сдавали 64 ученика. Максимальный бал, который можно было получить во время экзамена – 100. Набранный балл (число, а не цифра) каждого ученика был закодирован с использованием двоичного кода минимально возможным количеством бит, равных для всех. Определите информационный объем сообщения, содержащего набранные баллы каждого ученика.
3. Производится одноканальная (моно) звукозапись с частотой дискретизации 16 кГц и 32-битным разрешением. Запись длится 8 минут, ее результаты записываются в файл, сжатие данных не производится. Определите размер полученного файла, выраженного в мегабайтах.
4. Производилась двухканальная (стерео) звукозапись с частотой дискретизации 64 кГц и 32-битным разрешением. В результате был получен файл размером 60 Мбайт, сжатие данных не производилось. Определите приблизительно, сколько времени (в минутах) проводилась запись? В качестве ответа укажите ближайшее к времени записи целое число.
5. Определить объем видеопамяти в Кбайтах для графического файла размером 480×1240 пикселей и глубиной цвета 16 бит.

**Вариант 5**

1. Ученики класса, состоящего из 21 человека, изучают немецкий или французский языки. Сообщение о том, что ученик A изучает немецкий язык, несет log23 бит информации. Сколько человек изучают французский язык?
2. В некоторой стране автомобильный номер длиной 10 символов составляют из заглавных букв (задействовано 19 различных букв) и десятичных цифр в любом порядке. Каждый такой номер в компьютерной программе записывается минимально возможным и одинаковым целым количеством байт (при этом используют посимвольное кодирование и все символы кодируются одинаковым и минимально возможным количеством бит). Определите объем памяти, отводимый этой программой для записи 40 номеров.
3. Производится одноканальная (моно) звукозапись с частотой дискретизации 16 кГц и 32-битным разрешением. Запись длится 4 минуты, ее результаты записываются в файл, сжатие данных не производится. Определите размер полученного файла, выраженного в мегабайтах.
4. Производилась двухканальная (стерео) звукозапись с частотой дискретизации 64 кГц и 16-битным разрешением. В результате был получен файл размером 60 Мбайт, сжатие данных не производилось. Определите приблизительно, сколько времени (в минутах) проводилась запись? В качестве ответа укажите ближайшее к времени записи целое число.
5. Определить объем видеопамяти в Килобайтах для графического файла размером 480×640 пикселей и палитрой из 32 цветов.

**Вариант 6**

1. В коробке лежали 64 фломастера. Все фломастеры - разных цветов. Какое количество информации содержит сообщение о том, что из неё достали красный фломастер?
2. При регистрации в компьютерной системе каждому пользователю выдается пароль, состоящий из 9 символов и содержащий только символы A, B, C, D. E, F. Каждый такой пароль в компьютерной программе записывается минимально возможным и одинаковым целым количеством байт (при этом используют посимвольное кодирование и все символы кодируются одинаковым и минимально возможным количеством бит). Определите объем памяти, отводимый этой программой для записи 50 паролей
3. Производится одноканальная (моно) звукозапись с частотой дискретизации 44,1 кГц и глубиной кодирования 16 бита. Запись длится 2 минуты, ее результаты записываются в файл, сжатие данных не производится. Определите размер полученного файла, выраженного в мегабайтах.
4. Проводилась одноканальная (моно) звукозапись с частотой дискретизации 16 кГц и 32-битным разрешением. В результате был получен файл размером 1 Мбайт, сжатие данных не производилось. Определите приблизительно, сколько минут производилась запись. В качестве ответа укажите ближайшее к времени записи целое число секунд.
5. После преобразования графического изображения количество цветов уменьшилось с 256 до 32. Во сколько раз уменьшился объем занимаемой им памяти?

**Вариант 7**

1. В доме 16 этажей. На каждом этаже по несколько квартир. Сообщение о том, что Саша живет в квартире №40, содержит 6 бит информации. Сколько квартир на каждом этаже?
2. При регистрации в компьютерной системе, используемой при проведении командной олимпиады, каждому ученику выдается уникальный идентификатор - целое число от 1 до 1000. Для хранения каждого идентификатора ученика используется одинаковое и минимально возможное количество бит. В каждой команде участвует 4 ученика. Идентификатор команды состоит из последовательно записанных идентификаторов учеников и 12 дополнительных бит. Для записи каждого идентификатора команды система использует одинаковое и минимально возможное количество байт. Сколько байт должна отвести система для записи идентификаторов 20 команд?
3. Производится одноканальная (моно) звукозапись с частотой дискретизации 8 кГц и глубиной кодирования 16 бита. Запись длится 2 минуты, ее результаты записываются в файл, сжатие данных не производится. Определите размер полученного файла, выраженного в мегабайтах.
4. Проводилась одноканальная (моно) звукозапись с частотой дискретизации 16 кГц и 24-битным разрешением. В результате был получен файл размером 3 Мбайт, сжатие данных не производилось. Определите приблизительно, сколько минут производилась запись. В качестве ответа укажите ближайшее к времени записи целое число секунд.
5. Цветной сканер имеет разрешение 512×1024 точек на дюйм. Объем памяти, занимаемой просканированным изображением размером 4×2 дюйма, составляет около 8 Мбайт. Какова выраженная в битах глубина представления цвета сканера?

**Вариант 8**

1. В корзине лежат 32 клубка шерсти. Среди них – 4 красных. Сколько информации несет сообщение о том, что достали клубок красной шерсти?
2. Автомобильный номер состоит из нескольких букв (количество букв одинаковое во всех номерах), за которыми следуют три цифры. При этом используются 10 цифр и только 5 букв: Н, О, М, Е и Р. Нужно иметь не менее 100 тысяч различных номеров. Какое наименьшее количество букв должно быть в автомобильном номере?
3. Производится одноканальная (моно) звукозапись с частотой дискретизации 16 кГц и 32-битным разрешением. Запись длится 4 минуты, ее результаты записываются в файл, сжатие данных не производится. Определите размер полученного файла, выраженного в мегабайтах.
4. Проводилась одноканальная (моно) звукозапись с частотой дискретизации 16 кГц и 32-битным разрешением. В результате был получен файл размером 20 Мбайт, сжатие данных не производилось. Определите приблизительно, сколько минут производилась запись. В качестве ответа укажите ближайшее к времени записи целое число минут.
5. Цвет пикселя монитора определяется тремя составляющими: зеленой, синей и красной. Под красную и синюю составляющие отвели по 5 бит. Сколько бит отвели под зеленую составляющую, если растровое изображение размером 8×8 пикселей занимает 128 байт?

**Вариант 9**

1. В коробке лежат 64 цветных карандаша. Сообщение о том, что достали белый карандаш, несет 4 бита информации. Сколько белых карандашей было в корзине?
2. Автомобильный номер состоит из трех букв, за которыми следуют три цифры. При этом используются 10 цифр и только 6 букв: Я, Н, Д, Е, К и С. Для хранения одного номера используется минимально возможное и одинаковое для всех номеров количество бит. Сколько байт памяти потребуется для хранения 400 автомобильных номеров? Номера хранятся без разделителей.
3. Производится одноканальная (моно) звукозапись с частотой дискретизации 48 кГц и 16-битным разрешением. Запись длится 2 минуты, ее результаты записываются в файл, сжатие данных не производится. Определите размер полученного файла, выраженного в мегабайтах
4. Проводилась одноканальная (моно) звукозапись с частотой дискретизации 16 кГц и 24-битным разрешением. В результате был получен файл размером 3 Мбайт, сжатие данных не производилось. Определите приблизительно, сколько минут производилась запись. В качестве ответа укажите ближайшее к времени записи целое число секунд.
5. Цвет пикселя монитора определяется тремя составляющими: зеленой, синей и красной. Под красную и синюю составляющие отвели по 5 бит. Сколько бит отвели под зеленую составляющую, если растровое изображение размером 8×8 пикселей занимает 128 байт?

**Вариант 10**

1. В ящике лежат перчатки (белые и черные). Среди них – 2 пары черных. Сообщение о том, что из ящика достали пару черных перчаток, несет 4 бита информации. Сколько всего пар перчаток было в ящике?
2. При регистрации в компьютерной системе, используемой при проведении командной олимпиады, каждому ученику выдается уникальный идентификатор - целое число от 1 до 1000. Для хранения каждого идентификатора используется одинаковое и минимально возможное количество бит. Идентификатор команды состоит из последовательно записанных идентификаторов учеников и 8 дополнительных бит. Для записи каждого идентификатора команды система использует одинаковое и минимально возможное количество байт. Во всех командах равное количество участников. Сколько участников в каждой команде, если для хранения идентификаторов 20 команд-участниц потребовалось 180 байт?
3. Производится одноканальная (моно) звукозапись с частотой дискретизации 16 кГц и 32-битным разрешением. Запись длится 12 минут, ее результаты записываются в файл, сжатие данных не производится. Определите размер полученного файла, выраженного в мегабайтах.
4. Производится одноканальная (моно) цифровая звукозапись. Значение сигнала фиксируется 48 000 раз в секунду, для записи каждого значения используется 32 бит. Результаты записываются в файл, сжатие данных не производится. Размер файла с записью не может превышать 16 Мбайт. Определите приблизительно, сколько минут производилась запись. В качестве ответа укажите ближайшее к времени записи целое число секунд.
5. После преобразования растрового 256-цветного графического файла в черно-белый двуцветный формат его размер уменьшился на 70 байт. Каков был размер исходного файла в байтах?

**Вариант 11**

1. В классе 30 человек. За контрольную работу по математике получено 6 пятерок, 15 четверок, 8 троек и 1 двойка. Какое количество информации в сообщении о том, что Иванов получил четверку?
2. В велокроссе участвуют 119 спортсменов. Специальное устройство регистрирует прохождение каждым из участников промежуточного финиша, записывая его номер с использованием минимально возможного количества бит, одинакового для каждого спортсмена. Каков информационный объем сообщения, записанного устройством, после того как промежуточный финиш прошли 70 велосипедистов?
3. Производится одноканальная (моно) звукозапись с частотой дискретизации 16 кГц и 32-битным разрешением. Запись длится 11 минут, ее результаты записываются в файл, сжатие данных не производится. Определите размер полученного файла, выраженного в мегабайтах.
4. Производится одноканальная (моно) цифровая звукозапись. Значение сигнала фиксируется 16 000 раз в секунду, для записи каждого значения используется 32 бит. Результаты записываются в файл, сжатие данных не производится. Размер файла с записью не может превышать 3 Мбайт. Определите приблизительно, сколько минут производилась запись. В качестве ответа укажите ближайшее к времени записи целое число секунд.
5. В процессе преобразования растрового графического файла его объем уменьшился в 1,5 раза. Сколько цветов было в палитре первоначально, если после преобразования получено изображение того же разрешения в 256-цветной палитре?

**Вариант 12**

1. Сообщение о том, что ваш друг живет на 6 этаже несет 4 бита информации. Сколько этажей в доме?
2. При регистрации в компьютерной системе каждому пользователю выдаётся пароль, состоящий из 6 символов и содержащий только символы из 7 буквенного набора Н, О, Р, С, Т, У, X. В базе данных для хранения сведений о каждом пользователе отведено одинаковое и минимально возможное целое число байт. При этом используют посимвольное кодирование паролей, все символы кодируются одинаковым и минимально возможным количеством бит. Кроме собственно пароля для каждого пользователя в системе хранятся дополнительные сведения, для чего отведено 10 байт. Определите объём памяти, необходимый для хранения сведений о 100 пользователях
3. Производится одноканальная (моно) звукозапись с частотой дискретизации 128 Гц. При записи использовались 64 уровня дискретизации. Запись длится 6 минут 24 секунд, её результаты записываются в файл, причём каждый сигнал кодируется минимально возможным и одинаковым количеством битов. Определите размер полученного файла, выраженного в мегабайтах.
4. Производилась двухканальная (стерео) звукозапись с частотой дискретизации 16 кГц и 24-битным разрешением. В результате был получен файл размером 60 Мбайт, сжатие данных не производилось. Определите приблизительно, сколько минут производилась запись. В качестве ответа укажите ближайшее к времени записи целое число минут.
5. Фотография размером 10×10 см была отсканирована с разрешением 400dpi при глубине цвета 24 бита. Определите информационную емкость полученного растрового файла в килобайтах. Примечание: принять 1 дюйм = 2,5 см.

**Вариант 13**

1. В колоде содержится 32 карты. Из колоды случайным образом вытянули карту. Сколько информации несет сообщение о том, что вытянутая карта - туз?
2. В бассейне ведется наблюдение за температурой воды. Результатом одного измерения является целое число от +10 до +35 градусов, которое записывается при помощи минимально возможного количества бит. Было сделано 27 измерений. Определите информационный объем всех результатов наблюдения.
3. Производится одноканальная (моно) звукозапись с частотой дискретизации 256 Гц. При записи использовались 128 уровней дискретизации. Запись длится 8 минут, её результаты записываются в файл, причём каждый сигнал кодируется минимально возможным и одинаковым количеством битов. Определите размер полученного файла, выраженного в килобайтах.
4. Производится двухканальная (стерео) звукозапись с частотой дискретизации 16 кГц и 24-битным разрешением, результаты записываются в файл, сжатие данных не используется. Размер файла с записью не может превышать 4 Мбайт. Определите приблизительно, сколько минут производилась запись. В качестве ответа укажите ближайшее к времени записи целое число секунд.
5. Для кодирования цвета фона интернет-страницы используется атрибут <bgcolor=”#XXXXXX”>, где в кавычках задаются шестнадцатеричные значения интенсивности цветовых компонент в 24-битной цветовой модели RGB. Какой цвет будет у страницы, задаваемой тегом <bgcolor=”#FFFF00”>?

**Вариант 14**

1. Какое количество информации несет сообщение о том, что человек живет в первом или втором подъезде, если в доме 16 подъездов?
2. При регистрации в компьютерной системе каждому пользователю выдаётся пароль, состоящий из 15 символов и содержащий только символы из 12-символьного набора: А, В, C, D, Е, F, G, H, K, L, M, N. В базе данных для хранения сведений о каждом пользователе отведено одинаковое и минимально возможное целое число байт. При этом используют посимвольное кодирование паролей, все символы кодируют одинаковым и минимально возможным количеством бит. Кроме собственно пароля, для каждого пользователя в системе хранятся дополнительные сведения, для чего выделено целое число байт; это число одно и то же для всех пользователей. Для хранения сведений о 20 пользователях потребовалось 400 байт. Сколько байт выделено для хранения дополнительных сведений об одном пользователе? В ответе запишите только целое число – количество байт.
3. В течение трех минут производилась четрёхканальная (квадро) звукозапись с частотой дискретизации 16 КГц и 24-битным разрешением. Сжатие данных не производилось. Определите размер полученного файла, выраженного в мегабайтах
4. Производится двухканальная (стерео) звукозапись с частотой дискретизации 16 кГц и 24-битным разрешением, результаты записываются в файл, сжатие данных не используется. Размер файла с записью не может превышать 8 Мбайт. Определите приблизительно, сколько минут производилась запись. В качестве ответа укажите ближайшее к времени записи целое число секунд.
5. В цветовой модели RGB графического редактора Paint.NET установлены следующие десятичные параметры цвета: 127, 127, 127. Какой цвет будет соответствовать этим параметрам?

**Вариант 15**

1. Для передачи сигналов на флоте используются специальные сигнальные флаги, вывешиваемые в одну линию (последовательность важна). Какое количество различных сигналов может передать корабль при помощи трех сигнальных флагов, если на корабле имеются флаги четырех различных видов (флагов каждого вида неограниченное количество)?
2. При регистрации в компьютерной системе каждому пользователю выдаётся пароль, состоящий из 11 символов и содержащий только символы И, К, Л, М, Н. Каждый такой пароль в компьютерной программе записывается минимально возможным и одинаковым целым количеством байт (при этом используют посимвольное кодирование и все символы кодируются одинаковым и минимально возможным количеством бит). Определите объём памяти, отводимый этой программой для записи 60 паролей.
3. В течение одной минуты производилась четырехканальная (квадро) звукозапись с частотой дискретизации 32 кГц и 32-битным разрешением. Сжатие данных не производилось. Определите размер полученного файла, выраженного в мегабайтах.
4. Производится двухканальная (стерео) звукозапись с частотой дискретизации 48кГц и 32-битным разрешением, результаты записываются в файл, сжатие данных не используется. Размер файла с записью не может превышать 16Мбайт. Определите приблизительно, сколько минут производилась запись. В качестве ответа укажите ближайшее к времени записи целое число секунд.
5. Достаточно ли видеопамяти объемом 256 Кбайт для работы монитора в режиме 640 × 480 и палитрой из 16 цветов?

**Вариант 16**

1. Каждый элемент светового табло может гореть одним из 4 цветов. Какое наименьшее количество элементов должно работать, чтобы можно было передать 500 различных сигналов?
2. В велокроссе участвуют 779 спортсменов. Специальное устройство регистрирует прохождение каждым из участников промежуточного финиша, записывая его номер с использованием минимально возможного количества бит, одинакового для каждого спортсмена. Каков информационный объем сообщения (в байтах), записанного устройством, после того как промежуточный финиш прошли 280 велосипедистов?
3. Производится четырёхканальная (квадро) звукозапись с частотой дискретизации 16 кГц и 16-битным разрешением. Запись длится 1 минуту, её результаты записываются в файл, сжатие данных не производится. Определите размер полученного файла, выраженного в мегабайтах.
4. Производится двухканальная (стерео) звукозапись с частотой дискретизации 16кГц и 32-битным разрешением, результаты записываются в файл, сжатие данных не используется. Размер файла с записью не может превышать 3Мбайт. Секунд
5. Каков минимальный объем памяти (в байтах), достаточный для хранения черно-белого растрового изображения размером 32 х 32 пикселя, если известно, что в изображении используется не более 16 градаций серого цвета.

**Вариант 17**

1. В ящике белые и черные шары. Черных среди них 2. Сообщение о том, что достали черный, несет 4 бита информации. Сколько белых шаров в ящике?
2. При регистрации в компьютерной системе каждому пользователю выдается пароль, состоящий из13 символов и содержащий только символы Z, X, C, V, B. Каждый такой пароль в системе записывается минимально возможным и одинаковым целым количеством байт (при этом используют посимвольное кодирование и все символы кодируются одинаковым и минимально возможным количеством бит). Определи объем памяти, отводимый системой для записи 75 паролей.
3. Производится четырёхканальная (квадро) звукозапись с частотой дискретизации 32 кГц и 24-битным разрешением. Запись длится 1 минуту, её результаты записываются в файл, сжатие данных не производится. Определите размер полученного файла, выраженного в мегабайтах.
4. Производится двухканальная (стерео) звукозапись с частотой дискретизации 48кГц и 16-битным разрешением, результаты записываются в файл, сжатие данных не используется. Размер файла с записью не может превышать 2Мбайт. Секунд.
5. Монитор работает с 16 цветной палитрой в режиме 640\*400 пикселей. Для кодирования изображения требуется 1250 Кбайт. Сколько страниц видеопамяти оно занимает?

**Вариант 18**

1. К празднику надували белые и синие шарики. Белых шариков 24. Сообщение о том, что лопнул синий шарик, несет 2 бита информации. Сколько всего надули шариков?
2. При регистрации в компьютерной системе каждому пользователю выдаётся пароль, состоящий из 15 символов и содержащий только символы Ш,К,О,Л,А (таким образом, используется 5 различных символов). Каждый такой пароль в компьютерной системе записывается минимально возможным и одинаковым целым количеством байт (при этом используют посимвольное кодирование и все символы кодируются одинаковым и минимально возможным количеством бит). Определите объём памяти, отводимый этой системой для записи 30 паролей.
3. Производится четырёхканальная (квадро) звукозапись с частотой дискретизации 64 кГц и 32-битным разрешением. Запись длится 1 минуту, её результаты записываются в файл, сжатие данных не производится. Определите размер полученного файла, выраженного в мегабайтах.
4. Производится двухканальная (стерео) звукозапись с частотой дискретизации 48кГц и 32-битным разрешением, результаты записываются в файл, сжатие данных не используется. Размер файла с записью не может превышать 6Мбайт. Определите приблизительно, сколько минут производилась запись. В качестве ответа укажите ближайшее к времени записи целое число секунд.
5. Объем видеопамяти равен 256 Кб. Количество используемых цветов -16. Вычислите варианты разрешающей способности дисплея. При условии, что число страниц изображения может быть равно 1, 2 или 4.

**Вариант 19**

1. В ящике находится 32 теннисных мяча, среди которых есть мячи желтого цвета. Наудачу вынимается один мяч. Сообщение «извлечен мяч НЕ желтого цвета» несет 4 бита информации. Сколько желтых мячей в ящике?
2. При регистрации в компьютерной системе каждому пользователю выдаётся пароль, состоящий из 15 символов и содержащий только символы А, Б, В, Г,Д, Е. Каждый такой пароль в компьютерной программе записывается минимально возможным и одинаковым целым количеством байт, при этом используют посимвольное кодирование и все символы кодируются одинаковым и минимально возможным количеством бит. Определите, сколько байт необходимо для хранения 20 паролей.
3. Производится четырёхканальная (квадро) звукозапись с частотой дискретизации 32 кГц и 16-битным разрешением. Запись длится 1 минуту, её результаты записываются в файл, сжатие данных не производится. Определите размер полученного файла, выраженного в мегабайтах.
4. Производилась четырёхканальная (квадро) звукозапись с частотой дискретизации 16 кГц и 24-битным разрешением. В результате был получен файл размером 48 Мбайт, сжатие данных не производилось. Определите приблизительно, сколько минут производилась запись. В качестве ответа укажите ближайшее к времени записи целое число минут.
5. Какой объем видеопамяти необходим для хранения двух страниц изображения при условии, что разрешающая способность дисплея равна 640 \* 350 пикселей, а количество используемых цветов – 16?

**Вариант 20**

1. Злой экзаменатор никогда не ставит пятерок по информатике. По причине своей зловредности он заранее определил количество отметок каждого вида и произвольно расставил их абитуриентам. Количество информации, содержащееся в сообщении «Абитуриент Иванов не провалился на экзамене», равно log23 бит. Информационный объем сообщения «Абитуриент Сидоров получил тройку» равен двум битам. 22 абитуриента получили двойку или тройку. Найти количество абитуриентов, сдавших информатику.
2. В марафонском забеге участвуют 87 человек. Специальное устройство регистрирует прохождение каждым участником некоторой промежуточной отметки, записывая его номер с использованием минимально возможного количества бит, одинакового для каждого участника. Каков информационный объем сообщения, записанного устройством, если данную промежуточную отметку миновали только 64 из 87 вышедших на старт участников?
3. Производится четырёхканальная (квадро) звукозапись с частотой дискретизации 48 кГц и 24-битным разрешением. Запись длится 1 минуту, её результаты записываются в файл, сжатие данных не производится. Определите размер полученного файла, выраженного в мегабайтах.
4. Производилась четырёхканальная (квадро) звукозапись с частотой дискретизации 32 кГц и 24-битным разрешением. В результате был получен файл размером 20 Мбайт, сжатие данных не производилось. Определите приблизительно, сколько минут производилась запись. В качестве ответа укажите ближайшее к времени записи целое число секунд.
5. Черно-белое изображение имеет 8 градаций яркости. Размер изображения 10\*15 см. Разрешение 300 точек на дюйм (1 дюйм = 2,5 см). Сколько Кбайт памяти требуется для хранения изображения в несжатом виде?

**Вариант 21**

1. Склад сети магазинов Медиамания получил от поставщика партию телевизоров, компьютеров и музыкальных центров. Из них 27 телевизоров. Для проверки качества поступившей аппаратуры товаровед случайным образом выбирает одну из поступивших на склад коробок. Информационный объем сообщения «Для проверки выбран не телевизор» равен 4-log27 бит. Количество информации в сообщении «Для проверки выбран не компьютер» равноlog23-1 бит. Найти количество поступивших на склад компьютеров.
2. В лыжном кроссе участвуют 99 спортсменов. Специальное устройство регистрирует прохождение каждым из участников промежуточного финиша, записывая его номер с использованием минимально возможного количества битов, одинакового для каждого спортсмена. Каков информационный объём сообщения, записанного устройством, после того как промежуточный финиш прошли 70 лыжников?
3. Производится четырёхканальная (квадро) звукозапись с частотой дискретизации 16 кГц и 24-битным разрешением. Запись длится 2 минуты, её результаты записываются в файл, сжатие данных не производится. Определите размер полученного файла, выраженного в мегабайтах.
4. Производилась четырёхканальная (квадро) звукозапись с частотой дискретизации 32 кГц и 32-битным разрешением. В результате был получен файл размером 60 Мбайт, сжатие данных не производилось. Определите приблизительно, сколько минут производилась запись. В качестве ответа укажите ближайшее к времени записи целое число минут.
5. Цветное изображение имеет 256 цветов. Размер изображения 7,5\*12,5 см. Для хранения изображения требуется 432\*105 бит памяти. Каково разрешение изображения в точках на дюйм? (1дюйм=2,5см)

**Вариант 22**

1. Два исполнителя Шалтай и Болтай проставляют 0 и 1 в каждую из имеющихся в их распоряжении клеточку. Шалтай может закодировать 512 символов и у него на две клеточки больше, чем у Болтая. Сколько клеток в распоряжении у Болтая?
2. При регистрации в компьютерной системе каждому пользователю выдается пароль, состоящий из 15 символов и содержащий только символы Е, Г, Э, 2, 0, 1, 3. Каждый такой пароль в компьютерной программе записывается минимально возможным и одинаковым целым количеством байт (при этом используют посимвольное кодирование и все символы кодируются одинаковым и минимально возможным количеством бит). Определите объем памяти, отводимый этой программой для записи 25 паролей.
3. Производится четырёхканальная (квадро) звукозапись с частотой дискретизации 32 кГц и 32-битным разрешением. Запись длится 2 минуты, её результаты записываются в файл, сжатие данных не производится. Определите размер полученного файла, выраженного в мегабайтах.
4. Производилась четырёхканальная (квадро) звукозапись с частотой дискретизации 32 кГц и 24-битным разрешением. В результате был получен файл размером 30 Мбайт, сжатие данных не производилось. Определите приблизительно, сколько минут производилась запись. В качестве ответа укажите ближайшее к времени записи целое число секунд.
5. В цветовой модели RGB для кодирования одного пикселя используется 3 байта. Фотографию размером 2048x1536 пикселей сохранили в виде несжатого файла с использованием RGB-кодирования. Определите размер получившегося файла.

**Вариант 23**

1. В ящике лежат красные, белые и черные кубики. Сообщение о том, что достали красный кубик, несет 5 бит информации. Вероятность извлечения черного кубика в 2 раза больше, чем красного. Сколько информации несет сообщение об извлечении черного кубика?
2. B некоторой стране автомобильный номер длиной 8 символов составляют из заглавных букв (задействовано 20 различных букв) и десятичных цифр в любом порядке. Каждый такой номер в компьютерной программе записывается минимально возможным и одинаковым целым количеством байтов (при этом используют посимвольное кодирование и вcе СИМВОЛЫ кодируются одинаковым и минимально возможным количеством битов). Определите объём памяти, отводимый этой программой для записи 40 номеров.
3. Производится четырёхканальная (квадро) звукозапись с частотой дискретизации 48 кГц и 32-битным разрешением. Запись длится 2 минуты, её результаты записываются в файл, сжатие данных не производится. Определите размер полученного файла, выраженного в мегабайтах.
4. Производится четырёхканальная (квадро) звукозапись с частотой дискретизации 16 кГц и 32-битным разрешением, результаты записываются в файл, сжатие данных не используется. Размер файла с записью не может превышать 3Мбайт. Определите приблизительно, сколько минут производилась запись. В качестве ответа укажите ближайшее к времени записи целое число секунд.
5. Передача растрового графического изображения размером 600\*400 пикселей с помощью модема со скоростью 28800 бит/сек потребовала 1 мин 20 сек. Определите количество цветов в палитре, использовавшейся в этом изображении.

**Вариант 24**

1. Учитель, выставляя в журнал четвертные оценки по биологии за третью четверть (3, 4, 5), обратил внимание, что комбинация из трех четвертных оценок по этому предмету у всех учеников различна. Какое может быть максимальное количество учеников в этом классе?
2. В некоторой базе данных хранятся записи, содержащие информацию о некоторых датах. Каждая запись содержит три поля: номер года (число от 1 до 2100), номер месяца (число от 1 до 12) и номер дня в месяце (число от 1 до 30). Каждое поле записывается отдельно от других полей с использованием минимально возможного количества бит. Определите минимальное количество бит, необходимое для кодирования одной записи.
3. Производится четырёхканальная (квадро) звукозапись с частотой дискретизации 16 кГц и 32-битным разрешением. Запись длится 2 минуты, её результаты записываются в файл, сжатие данных не производится. Определите размер полученного файла, выраженного в мегабайтах.
4. Производилась четырёхканальная (квадро) звукозапись с частотой дискретизации 8 кГц и 32-битным разрешением. В результате был получен файл размером 16 Мбайт, сжатие данных не производилось. Определите приблизительно, сколько минут производилась запись. В качестве ответа укажите ближайшее к времени записи целое число минут.
5. Объем страницы видеопамяти составляет 62,5 Кбайт. Графический дисплей работает в режиме 640\*400 пикселей. Сколько цветов в палитре?

**Вариант 25**

1. Сообщение «Саша получил тройку по информатике» несет три бита информации. За год он получил 80 оценок по информатике, из них троек?
2. В некоторой стране автомобильный номер состоит из 6 символов. В качестве символов используют 33 различные буквы и десятичные цифры в любом порядке. Каждый такой номер в компьютерной программе записывается минимально возможным и одинаковым целым количеством байтов, при этом используют посимвольное кодирование и все символы кодируются одинаковым и минимально возможным количеством битов. Определите объем памяти, отводимый этой программой для записи 125 номеров.
3. Производится двухканальная (стерео) звукозапись с частотой дискретизации 22 кГц и глубиной кодирования 24 бита. Запись длится 2 минуты, ее результаты записываются в файл, сжатие данных не производится. Определите размер полученного файла, выраженного в мегабайтах.
4. Производилась четырёхканальная (квадро) звукозапись с частотой дискретизации 8 кГц и 32-битным разрешением. В результате был получен файл размером 30 Мбайт, сжатие данных не производилось. Определите приблизительно, сколько минут производилась запись. В качестве ответа укажите ближайшее к времени записи целое число минут.
5. Разрешающая способность графического дисплея составляет 800\*600. Голубой цвет кодируется двоичным кодом 011. Объем видеопамяти составляет 750 Кбайтов. Сколько страниц содержит видеопамять компьютера?

***Контрольные вопросы***

1. Почему количество информации в сообщении удобнее оценивать не по степени увеличения знания об объекте, а по степени уменьшения неопределённости наших знаний о нем?
2. Как определяется единица измерения количества информации?
3. В каких случаях и по какой формуле можно вычислить количество информации, содержащейся в сообщении?
4. Почему в формуле Хартли за основание логарифма взято число 2?
5. При каком условии формула Шеннона переходит в формулу Хартли?
6. Что определяет термин "бит" в теории информации и в вычислительной технике?

# Лабораторная работа №2

# Перевод чисел из одной позиционной системы счисления

# в другую

***Цель работы.*** *Изучение методов и отработка навыков перевода чисел из одной позиционной системы счисления в другую.*

Количество различных цифр *р,* используемых в позиционной системе, определяет название системы счисления и называется **основанием** *p-*йсистемы счисления.

Любое число N в позиционной системе счисления с основанием *р* может быть представлено в виде полинома от основания *р:*

,

где *N –* число, *–* цифры числа (коэффициенты при степенях *р), р*– основание системы счисления *(р* > 1).

Числа записывают в виде последовательности цифр:

 – точка в последовательности отделяет целую часть числа от дробной (коэффициенты при неотрицательных степенях от коэффициентов при отрицательных степенях). Точка опускается, если число целое (нет отрицательных степеней).

В компьютерных системах применяют позиционные системы счисления с недесятичным основанием: двоичную, восьмеричную, шестнадцатеричную.

В аппаратной основе ЭВМ лежат двухпозиционные элементы, которые могут находиться только в двух состояниях, одно из которых обозначается 0, а другое – 1. Поэтому арифметико-логической основной ЭВМ является двоичная система счисления.

**Двоичная система счисления.** Используется две цифры: 0 и 1. В двоичной системе любое число может быть представлено в виде , где либо 0, либо 1.

Эта запись соответствует сумме степеней числа 2, взятых с указанными коэффициентами:

.

**Восьмеричная система счисления.** Используется восемь цифр: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7. Употребляется в ЭВМ как вспомогательная система для записи информации в сокращенном виде. Для представления одной цифры восьмеричной системы используется три двоичных разряда (триада) (табл. 1).

**Шестнадцатеричная система счисления.** Для изображения чисел используется 16 цифр. Первые десять цифр этой системы обозначаются цифрами от 0 до 9, а старшие шесть цифр – латинскими буквами: А (10), В (11), С (12), D(13), E(14), F(15). Шестнадцатеричная система, также как и восьмеричная, используется для записи информации в сокращенном виде. Для представления одной цифры шестнадцатеричной системы счисления используется четыре двоичных разряда (тетрада) (табл. 1).

**Таблица 1**

**Алфавиты позиционных систем счисления (с.с.)**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Двоичная  (основание 2) | Восьмеричная  (основание 8) | Десятичная  (основание 10) | Шестнадцатеричная  (основание 16) |
| 0  1 | Двоичные триады  000  001  010  011  100  101  110  111 | 0  1  2  3  4  5  6  7  8  9 | Двоичные тетрады  0000  0001  0010  0011  0100  0101  0110  0111  1000  1001  1010  1011  1100  1101  1110  1111 |

**Задание 1**

Переведите числа из заданных систем счисления вдесятичную систему.

**Методические указания**

Перевод чисел в десятичную систему осуществляется путем составления суммы степенного ряда с основанием той системы, из которой число переводится. Затем подсчитывается значение этой суммы.

**Пример**

а) Перевести 10101101,1012 10 с.с.

 Ответ: .

б) Перевести 10 с.с.

.

Ответ: .

в) Перевести 10 с.с.

.

Ответ: .

**Задание 2**

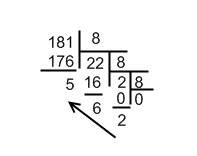
Переведите целые числа из десятичной системы в восьмеричную, шестнадцатеричную и двоичную системы.

**Методические указания**

Перевод целых десятичных чисел в восьмеричную, шестнадцатеричную и двоичную системы осуществляется последовательным делением десятичного числа на основание той системы, в которую оно переводится, до тех пор, пока не получится частное, равное нулю. Число в новой системе записывается в виде остатков от деления, начиная с последнего.

**Примеры.**

а) Перевести 8 с.с.



Можно записать:

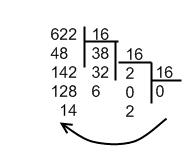
181: 8 = 22 (остаток 5)

22: 8 = 2 (остаток 6)

2:8 = 0 (остаток 2)

Ответ: .

б) Перевести 16 с.с.



Можно записать:

622:16=38 (остаток )

38:16=2 (остаток 6)

2:16=0 (остаток 2)

Ответ: .

**Задание 3**

Переведите правильные десятичные дроби из десятичной системы в восьмеричную, шестнадцатеричную и двоичную системы.

**Методические указания**

Для перевода правильной десятичной дроби в другую систему эту дробь последовательно умножают на основание той системы, в которую она переводится. При этом умножаются только дробные части полученных произведений. Если в результате умножения на некотором шаге дробная часть становится равной нулю, это означает, что получили конечную дробь в новой системе счисления. В новой системе дробь записывается в виде целых частей полученных произведений, начиная с первого. Не все конечные дроби в результате перевода станут конечными, зачастую в новой системе счисления получается бесконечная дробь.

**Примеры**

Перевести 8 с.с.



Условно отделим вертикальной чертой целую и дробную части полученных произведений.

Результат перевода есть последовательность цифр, состоящих из целых частей произведений, записанная сверху вниз.

Ответ: .

**Задание 4**

Переведите неправильные десятичные дроби из десятичной системы в восьмеричную, шестнадцатеричную и двоичную системы.

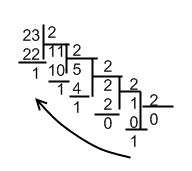
**Методические указания**

Для перевода неправильной десятичной дроби в систему счисления с недесятичным основанием необходимо отдельно перевести целую часть и отдельно дробную.

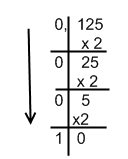
**Пример**

Перевести 2 с.с.

1. Переведем целую часть:



1. Переведем дробную часть:



Получили ; .

Результат перевода .

Ответ: .

**Задание 5**

Переведите числа из восьмеричной и шестнадцатеричной систем счисления в двоичную систему.

**Методические указания**

Для перевода восьмеричного или шестнадцатеричного числа в двоичную форму достаточно заменить каждую цифру этого числа соответствующим трехразрядным двоичным числом (триадой) (см. табл. 1) или четырехразрядным двоичным числом (тетрадой) (см. табл. 1), при этом отбрасывают незначащие нули в старших и младших (после запятой) разрядах.

**Примеры**

а) ;

б)

**Задание 6**

Переведите числа из восьмеричной и шестнадцатеричной систем счисления в двоичную систему.

**Методические указания**

Для перехода от двоичной к восьмеричной (шестнадцатеричной) системе поступают следующим образом: двигаясь от точки влево и вправо, разбивают двоичное число на группы по три (четыре) разряда, дополняя при необходимости нулями крайние левую и правую группы. Затем триаду (тетраду) заменяют соответствующей восьмеричной (шестнадцатеричной) цифрой.

**Примеры**

а) Перевести 



б) Перевести 



**Задание 7**

Переведите числа из восьмеричной в шестнадцатеричную систему счисления и из шестнадцатеричной в восьмеричную систему счисления.

**Методические** **указания**

Перевод из восьмеричной в шестнадцатеричную систему и обратно осуществляется через двоичную систему с помощью триад и тетрад.

**Пример**

Перевести 



Ответ: .

# Задания для самостоятельной работы

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Вариант | Переведите числа в 10-ю с.с. | Переведите десятичные числа в 2-ю, 8-ю, и 16-ю с.с. | Восьмеричное число переведите в 16-ю с.с., а шестнадцатеричное – в 8-ю с.с. |
| 1. | 10010011111,1012  1372,128  3*CA*,7*D*16 | 1802  286,06 | 1263,718  2*BA*,2*C*16 |
| 2. | 11100101010,0112  2136,318  1*C*3,*A*216 | 1731  476,91 | 3472,628  4*CA*,2716 |
| 3. | 11001100111,0112  1742,368  123*E*,4*D*16 | 1660  438,76 | 1724,318  2*AF*,3*C*16 |
| 4. | 11101011101,10012  1467,638  1*AF*,7316 | 1589  362,87 | 1273,568  30*A*,*E*0*F*16 |
| 5. | 101011010110,0012  1523,248  2*A*7,3*E*16 | 1518  305,37 | 1623,728  5*C*2,*C*716 |
| 6. | 11001100011,10012  1273,568  30*A*,*E*0*F*16 | 1682  324,93 | 12372,418  1*D*2,7*D*16 |
| 7. | 10011010111,0112  1623,728  5*C*2,*C*716 | 1846  457,21 | 1735,128  5*AD*,4*D*16 |
| 8. | 11000001111,0112  1735,668  23*A*,*EF*16 | 2010  343,43 | 2451,238  2*BA*,*D*316 |
| 9. | 10000111111,10012  1327,468  3*CD*,*BA*16 | 1933  381,93 | 1372,128  3*CA*,7*D*16 |
| 10. | 11100001101,0112  1523,748  4*BA*,2*F*16 | 1856  419,96 | 2136,318  1*C*3,*A*216 |
| 11. | 11011110110,1012  4123,178  1*C*3,*A*516 | 1779  400,01 | 1742,368  123*E*,4*D*16 |
| 12. | 110010010111,10012  1272,128  3*AD*,7*D1*6 | 1702  153,63 | 5123,148  1*B*3,4*D*16 |
| 13. | 11100110101,10112  1071,218  5*DC*,*F*2*1*6 | 1625  172,04 | 1263,718  2*BA*,2*C*16 |
| 14. | 10011010111,0112  2372,128  1*F*2,7*B1*6 | 1548  191,11 | 3472,628  4*CA*,2716 |
| 15. | 11110010101,10012  1574,618  35*C*,*F*116 | 1702  210,96 | 1724,318  2*AF*,3*C*16 |
| 16. | 11000011010,10012  6123,518  13*A*,*C*216 | 1856  229,74 | 1272,128  3*AD*,7*D1*6 |
| 17. | 10011000111,11112  5412,638  52*A*,1716 | 1794  248,2 | 1071,218  5*DC*,*F*2*1*6 |
| 18. | 11101101101,10012  5123,148  1*B*3,4*D*16 | 1732  267,72 | 2372,128  1*F*2,7*B1*6 |
| 19. | 11101011001,01012  1263,718  2*BA*,2*C*16 | 1670  571,58 | 1742,368  123*E*,4*D*16 |
| 20. | 10101110111,01012  3472,628  4*CA*,2716 | 1608  590,72 | 1467,638  1*AF*,7316 |
| 21. | 10101101111,0112  1724,318  2*AF*,3*C*16 | 1732  495,32 | 1523,248  2*A*7,3*E*16 |
| 22. | 11100101101,10112  1275,468  23*A,E*716 | 1856  552,5 | 1735,668  23*A*,*EF*16 |
| 23. | 10011010111,0112  12372,418  1*D*2,7*D*16 | 1980  533,51 | 1327,468  3*CD*,*BA*16 |
| 24. | 11011100010,11012  1735,128  5*AD*,4*D*16 | 1805  514,58 | 1523,748  4*BA*,2*F*16 |
| 25. | 10100101111,1012  2451,238  2*BA*,*D*316 | 1630  609,11 | 4123,178  1*C*3,*A*516 |

**Контрольные вопросы**

1. Как осуществляется перевод чисел из р-й с.с. в десятичную?
2. Как перевести целое десятичное число в р-ю с.с.?
3. Как перевести правильную десятичную дробь в р-ю с.с.?
4. Как перевести неправильную десятичную дробь в р-ю с.с.?

# Лабораторная работа №3

# Двоичная арифметика

***Цель работы.*** *Научиться выполнять арифметические операции (сложение, вычитание, умножение и деление) с двоичными числами.*

**Задание 1**

Выполните сложение чисел в двоичной системе счисления 100100111,0012 – 100111010,1012

**Методические указания**

При **сложении** двоичных чисел в каждом разряде производится сложение цифр слагаемых и цифры, переносимой из соседнего младшего разряда, если она имеется. При этом необходимо учитывать, что 1 + 1 дают нуль в данном разряде и единицу переноса в следующий разряд.

**Примеры**

1. Выполнить сложение двоичных чисел X=1101, Y=111.



В приведенном примере в младшем нулевом разряде две единицы: 1 + 1 = 10 дают нуль в данном разряде и единицу переноса в следующий разряд. В первом разряде: 0+1 + 1 = 10 (крайняя единица перенесена из нулевого разряда) дают 0 и единицу переноса в следующий. Во втором разряде сумма 1 + 1 + 1 = 11 (крайняя единица перенесена из первого разряда) дает 1 и единицу переноса в следующий разряд. В старшем третьем разряде 1 и единица переноса из предыдущего разряда дают 1 + 1 = 10.

Ответ: 1101 + 111 = 10100.

1. Сложить три двоичных числа X=1101, Y=101, Z=111.



Ответ: 1101 + 101 + 111 = 11001.

**Задание 2**

Выполните вычитание чисел в двоичной системе счисления: 1100110110,00112 – 11111110,012

**Методические указания**

При **вычитании** двоичных чисел в данном разряде при необходимости занимается 1 из старшего разряда. Эта занимаемая 1 равна двум единицам данного разряда, так как 10 = 1 + 1.

**Примеры**

1. Заданы двоичные числа *X* = 10010 и *Y =* 101. Вычислите *X - У.*



Ответ: 100102 – 1012 =11012

***Замечание.*** Число 100…002 можно представить в виде суммы



Данное разложение на слагаемые объясняет правило вычитания в столбик. Если вы занимаете 1 из ближайшего старшего разряда, тогда над всеми следующими за единицей нулями следует дописывать 1, а над крайним нулем, для которого произведен заем, 1 + 1 или 10.



1. Выполнить вычитание: 1100000011,0112 – 101010111,12



Ответ: 1100000011,0112 – 101010111,12 =110101011,1112

**Задание 3**

Выполните умножение чисел и в двоичной системе счисления.

**Методические указания**

**Правила умножения двоичных чисел** такие же, как и для умножения десятичных чисел в столбик, с использованием двоичного умножения и сложения.

**Пример**

Найти произведение 10012 x 1012.



Ответ: 10012 x 1012 =1011012.

**Задание 4**

Выполните деление чисел и в двоичной системе счисления.

**Методические указания**

**Деление двоичных чисел** производится так же, как и десятичных чисел, при этом используется двоичное умножение и вычитание.

**Пример.**

Найти частное от деления 1100,0112:10,012



Ответ: 1100,0112:10,012 = 101,12.

# Задания для самостоятельной работы

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Вариант | Заданы двоичные числа X и Y.  Вычислить X+Y и X-Y, если: | Заданы двоичные числа X и Y.  Вычислить X\*Y и X/Y, если: |
| 1. | *Х*=100101,1012  *Y*=11101,112 | *Х*=100101,0112  *Y*=110,12 |
| 2. | *Х*=101101,1012  *Y*=1101,1112 | *Х*=110000,112  *Y*=110,12 |
| 3. | *Х*=110101,1012  *Y*=11101,112 | *Х*=111001,00012  *Y*=1010,0112 |
| 4. | *Х*=1101111,1012  *Y*=10101,112 | *Х*=111011,00012  *Y*=101,012 |
| 5. | *Х*=1000111,112  *Y*=11101,1112 | *Х*=111100,0112  *Y*=101,112 |
| 6. | *Х*=1110001,1012  *Y*=10011,112 | *Х*=110110,1012  *Y*=100,112 |
| 7. | *Х*=1010001,1012  *Y*=10011,112 | *Х*=100110,00012  *Y*=111,012 |
| 8. | *Х*=1000011,1012  *Y*=10011,0112 | *Х*=101011,1112  *Y*=110,112 |
| 9. | *Х*=1101001,1012  *Y*=10111,112 | *Х*=1010110,1012  *Y*=1000,012 |
| 10. | *Х*=1010001,1012  *Y*=1111,0112 | *Х*=111111,012  *Y*=101,12 |
| 11. | *Х*=101001,1012  *Y*=10111,1112 | *Х*=1011010,1012  *Y*=111,012 |
| 12. | *Х*=1010111,1012  *Y*=11100,1112 | *Х*=1000101,00112  *Y*=110,112 |
| 13. | *Х*=110101,1012  *Y*=1111,112 | *Х*=100101,0112  *Y*=110,12 |
| 14. | *Х*=101111,1012  *Y*=1101,1112 | *Х*=100000,11012  *Y*=101,012 |
| 15. | *Х*=110101,0112  *Y*=10011,112 | *Х*=110111,112  *Y*=101,112 |
| 16. | *Х*=1001011,112  *Y*=10101,1012 | *Х*=100101,112  *Y*=111,012 |
| 17. | *Х*=100011,0112  *Y*=10011,1112 | *Х*=100011,012  *Y*=1011,12 |
| 18. | *Х*=1010001,1012  *Y*=1011,0112 | *Х*=100001,1012  *Y*=1001,012 |
| 19. | *Х*=110001,1012  *Y*=10111,112 | *Х*=111001,1012  *Y*=1101,112 |
| 20. | *Х*=1000111,0112  *Y*=11111,112 | *Х*=1010111,0112  *Y*=111,112 |
| 21. | *Х*=111001,1012  *Y*=1110,1112 | *Х*=11100001,1012  *Y*=110,112 |
| 22. | *Х*=100001,1012  *Y*=1111,1112 | *Х*=1000001,1012  *Y*=1111,012 |
| 23. | *Х*=1011101,1012  *Y*=10111,0112 | *Х*=1010101,1012  *Y*=100,0112 |
| 24. | *Х*=1111000,1012  *Y*=101111,112 | *Х*=1111001,0112  *Y*=1011,112 |
| 25. | *Х*=1100000,1012  *Y*=1111,1112 | *Х*=1100011,012  *Y*=11,1112 |

**Контрольные вопросы**

1. Каковы правила сложения двоичных чисел?
2. Каковы правила вычитания двоичных чисел?
3. Каковы правила умножения двоичных чисел?
4. Каковы правила вычитания двоичных чисел?

# Лабораторная работа №4

# Основы машинной арифметики

***Цель******работы.*** *Изучить основы машинной арифметики, представления чисел в прямом, обратном и дополнительном кодах и арифметических операций над ними.*

Любые данные (числа, текст, команды программ и др.) в памяти компьютера представлены двоичными кодами, которые представляют собой совокупность битов. В частности, двоичный код, содержащий 8 бит (говорят: «8 разрядов»), называется байтом. Для хранения данных используют следующие форматы двоичного кода: 8-разрядный (байт), 16-разрядный (полуслово), 32-разрядный (слово) и 64-разрядный (двойное слово).

Для выполнения арифметических операций используют специальные коды представления чисел, которые позволяют свести операцию вычитания чисел к арифметическому сложению этих кодов. Различают прямой, обратный и дополнительный коды. Прямой код используется для представления отрицательных чисел в памяти компьютера, а также при выполнении операций умножения и деления. Обратный и дополнительный коды применяются для выполнения операции вычитания, которую заменяют операцией сложения чисел с разными знаками: *а* - *b = а* + *(-b).*

В коде числа каждому разряду соответствует определенный элемент разрядной сетки. Для записи знака числа в разрядной сетке имеется строго определенный фиксированный разряд, обычно это крайний разряд разрядной сетки.

*Замечание.* Условимся при записи кода знаковый разряд числа отделять запятой от других разрядов. Если формат числа не указан, будем считать, что число 8-разрядное (байт).

**Задание 1**

Запишите следующие числа в прямом, обратном и дополнительном кодах.

а) 1101011; б) -101011; в) -101101; г) -1100111.

**Методические указания**

**Прямой код целого числа.** Под прямым кодом двоичного числа понимают запись самого числа. Значение знакового разряда для положительных чисел определяют равным нулю (0), для отрицательных чисел – единице (1). Например, если для записи кода используется байт, то:

|  |  |
| --- | --- |
| Число | Прямой код |
| +1101 | **0**0001101 |
| -1101 | **1**0001101 |

Крайний левый разряд в прямом коде нами отведен под знак числа, остальные разряды – под само число. Число располагаем в разрядной сетке так, чтобы цифра младшего разряда числа занимала крайнюю правую ячейку.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 |

Знаковый

разряд

**Обратный код целого числа.** Обратный код целого положительного числа совпадает с его прямым кодом. Для отрицательного числа обратный код строится заменой каждого незнакового байта его представления в прямом коде на противоположный (заменим 1 на 0, 0 на 1), знаковый разряд не изменяется.

**Пример**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Число | Прямой код | Обратный код | Замечание |
| +11011 | **0**00011011 | **0**00011011 | Число положительное, обратный и прямой коды совпадают |
| -11011 | **1**00011011 | **1**11100100 | Число отрицательное, каждый байт, кроме знакового, изменен на противоположный |

**Дополнительный код целого числа.** Дополнительный код положительного числа совпадает с его прямым кодом. Для отрицательного числа дополнительный код образуется путем получения обратного кода и добавлением к младшему разряду единицы.

**Пример**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Число | Прямой код | Обратный код | Дополнительный код |
| +1110 | 00001110 | 00001110 | 00001110 |
| -1110 | 10001110 | 11110001 | 11110010 |

**Задание 2**

Переведите числа X и У в прямой, обратный и дополнительный коды. Выполните сложение в обратном и дополнительном кодах. Результат переведите в прямой код. Полученный результат проверьте, используя правила двоичной арифметики.

а) X= - 11010; Y= 100111;

б) X= - 11101; Y= - 10011;

в) X=111010; Y= - 101111;

г) X= - 101110; Y= - 11101;

д) X=1101011; Y= - 1001110;

е) X= - 11011; Y= - 10111.

**Методические указания**

При сложении чисел в знаковом разряде могут появиться две цифры, вторую единицу от запятой называют **единицей переноса.**

При **сложении чисел в дополнительном коде** возникающая единица переноса в знаковом разряде отбрасывается.

При **сложении чисел в обратном коде** возникающая единица переноса в знаковом разряде прибавляется к младшему разряду суммы кодов.

Если результат арифметических действий является кодом отрицательного числа, необходимо преобразовать его в прямой код. При этом обратный код преобразуется в прямой заменой цифр во всех разрядах, кроме знакового, на противоположные. Дополнительный код преобразуется в прямой так же, как и обратный, с последующим прибавлением единицы к младшему разряду.

**Примеры**

Сложить X и Y в обратном и дополнительном кодах:

*а) Х =* 1111 и *Y=* -101. Сложим числа, пользуясь правилами двоичной арифметики:



Сложим числа используя коды:



Так как результат сложения является кодом положительного числа (знаку плюс (+) соответствует 0 в знаковом разряде), то:

(X+Y)обр=(X+Y)доп=(X+Y)пр .

*б)Х=* -101,У= -111.

Сложим числа, пользуясь правилами двоичной арифметики:



Сложим числа используя коды:



Так как сумма является кодом отрицательного числа (знак 1), то необходимо перевести результаты в прямой код:

* из обратного кода:

(X+Y)обр=**1**1110011→ (X+Y)пр=**1**0001100;

* из дополнительного кода:

(X+Y)доп=**1**1110100→ (X+Y)пр=**1**0001011+**0**0000001=**1**0001100. Получили *Х+ Y =* -1100, результат совпадает с суммой, полученной по правилам двоичной арифметики.

**Задание 3**

Сложите числа *X* и У в модифицированном обратном и модифицированном дополнительном восьмиразрядных кодах. При обнаружении переполнения увеличьте число разрядов в кодах и повторите суммирование. Результат переведите в прямой код. Полученный результат проверьте, используя правила двоичной арифметики:

а) X=1101101; Y=110101;

б) X=111101; Y= - 111001;

в) X= - 111010; Y= - 1100111;

г) X= - 11001; Y= - 100011;

д) X= - 10101; Y=111010;

е) X= - 1101; Y= - 111011.

**Методические указания**

**Модифицированные обратный и дополнительный коды**

Переполнение разрядной сетки может привести к переносу единицы в знаковый разряд, что приведет к неправильному результату. Положительное число, получившееся в результате арифметической операции, может восприниматься как отрицательное, так как в знаковом разряде появится «1», и наоборот.

**Пример**



*Х и Y –* коды положительных чисел, но в процессе сложения в знаковом разряде появилась «1», что означает код отрицательного числа. Чтобы распознать переполнение разрядной сетки, вводятся модифицированные коды.

**Модифицированный обратный** **код** характеризуется тем, что под знак числа отводится не один, а два разряда. Форма записи чисел в модифицированном обратном коде выглядит следующим образом:

• для положительного числа;

• для отрицательного числа

В модифицированных обратном и дополнительном кодах под знак числа отводится не один, а два разряда: «00» соответствует знаку «+», «11» – знаку «-». Любая другая комбинация («01» или «10»), получившаяся в знаковых разрядах, является признаком переполнения разрядной сетки. Сложение чисел в модифицированных кодах ничем не отличается от сложения в обычных обратном и дополнительном кодах.

**Пример**

Даны два числа: *Х=* 101001 и *Y=* -11010. Сложить их в дополнительном и модифицированном дополнительном кодах.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Обычная запись | Х= + 0101001 | Y= - 0011010 |
| Обратный код | Хобр= **0**0101001 | Yобр= **1**1100101 |
| Модифицированный обратный код | Хмобр= **00**101001 | Yмобр= **11**100101 |
| Дополнительный код | Хдоп= **0**0101001 | Yдоп= **1**1100110 |
| Модифицированный дополнительный код | Хмдоп= **00**101001 | Yмдоп= **11**100110 |

Выполним сложение:



Переполнение не наблюдается (в знаковых разрядах «00»). Результаты, полученные в обычном и модифицированном кодах, совпадают (X+ Y=1111).

# Задания для самостоятельной работы

1. Запишите числа X и Y в прямом, обратном и дополнительном кодах. Выполните сложение в обратном и дополнительном кодах. Результат переведите в прямой код. Полученный результат проверьте, используя правила двоичной арифметики.

2. Измените число *Y,* добавив в конец числа две единицы «11». Сложите полученные числа в модифицированном обратном и модифицированном дополнительном кодах. Результат переведите в прямой код. Выполните проверку сложения, используя правила двоичной арифметики.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Вариант | Числа X и Y | Вариант | Числа X и Y |
| 1. | X= - 100101 Y=11101 | 2. | X= - 101101 Y=1101 |
| 3. | X= - 110101 Y=11101 | 4. | X= - 1101111 Y=10101 |
| 5. | X= - 1000111 Y=11101 | 6. | X= - 1110001 Y=10011 |
| 7. | X= - 1010001 Y=10011 | 8. | X= - 1000011 Y=10011 |
| 9. | X= - 1101001 Y=10111 | 10. | X= - 1010001 Y=1111 |
| 11. | X= - 101001 Y=10111 | 12. | X= - 1010111 Y=11100 |
| 13. | X= - 110101 Y=1111 | 14. | X= - 101111 Y=1101 |
| 15. | X= - 110101 Y=10011 | 16. | X= - 1001011 Y=10101 |
| 17. | X= - 100011 Y=10011 | 18. | X= - 1010001 Y=1011 |
| 19. | X= - 110001 Y=10111 | 20. | X= - 1000111 Y=11111 |
| 21. | X= - 111001 Y=1110 | 22. | X= - 100001 Y=1111 |
| 23. | X= - 1011101 Y=10111 | 24. | X= - 1111000 Y=101111 |
| 25. | X= - 1100000 Y=1111 | 26. | X= - 10101 Y=1101 |

**Контрольные вопросы**

1. Что понимают под прямым кодом числа?

1. Как образуется обратный код целого положительного числа ?
2. Как образуется обратный код целого отрицательного числа?
3. Каков алгоритм сложения чисел в прямом коде?
4. Каков алгоритм сложения чисел в обратном коде?
5. Чем характеризуется модифицированный обратный код?

# Лабораторная работа №5

# Представление вещественных чисел в памяти компьютера. Арифметические операции над числами

# с плавающей запятой

***Цель работы.*** *Изучить логические операции и основные равносильности алгебры логики, научиться составлять таблицы истинности для формул алгебры логики и преобразовывать формулы, используя основные равносильности и правила поглощения.*

Рассмотрим представление величин с *плавающей точкой*.

**Система вещественных чисел в математических вычислениях предполагается непрерывной и бесконечной,** т.е. не имеющей ограничений на диапазон и точность представления чисел. Однако в компьютерах числа хранятся в регистрах и ячейках памяти с ограниченным количеством разрядов. Вследствие этого **система вещественных чисел, представимых в машине, является дискретной (прерывной) и конечной.**

При написании вещественных чисел в программах вместо привычной запятой принято ставить точку. Для отображения вещественных чисел, которые могут быть как очень маленькими, так и очень большими, используется форма записи чисел с **порядком основания системы счисления**. Например, десятичное число 1.25 в этой форме можно представить так:

1.25 **.** 100 = 0.125 **.** 101 = 0.0125 **.** 102 = ...

или так:

12.5 **.** 10-1 = 125.0 **.** 10-2 = 1250.0 **.** 10-3 = ... .

Любое число *N* в системе счисления с основанием *q* можно записать в виде *N = M****.****qp*, где *M* – множитель, содержащий все цифры числа **(мантисса)**, а *p* – целое число, называемое **порядком**. Такой способ записи чисел называется **представлением числа с плавающей точкой**.

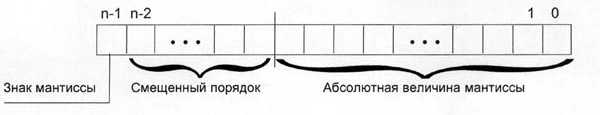
Если “плавающая” точка расположена в мантиссе перед первой значащей цифрой, то при фиксированном количестве разрядов, отведённых под мантиссу, обеспечивается запись максимального количества значащих цифр числа, то есть максимальная точность представления числа в машине. Из этого следует:

Мантисса должна быть правильной дробью, у которой первая цифра после точки (запятой в обычной записи) отлична от нуля: 0.12<= |*M*|<1. Если это требование выполнено, то число называется нормализованным.

Мантиссу и порядок *q*-ичного числа принято записывать в системе с основанием *q*, а само основание – в десятичной системе. Примеры нормализованного представления:

|  |  |
| --- | --- |
| Десятичная система | Двоичная система |
| 753.15 = 0.75315 **.** 103 | –101.01 = –0.10101 **.** 211 (порядок 112 = 310) |
| – 0.000034 = – 0.34 **.** 10-4 | 0.000011 = 0.11 **.** 2-100 (порядок   –1002  =  –410) |

Вещественные числа в компьютерах различных типов записываются по-разному, тем не менее, все компьютеры поддерживают несколько международных стандартных форматов, различающихся по точности, но имеющих одинаковую структуру следующего вида:



Здесь порядок *n*-разрядного нормализованного числа задается в так называемой **смещенной форме**: если для задания порядка выделено *k* разрядов, то к истинному значению порядка, **представленного в дополнительном коде**, прибавляют смещение, равное (2k-1 – 1). Например, порядок, принимающий значения в диапазоне от –128 до +127, представляется смещенным порядком, значения которого меняются от 0 до 255.

Использование смещенной формы позволяет производить операции над порядками, как над беззнаковыми числами, что упрощает операции сравнения, сложения и вычитания порядков, а также упрощает операцию сравнения самих нормализованных чисел.

Чем больше разрядов отводится под запись мантиссы, тем выше точность представления числа. Чем больше разрядов занимает порядок, тем шире диапазон от наименьшего отличного от нуля числа до наибольшего числа, представимого в машине при заданном формате.

Персональный компьютер позволяет работать со следующими действительными типами (диапазон значений указан по абсолютной величине):

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Тип данных | Размер, байт | Мантисса, бит | Порядок, бит | Сдвиг порядка | Диапазон модулей |
| Single | 4 | 23 | 8 | 127 | 3,4·10-38..3,4·1038 |
| Double | 8 | 52 | 11 | 1023 | 1,7·10-308..1,7·10308 |
| Extended | 10 | 64 | 15 | 16383 | 3,4·10-4932..3,4·104932 |

Покажем преобразование действительного числа для представления его в памяти ЭВМ на примере величины типа Double.

Как видно из таблицы, величина этого типа занимает в памяти 8 байт. На рисунке показано, как здесь представлены поля мантиссы и порядка:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| S | Смещенный порядок | Мантисса |
| 63 | 52 | 0 |

Можно заметить, что старший бит, отведенный под мантиссу, имеет номер 51, т.е. мантисса занимает младшие 52 бита. Черта указывает здесь на положение двоичной запятой. Перед запятой должен стоять бит целой части мантиссы, но поскольку она всегда равна единице, здесь данный бит не требуется и соответствующий разряд отсутствует в памяти (но он подразумевается). Значение порядка храниться здесь не как целое число, представленное в дополнительном коде. Для упрощения вычислений и сравнения действительных чисел значение порядка в ЭВМ хранится в виде **смещенного числа**, т.е. к настоящему значению порядка, перед записью его в память, прибавляется смещение. Смещение выбирается так, чтобы минимальному значению порядка соответствовал нуль.

Например, для типа Double порядок занимает 11 бит, поэтому смещение равно (211-1-1)=1023(10) = 1111111111(2). Наконец, бит с номером 63 указывает на знак числа.

Таким образом, из вышесказанного вытекает следующий алгоритм для получения представления действительного числа в памяти ЭВМ:

1. перевести модуль данного числа в двоичную систему счисления;
2. нормализовать двоичное число, т.е. записать в виде М\*2p, где М - мантисса (ее целая часть равна 1(2)) и *р* - порядок, записанный в десятичной системе счисления;
3. прибавить к порядку смещение и перевести смещенный порядок в двоичную систему счисления;
4. учитывая знак заданного числа (0 - положительное; 1 - отрицательное), выписать его представление в памяти ЭВМ.

**Пример.** Запишем код числа -312,3125.

1. Двоичная запись модуля этого числа имеет вид 100111000,0101.
2. Имеем 100111000,0101 = 1,001110000101\*28.
3. Получаем смещенный порядок 8 + 1023 = 1031. Далее имеем 1031(10) = 10000000111(2).
4. Окончательно

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 1 | 10000000111 | 0011100001010000000000000000000000000000000000000000 |
| 63 | 52 | 0 |

Очевидно, что более компактно полученный код стоит записать следующим образом: C073850000000000(16).

Другой пример иллюстрирует обратный переход от кода действительного числа к самому числу.

**Пример.** Пусть дан код 3FEC600000000000(16) или

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 0 | 01111111110 | 1100011000000000000000000000000000000000000000000000 |
| 63 | 52 | 0 |

* 1. Прежде всего, замечаем, что это код положительного числа, поскольку в разряде с номером 63 записан нуль.

Получим порядок этого числа. 01111111110(2) = 1022(10).

1022 - 1023 = -1.

* 1. Число имеет вид 1,1100011\*2-1 или 0,11100011.

Переводом в десятичную систему счисления получаем 0,88671875

**Пример.** Представить число -25,625 в машинном виде с использованием 4 байтового представления (где 1 бит отводится под знак числа, 8 бит - под смещённый порядок, остальные биты - под мантиссу).

1. Двоичная запись модуля этого числа имеет вид 100011,101.
2. Имеем 100011,101 = 1,00011101 \*25.
3. Найдем смещенный порядок. Для этого находим смещение

(28-1-1)=127(10)

5 + 127 = 132.

Далее имеем 132(10) = 10000100(2).

1. Окончательно

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 1 | 10000100 | 00011101000000000000000 |
| 31 | 24 | 0 |

Очевидно, что более компактно полученный код стоит записать следующим образом: C18Е8000(16).

**Пример**. Сложить двоичные нормализованные числа 0.10111 2-1 и 0.11011 210.

Сначала посмотрим аналогичный пример сложения нормализованных десятичных чисел в формате с плавающей точкой (возьмем произвольные значения):

0.56\*10-1=0.056 и 0.7842\*102=78.42

Должна получиться сумма = 78.476

Разность порядков слагаемых здесь равна трем, поэтому перед сложением мантисса первого (меньшего) числа сдвигается на три разряда вправо, порядок этого числа увеличивается на 3, получаем 0.00056\*102=0.056.

**Замечание**. При выравнивании порядков необходимо сдвигать мантиссу **меньшего** числа, если приводить большее число 0.7842\*102 к порядку -1, то получится число с целой частью, большей 0 – 784.2\*10-1, которое невозможно будет сохранить в памяти.

В результате

0.00056\*102

0.78420\*102

0.78476\*102

По аналогии складываем двоичные нормализованные числа 0.10111\*2-1 и 0.11011\*210. Разность порядков слагаемых здесь равна трем, поэтому перед сложением мантисса первого (меньшего) числа сдвигается на три разряда **вправо**, порядок этого числа увеличивается на 3, получаем 0.00011011\*210.

0.00010111\*210

0.11011000\*210

0.11101111\*210

**Пример**. Выполнить вычитание двоичных нормализованных чисел 0.10101**\***210 и 0.11101**\***21.

**Решение:** разность порядков уменьшаемого и вычитаемого здесь равна единице, поэтому перед вычитанием мантисса второго числа сдвигается на один разряд вправо:

0.101010\*210

0.011101\*210

0.001101\*210

**Важно**: результат получился ненормализованным, поэтому его мантисса сдвигается влево на два разряда с соответствующим уменьшением порядка на две единицы: 0.1101\*20.

**Пример.** Выполнить умножение двоичных нормализованных чисел: 0.11101\* 2101 и 0.1001\* 211.

**Решение:**

0.11101\* 2101 \* 0.1001\* 211 =0.11101\*0.1001\* 2(101+11) = 0.100000101\* 21000.

**Пример.** Выполнить деление двоичных нормализованных чисел: 0.1111\*2100 и 0.101\*211.

**Решение:**

0.1111\*2100 / 0.101\*211 = (0.1111 / 0.101)\*2(100-11) = 1.1\* 21 = 0.11\*210

# Задания для самостоятельной работы

**Вариант 1**

1. Запишите код действительного числа, интерпретируя его как величину типа Double.

а) 578,375; б) -786,375.

2. Дан код величины типа Double. Преобразуйте его в число.

а) 408Е130000000000; б) С077880000000000.

3. Представить число -25,625 в машинном виде с использованием 4 байтового представления (где 1 бит отводится под знак числа, 8 бит - под смещённый порядок, остальные биты - под мантиссу).

4. Заданы два числа А=0.001101\*2111 и В=0.010011\*210. Вычислить сумму, разность и произведение этих чисел. Результат привести к нормализованной форме.

**Вариант 2**

1. Запишите код действительного числа, интерпретируя его как величину типа Single.

а) -363,15625; б) -487,15625.

2. Дан код величины типа Double. Преобразуйте его в число.

а) С075228000000000; б) 408В9В0000000000.

3. Представить число -52,45 в машинном виде с использованием 4 байтового представления (где 1 бит отводится под знак числа, 8 бит - под смещённый порядок, остальные биты - под мантиссу).

4. Заданы два числа А=0.0010001\*2110 и В=0.01001\*210. Вычислить сумму, разность и произведение этих чисел. Результат привести к нормализованной форме.

**Вариант 3**

1. Запишите код действительного числа, интерпретируя его как величину типа Double.

а) 334,15625; б) -367,15625

2. Дан код величины типа Double. Преобразуйте его в число.

а) С07С08С000000000; б) С0811В0000000000.

3. Представить число -52,45 в машинном виде с использованием 4 байтового представления (где 1 бит отводится под знак числа, 8 бит - под смещённый порядок, остальные биты - под мантиссу).

4. Заданы два числа А=0.0010001\*2110 и В=0.01001\*210. Вычислить сумму, разность и произведение этих чисел. Результат привести к нормализованной форме.

**Вариант 4**

1. Запишите код действительного числа, интерпретируя его как величину типа Single.

а) 215,15625; б) -143,375.

2. Дан код величины типа Double. Преобразуйте его в число.

а) С071760000000000; б) 407FF28000000000

3. Представить число -78,123 в машинном виде с использованием 4 байтового представления (где 1 бит отводится под знак числа, 8 бит - под смещённый порядок, остальные биты - под мантиссу).

4. Заданы два числа А=0.111101\*2101 и В=0.10111\*211. Вычислить сумму, разность и произведение этих чисел. Результат привести к нормализованной форме.

**Вариант 5**

1. Запишите код действительного числа, интерпретируя его как величину типа Double.

а) -900,546875; б) -834,5.

2. Дан код величины типа Double. Преобразуйте его в число.

а) 407С060000000000; б) С0610С0000000000

3. Представить число -15,123 в машинном виде с использованием 2 байтового представления (где 1 бит отводится под знак числа, 5 бит - под смещённый порядок, остальные биты - под мантиссу).

4. Заданы два числа А=0.001100101\*2111 и В=0.011011\*211. Вычислить сумму, разность и произведение этих чисел. Результат привести к нормализованной форме.

**Вариант 6**

1. Запишите код действительного числа, интерпретируя его как величину типа Single.

а) -969,15625; б) -434,15625.

2. Дан код величины типа Double. Преобразуйте его в число.

a) C082B30000000000; б) С086ЕВ0000000000.

3. Представить число -25,25 в машинном виде с использованием 2 байтового представления (где 1 бит отводится под знак числа, 5 бит - под смещённый порядок, остальные биты - под мантиссу).

4. Заданы два числа А=0.0011101\*2110 и В=0.010011\*210. Вычислить сумму, разность и произведение этих чисел. Результат привести к нормализованной форме.

**Вариант 7**

1. Запишите код действительного числа, интерпретируя его как величину типа Double.

а) -802,15625; б) -172,375.

2. Дан код величины типа Double. Преобразуйте его в число.

а) С085ЕВ0000000000; б) C07D428000000000

3. Представить число -10,75 в машинном виде с использованием 3 байтового представления (где 1 бит отводится под знак числа, 5 бит - под смещённый порядок, остальные биты - под мантиссу).

4. Заданы два числа А=0.00110101\*2111 и В=0.01010011\*2110. Вычислить сумму, разность и произведение этих чисел. Результат привести к нормализованной форме.

**Вариант 8**

1. Запишите код действительного числа, интерпретируя его как величину типа Single.

а) 635,5; б) -555,15625

2. Дан код величины типа Double. Преобразуйте его в число.

а) С07848С000000000; б) С085394000000000

3. Представить число -32,125 в машинном виде с использованием 3 байтового представления (где 1 бит отводится под знак числа, 6 бит - под смещённый порядок, остальные биты - под мантиссу).

4. Заданы два нормализованных числа А=0.0011101\*2110 и В=0.0100011\*2101. Вычислить сумму, разность и произведение этих чисел. Результат привести к нормализованной форме.

**Вариант 9**

1. Запишите код действительного числа, интерпретируя его как величину типа Double.

а) 110,546875; б) -743,375.

2. Дан код величины типа Double. Преобразуйте его в число.

а) С08В794000000000; б) 407СВ28000000000.

3. Представить число 40,25 в машинном виде с использованием 3 байтового представления (где 1 бит отводится под знак числа, 8 бит - под смещённый порядок, остальные биты - под мантиссу).

4. Заданы два числа А=0.010101\*2111 и В=0.011011\*210. Вычислить сумму, разность и произведение этих чисел. Результат привести к нормализованной форме.

**Вариант 10**

1. Запишите код действительного числа, интерпретируя его как величину типа Single.

а) -141,375; б) 141,375.

2. Дан код величины типа Double. Преобразуйте его в число.

а) 408ЕА14000000000; б) С07В128000000000.

3. Представить число -25,25 в машинном виде с использованием 5 байтового представления (где 1 бит отводится под знак числа, 6 бит - под смещённый порядок, остальные биты - под мантиссу).

4. Заданы два числа А=0.0110001\*2110 и В=0.00101011\*211. Вычислить сумму, разность и произведение этих чисел. Результат привести к нормализованной форме.

**Вариант 11**

1. Запишите код действительного числа, интерпретируя его как величину типа Double.

а) 576,375; б) -99,375.

2. Дан код величины типа Double. Преобразуйте его в число.

а) 40864В0000000000; б) С047140000000000.

3. Представить число -28,125 в машинном виде с использованием 8 байтового представления (где 1 бит отводится под знак числа, 4 бита - под смещённый порядок, остальные биты - под мантиссу).

4. Заданы два числа А=0.0101101\*2111 и В=0.00110011\*2110. Вычислить сумму, разность и произведение этих чисел. Результат привести к нормализованной форме.

**Вариант 12**

1. Запишите код действительного числа, интерпретируя его как величину типа Single.

a) -796,15625; 6) 325,15625.

2. Дан код величины типа Double. Преобразуйте его в число.

a) 4060B00000000000; б) С0846С6000000000.

3. Представить число -10,375 в машинном виде с использованием 6 байтового представления (где 1 бит отводится под знак числа, 5 бит - под смещённый порядок, остальные биты - под мантиссу).

4. Заданы два числа А=0.011101\*2101 и В=0.00100101\*210. Вычислить сумму, разность и произведение этих чисел. Результат привести к нормализованной форме.

**Вариант 13**

1. Запишите код действительного числа, интерпретируя его как величину типа Double.

a) -142,375; 6) 565,15625.

2. Дан код величины типа Double. Преобразуйте его в число.

a) C086494000000000; 6) C083DC6000000000.

3. Представить число -66,5 в машинном виде с использованием 5 байтового представления (где 1 бит отводится под знак числа, 8 бит - под смещённый порядок, остальные биты - под мантиссу).

4. Заданы два числа А=0.01111\*2111 и В=0.00100011\*210. Вычислить сумму, разность и произведение этих чисел. Результат привести к нормализованной форме.

**Вариант 14**

1. Запишите код действительного числа, интерпретируя его как величину типа Single.

а) -550,15625; б) 616,15625.

2. Дан код величины типа Double. Преобразуйте его в число.

а) 407С360000000000; б) 408В594000000000.

3. Представить число -17,125 в машинном виде с использованием 3 байтового представления (где 1 бит отводится под знак числа, 6 бит - под смещённый порядок, остальные биты - под мантиссу).

4. Заданы два числа А=0.0110101\*2111 и В=0.00100011\*210. Вычислить сумму, разность и произведение этих чисел. Результат привести к нормализованной форме.

**Вариант 15**

1. Запишите код действительного числа, интерпретируя его как величину типа Double.

а) 84,15625; б) -681,375.

2. Дан код величины типа Double. Преобразуйте его в число.

а) 4075Е28000000000; б) С07Е980000000000.

3. Представить число -35,75 в машинном виде с использованием 5 байтового представления (где 1 бит отводится под знак числа, 4 бита - под смещённый порядок, остальные биты - под мантиссу).

4. Заданы два числа А=0.00110111\*211 и В=0.00110011\*210. Вычислить сумму, разность и произведение этих чисел. Результат привести к нормализованной форме.

**Вариант 16**

1. Запишите код действительного числа, интерпретируя его как величину типа Single.

а) 650,375; б) -974,5.

2. Дан код величины типа Double. Преобразуйте его в число.

a) C05DCA0000000000; б) 408Е5В0000000000.

3. Представить число 32,5 в машинном виде с использованием 5 байтового представления (где 1 бит отводится под знак числа, 6 бит - под смещённый порядок, остальные биты - под мантиссу).

4. Заданы два числа А=0.0010101\*2111 и В=0.00100011\*210. Вычислить сумму, разность и произведение этих чисел. Результат привести к нормализованной форме.

**Вариант 17**

1. Запишите код действительного числа, интерпретируя его как величину типа Double.

а) -423,15625; б) 835,15625.

2. Дан код величины типа Double. Преобразуйте его в число.

а) 4089794000000000; б) 408В414000000000.

3. Представить число -15,25 в машинном виде с использованием 4 байтового представления (где 1 бит отводится под знак числа, 5 бит - под смещённый порядок, остальные биты - под мантиссу).

4. Заданы два числа А=0.00110001\*2101 и В=0.0100011\*211. Вычислить сумму, разность и произведение этих чисел. Результат привести к нормализованной форме.

**Вариант 18**

1. Запишите код действительного числа, интерпретируя его как величину типа Single.

а) -197,15625; б) 341,375.

2. Дан код величины типа Double. Преобразуйте его в число.

a) C057D80000000000; б) 406F0C0000000000.

3. Представить число 22,125 в машинном виде с использованием 5 байтового представления (где 1 бит отводится под знак числа, 4 бита - под смещённый порядок, остальные биты - под мантиссу).

4. Заданы два числа А=0.011101\*2111 и В=0.00110011\*210. Вычислить сумму, разность и произведение этих чисел. Результат привести к нормализованной форме.

**Вариант 19**

1. Запишите код действительного числа, интерпретируя его как величину типа Double.

а) 612,15625; б) -652,546875.

2. Дан код величины типа Double. Преобразуйте его в число.

а) 40664С0000000000; б) 40684С0000000000.

3. Представить число -32,125 в машинном виде с использованием 3 байтового представления (где 1 бит отводится под знак числа, 6 бит - под смещённый порядок, остальные биты - под мантиссу).

4. Заданы два числа А=0.011011\*2101 и В=0.00100011\*2100. Вычислить сумму, разность и произведение этих чисел. Результат привести к нормализованной форме.

**Вариант 20**

1. Запишите код действительного числа, интерпретируя его как величину типа Single.

а) -575,375; б) 983,375.

2. Дан код величины типа Double. Преобразуйте его в число.

а) С088440000000000; б) С0696С0000000000.

3. Представить число -33,75 в машинном виде с использованием 3 байтового представления (где 1 бит отводится под знак числа, 6 бит - под смещённый порядок, остальные биты - под мантиссу).

4. Заданы два числа А=0.00110011\*2110 и В=0.0101011\*210. Вычислить сумму, разность и произведение этих чисел. Результат привести к нормализованной форме.

**Вариант 21**

1. Запишите код действительного числа, интерпретируя его как величину типа Double.

а) -503,15625; б) 339,375.

2. Дан код величины типа Double. Преобразуйте его в число.

а) С06ЕА50000000000; б) С08Е230000000000.

3. Представить число -17,825 в машинном виде с использованием 6 байтового представления (где 1 бит отводится под знак числа, 9 бит - под смещённый порядок, остальные биты - под мантиссу).

4. Заданы два числа А=0.00111011\*2111 и В=0.001110011\*2100. Вычислить сумму, разность и произведение этих чисел. Результат привести к нормализованной форме.

**Вариант 22**

1. Запишите код действительного числа, интерпретируя его как величину типа Single.

a) -654,546875; 6) 494,375.

2. Дан код величины типа Double. Преобразуйте его в число.

a) C0642G0000000000; 6) C082F14000000000.

3. Представить число 14,95 в машинном виде с использованием 4 байтового представления (где 1 бит отводится под знак числа, 6 бит - под смещённый порядок, остальные биты - под мантиссу).

4. Заданы два числа А=0.00100101\*21111 и В=0.00101011\*210. Вычислить сумму, разность и произведение этих чисел. Результат привести к нормализованной форме.

**Вариант 23**

1. Запишите код действительного числа, интерпретируя его как величину типа Double.

a) 446,15625; 6) -455,375

2. Дан код величины типа Double. Преобразуйте его в число.

a) 408B894000000000; б) С089930000000000.

3. Представить число -8,458 в машинном виде с использованием 3 байтового представления (где 1 бит отводится под знак числа, 4 бита - под смещённый порядок, остальные биты - под мантиссу).

4. Заданы два числа А=0.0110111\*2110 и В=0.001010111\*2100. Вычислить сумму, разность и произведение этих чисел. Результат привести к нормализованной форме.

**Вариант 24**

1. Запишите код действительного числа, интерпретируя его как величину типа Single.

a) 279,375; 6) -838,15625.

2. Дан код величины типа Double. Преобразуйте его в число.

a) 4081C94000000000; 6) 403D800000000000.

3. Представить число -32,85 в машинном виде с использованием 4 байтового представления (где 1 бит отводится под знак числа, 8 бит - под смещённый порядок, остальные биты - под мантиссу).

4. Заданы два числа А=0.00111001\*2111 и В=0.00101011\*2110. Вычислить сумму, разность и произведение этих чисел. Результат привести к нормализованной форме.

**Вариант 25**

1. Запишите код действительного числа, интерпретируя его как величину типа Double.

a) 300,546875; 6) -400,15625.

2. Дан код величины типа Double. Преобразуйте его в число.

a) 408EFB0000000000; 6) 4078D28000000000.

3. Представить число 32,125 в машинном виде с использованием 4 байтового представления (где 1 бит отводится под знак числа, 7 бит - под смещённый порядок, остальные биты - под мантиссу).

4. Заданы два числа А=0.0100101\*2111 и В=0.00101011\*2101. Вычислить сумму, разность и произведение этих чисел. Результат привести к нормализованной форме.

**Контрольные вопросы:**

* 1. Как получить прямой и дополнительный коды целого числа?
  2. Как представляются действительные числа в памяти ЭВМ?
  3. Как получить числа в нормализованной форме?
  4. Как выполняются арифметические операции над нормализованными числами?

# Лабораторная работа №6

# Логические операции, равносильность формул

***Цель работы.*** *Изучить логические операции и основные равносильности алгебры логики, научиться составлять таблицы истинности для формул алгебры логики и преобразовывать формулы, используя основные равносильности и правила поглощения.*

Рассмотрим следующие операции: отрицание, конъюнкцию, дизъюнкцию, импликацию и эквиваленцию.

Элементарные высказывания обозначаются прописными буквами латинского алфавита: **А, В, С... X, Y, Z***.*

А= «Иванов разбил окно»,

В= «Петров разбил окно».

**Задание 1**

Постройте таблицы истинности для высказываний

1. ;
2. ;
3. ;
4. ;
5. ;
6. ;
7. ;
8. ;
9. ;
10. .

**Методические указания.**

**1. Отрицание**

Логическая операция, соответствующая логической связке «не» («Неверно, что») называется отрицанием***.*** В результате этой операции получается высказывание ложное, если исходное высказывание истинно, и истинное, если исходное высказывание ложно.

|  |  |
| --- | --- |
| *Х* |  |
| 1 | 0 |
| 0 | 1 |

Отрицание высказывания **X**обозначается *.*

**2. Конъюнкция**

Логическая операция, соответствующая союзу «и» (или близким по смыслу союзам «а» и «но»), называется конъюнкцией.В результате конъюнкции получается высказывание, истинное тогда и только тогда, когда оба элементарных высказывания *X* и *Y* истинны.

Используются обозначения: ***X* ∧ *Y, X* & *Y*.**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| *X* | *Y* | *X ∧Y* |
| 1 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 0 |
| 0 | 0 | 0 |

**3. Дизъюнкция**

Логическая операция, соответствующая союзу «или», называется дизъюнкцией***.***В результате этой операции образуется высказывание, ложное тогда и только тогда, когда оба составных высказывания ложны. Дизъюнкция обозначается **X ∨ Y**.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| *X* | *Y* | *X* ∨ *Y* |
| 1 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 1 |
| 0 | 0 | 0 |

**4. Импликация**

Логическая операция, имеющая вид «если *X,* то *Y*», называется импликацией.Высказывание *X* именуется посылкой (или антецедентом – предшествующим по-латыни), *Y –* заключением (или консеквентом – последующим). В результате импликации получается высказывание, ложное тогда и только тогда, когда посылка истинна, а заключение ложно. Обозначается импликация ***X → Y***

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| *X* | Y | *X→Y* |
| 1 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 |
| 0 | 0 | 1 |

**5. Эквиваленция**

Логическая операция, соответствующая сложному союзу «тогда и только тогда, когда», «в том и только в том случае», «если и только если», называется эквиваленцией***.*** Врезультате этой операции образуется высказывание, истинное тогда и только тогда, когда оба составляющих его элементарных высказывания истинны или оба ложны.

Эквиваленция обозначается ***X ↔ Y***.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| *X* | *Y* | *X↔ Y* |
| 1 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 0 |
| 0 | 0 | 1 |

Приоритеты логических операций:

1. отрицание
2. конъюнкция
3. дизъюнкция
4. импликация
5. эквиваленция.

Это позволяет упрощать запись, избавляясь от лишних скобок.

**Пример**

Построить таблицу истинности для высказывания .

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| X | Y |  |  |  |
| 0 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 0 | 0 |

**Задание 2**

Используя основные равносильности алгебры логики, докажите равносильность формул:

1. ;
2. ;
3. ;
4. ;
5. ;
6. .

**Методические указания**

Основные равносильности алгебры логики

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| № | Дизъюнкция | Конъюнкция |  |
| 1 |  |  | Коммутативные |
| 2 |  |  | Ассоциативные |
| 3 |  |  | Дистрибутивные |
| 4 |  |  | Идемпотентные |
| 5 |  |  | Законы де Моргана |
| 6 |  |  | Законы действий  с 0 и 1 |
| 7 |  |  |
| 8 |  |  |  |
| 9 |  |  | Законы поглощения |
| 10 |  |  |

Равносильности для импликации и эквиваленции, закон двойного отрицания

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 11 |  |  |
| 12 |  |  |
| 13 |  | Закон конрапозиции |
| 14 |  |  |

**Пример**

Доказать, что.

**Решение**

Закон единицы для конъюнкции позволяет заменить X на X&1:

X(X&Y) (X&1)  (X&Y).

Используя дистрибутивный закон, вынесем *X* заскобки:

X (X&Y) (X&1)(X&Y) X&(1Y).

Закон единицы для дизъюнкции гласит 1Y1, а закон единицы для дизъюнкции X&1X позволяет получить искомое выражение:

X(X&Y)(X&1)(X&Y)X&(1Y)X&1X*,* что требовалось доказать.

**Задание 3**

Используя основные равносильности алгебры логики, а также равносильности, упростите формулы:

1. ;
2. ;
3. ;
4. ;
5. ;
6. ;
7. ;
8. ;
9. .

**Методические указания.**

**Пример.**

Используя основные равносильности алгебры логики, а также равносильности  и , упростить формулу .

**Решение**



Ответ: 

**Задание 4 (обобщающее)**

**Методические указания**

Логическую операцию «конъюнкция» в формулах алгебры логики можно опускать, т.е. выражение *А&В* можно записывать в виде *АВ.*

**Пример.** Для заданного высказывания .

1. построить таблицу истинности;
2. упростить высказывание, используя равносильные преобразования;
3. полученный результат проверить, построив для него таблицу истинности.

**Решение.**

1. Таблица истинности:

Пусть 

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| X | Y | Z |  |  |  |  | **U** |
| 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | **1** |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | **1** |
| 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | **0** |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | **1** |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | **1** |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | **1** |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | **1** |
| 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | **1** |

1. Выполнить равносильные преобразования, используя  и , имеем:



(в последнем преобразовании для первого и третьего слагаемых использовали правило поглощения (1), далее использовать другое правило поглощения  (2), получили)

.

Еще раз использовали правило поглощения (2).

3) Для полученного выражения построить таблицу истинности:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| X | Y | Z |  |  |  |
| 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | **1** |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | **1** |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | **0** |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | **1** |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | **1** |
| 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | **1** |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | **1** |
| 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | **1** |

Результирующие (последние) столбцы в двух таблицах совпали, следовательно, выполненные преобразования верны.

# Задания для самостоятельной работы

Для заданного логического выражения (высказывания):

1. построить таблицу истинности;
2. упростить высказывание, используя равносильные преобразования;
3. полученный результат проверить, построив для него таблицу истинности.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Вариант |  | Вариант |  |
| 1. |  | 2. |  |
| 3. |  | 4. |  |
| 5. |  | 6. |  |
| 7. |  | 8. |  |
| 9. |  | 10. |  |
| 11. |  | 12. |  |
| 13. |  | 14. |  |
| 15. |  | 16. |  |
| 17. |  | 18. |  |
| 19. |  | 20. |  |
| 21. |  | 22. |  |
| 23. |  | 24. |  |
| 25. |  | 26. |  |

# Лабораторная работа №7

# Приложения алгебры логики

***Цель работы.*** *Изучить приложения алгебры логики к построению электронных схем и решению логических задач.*

Логические элементы на комбинационных схемах имеют обозначения:

 Отрицание

 Дизъюнкция

 Конъюнкция

Например, схеме соответствует формула a&b&c, или abc, в которой символ конъюнкции опущен.





А схема реализует формулу

**Задание 1**

Для заданной комбинационной схемы построить аналитическое выражение и, если возможно, равносильную ей упрощенную схему.

Здесь U=x1x2, V=x3x4,















,

.

Преобразуем последнее выражение по закону де Моргана. Получаем .

Используя законы ассоциативности и правила приоритета логических операций, получаем . Осталось воспользоваться правилом поглощения , в результате получим упрощенную формулу, равносильную данной .

Ей соответствует упрощенная комбинационная схема



**Задание 2**

Для заданной логической таблицы функции *y(a,b,c)* записать аналитическое выражение и построить комбинационную схему.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| *a* | *b* | *c* | *y* |
| 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 1 |

Рассмотрим строки таблицы, в которых функция принимает значение 1. На базе этих строк построим элементарные конъюнкции по следующему правилу: единицу заменим именем аргумента, а нуль – именем аргумента с отрицанием. Полученные таким образом элементарные конъюнкции соединим знаками дизъюнкции. Для рассматриваемого примера имеем

.

Объединим первое и четвертое слагаемые и вынесем за скобки *bc*, получаем . Объединим первое и второе слагаемые, вынесем за скобки *с*, а к выражению в скобках применим правило поглощения: 

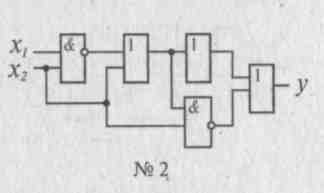
Получаем Найденному аналитическому выражению соответствует схема



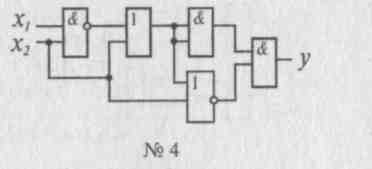
# Задания для самостоятельной работы

**Задание 1**

Для заданной комбинационной схемы постройте аналитическое выражение, упростите его с помощью равносильных преобразований и, если возможно, нарисуйте упрощенную схему.











**Задание 2**

Для заданной логической таблицы функции *y(a,b,c))* запишите аналитическое выражение и постройте комбинационную схему.



|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Вариант 1   |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | | A | b | c | y | | 0 | 0 | 0 | 0 | | 0 | 0 | 1 | 1 | | 0 | 1 | 0 | 1 | | 0 | 1 | 1 | 1 | | 1 | 0 | 0 | 0 | | 1 | 0 | 1 | 0 | | 1 | 1 | 0 | 1 | | 1 | 1 | 1 | 0 | | Вариант 2   |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | | A | b | c | y | | 0 | 0 | 0 | 1 | | 0 | 0 | 1 | 0 | | 0 | 1 | 0 | 1 | | 0 | 1 | 1 | 0 | | 1 | 0 | 0 | 1 | | 1 | 0 | 1 | 0 | | 1 | 1 | 0 | 1 | | 1 | 1 | 1 | 0 | |
| Вариант 3   |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | | *A* | *b* | *c* | *y* | | 0 | 0 | 0 | 0 | | 0 | 0 | 1 | 1 | | 0 | 1 | 0 | 1 | | 0 | 1 | 1 | 0 | | 1 | 0 | 0 | 1 | | 1 | 0 | 1 | 0 | | 1 | 1 | 0 | 1 | | 1 | 1 | 1 | 1 | | Вариант 4   |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | | *A* | *b* | *c* | *y* | | 0 | 0 | 0 | 1 | | 0 | 0 | 1 | 0 | | 0 | 1 | 0 | 1 | | 0 | 1 | 1 | 0 | | 1 | 0 | 0 | 1 | | 1 | 0 | 1 | 1 | | 1 | 1 | 0 | 0 | | 1 | 1 | 1 | 0 | |
| Вариант 5   |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | | *A* | *b* | *c* | *y* | | 0 | 0 | 0 | 1 | | 0 | 0 | 1 | 1 | | 0 | 1 | 0 | 1 | | 0 | 1 | 1 | 0 | | 1 | 0 | 0 | 1 | | 1 | 0 | 1 | 0 | | 1 | 1 | 0 | 0 | | 1 | 1 | 1 | 0 | | Вариант 6   |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | | *A* | *b* | *c* | *y* | | 0 | 0 | 0 | 0 | | 0 | 0 | 1 | 1 | | 0 | 1 | 0 | 1 | | 0 | 1 | 1 | 0 | | 1 | 0 | 0 | 1 | | 1 | 0 | 1 | 1 | | 1 | 1 | 0 | 0 | | 1 | 1 | 1 | 1 | |
| Вариант 7   |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | | *A* | *b* | *c* | *y* | | 0 | 0 | 0 | 0 | | 0 | 0 | 1 | 1 | | 0 | 1 | 0 | 0 | | 0 | 1 | 1 | 0 | | 1 | 0 | 0 | 0 | | 1 | 0 | 1 | 1 | | 1 | 1 | 0 | 1 | | 1 | 1 | 1 | 1 | | Вариант 8   |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | | *A* | *b* | *c* | *y* | | 0 | 0 | 0 | 1 | | 0 | 0 | 1 | 1 | | 0 | 1 | 0 | 0 | | 0 | 1 | 1 | 1 | | 1 | 0 | 0 | 1 | | 1 | 0 | 1 | 0 | | 1 | 1 | 0 | 0 | | 1 | 1 | 1 | 0 | |
| Вариант 9   |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | | *A* | *b* | *c* | *y* | | 0 | 0 | 0 | 1 | | 0 | 0 | 1 | 0 | | 0 | 1 | 0 | 0 | | 0 | 1 | 1 | 0 | | 1 | 0 | 0 | 1 | | 1 | 0 | 1 | 0 | | 1 | 1 | 0 | 1 | | 1 | 1 | 1 | 1 | | Вариант 10   |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | | *A* | *b* | *c* | *y* | | 0 | 0 | 0 | 0 | | 0 | 0 | 1 | 0 | | 0 | 1 | 0 | 1 | | 0 | 1 | 1 | 1 | | 1 | 0 | 0 | 1 | | 1 | 0 | 1 | 0 | | 1 | 1 | 0 | 1 | | 1 | 1 | 1 | 1 | |
| Вариант 11   |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | | *A* | *b* | *c* | *y* | | 0 | 0 | 0 | 0 | | 0 | 0 | 1 | 0 | | 0 | 1 | 0 | 1 | | 0 | 1 | 1 | 0 | | 1 | 0 | 0 | 1 | | 1 | 0 | 1 | 1 | | 1 | 1 | 0 | 1 | | 1 | 1 | 1 | 1 | | Вариант 12   |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | | *A* | *b* | *c* | *y* | | 0 | 0 | 0 | 1 | | 0 | 0 | 1 | 1 | | 0 | 1 | 0 | 0 | | 0 | 1 | 1 | 1 | | 1 | 0 | 0 | 0 | | 1 | 0 | 1 | 0 | | 1 | 1 | 0 | 1 | | 1 | 1 | 1 | 1 | |
| Вариант 13   |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | | *A* | *b* | *c* | *y* | | 0 | 0 | 0 | 1 | | 0 | 0 | 1 | 0 | | 0 | 1 | 0 | 0 | | 0 | 1 | 1 | 1 | | 1 | 0 | 0 | 1 | | 1 | 0 | 1 | 0 | | 1 | 1 | 0 | 1 | | 1 | 1 | 1 | 0 | | Вариант 14   |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | | *A* | *b* | *c* | *y* | | 0 | 0 | 0 | 1 | | 0 | 0 | 1 | 1 | | 0 | 1 | 0 | 1 | | 0 | 1 | 1 | 1 | | 1 | 0 | 0 | 1 | | 1 | 0 | 1 | 0 | | 1 | 1 | 0 | 0 | | 1 | 1 | 1 | 0 | |
| Вариант 15   |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | | *A* | *b* | *c* | *y* | | 0 | 0 | 0 | 0 | | 0 | 0 | 1 | 1 | | 0 | 1 | 0 | 1 | | 0 | 1 | 1 | 1 | | 1 | 0 | 0 | 1 | | 1 | 0 | 1 | 0 | | 1 | 1 | 0 | 1 | | 1 | 1 | 1 | 0 | | Вариант 16   |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | | *A* | *b* | *c* | *y* | | 0 | 0 | 0 | 0 | | 0 | 0 | 1 | 0 | | 0 | 1 | 0 | 1 | | 0 | 1 | 1 | 1 | | 1 | 0 | 0 | 1 | | 1 | 0 | 1 | 1 | | 1 | 1 | 0 | 1 | | 1 | 1 | 1 | 0 | |
| Вариант 17   |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | | *A* | *b* | *c* | *y* | | 0 | 0 | 0 | 0 | | 0 | 0 | 1 | 0 | | 0 | 1 | 0 | 0 | | 0 | 1 | 1 | 0 | | 1 | 0 | 0 | 1 | | 1 | 0 | 1 | 1 | | 1 | 1 | 0 | 1 | | 1 | 1 | 1 | 1 | | Вариант 18   |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | | *A* | *b* | *c* | *y* | | 0 | 0 | 0 | 0 | | 0 | 0 | 1 | 1 | | 0 | 1 | 0 | 0 | | 0 | 1 | 1 | 0 | | 1 | 0 | 0 | 1 | | 1 | 0 | 1 | 1 | | 1 | 1 | 0 | 1 | | 1 | 1 | 1 | 1 | |
| Вариант 19   |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | | *A* | *b* | *c* | *y* | | 0 | 0 | 0 | 1 | | 0 | 0 | 1 | 1 | | 0 | 1 | 0 | 1 | | 0 | 1 | 1 | 0 | | 1 | 0 | 0 | 0 | | 1 | 0 | 1 | 1 | | 1 | 1 | 0 | 0 | | 1 | 1 | 1 | 1 | | Вариант 20   |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | | *A* | *b* | *c* | *y* | | 0 | 0 | 0 | 1 | | 0 | 0 | 1 | 1 | | 0 | 1 | 0 | 0 | | 0 | 1 | 1 | 1 | | 1 | 0 | 0 | 1 | | 1 | 0 | 1 | 0 | | 1 | 1 | 0 | 0 | | 1 | 1 | 1 | 1 | |
| Вариант 21   |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | | *A* | *b* | *c* | *y* | | 0 | 0 | 0 | 1 | | 0 | 0 | 1 | 0 | | 0 | 1 | 0 | 1 | | 0 | 1 | 1 | 1 | | 1 | 0 | 0 | 0 | | 1 | 0 | 1 | 0 | | 1 | 1 | 0 | 1 | | 1 | 1 | 1 | 1 | | Вариант 22   |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | | *A* | *b* | *c* | *y* | | 0 | 0 | 0 | 0 | | 0 | 0 | 1 | 1 | | 0 | 1 | 0 | 1 | | 0 | 1 | 1 | 1 | | 1 | 0 | 0 | 0 | | 1 | 0 | 1 | 0 | | 1 | 1 | 0 | 1 | | 1 | 1 | 1 | 1 | |
| Вариант 23   |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | | *A* | *b* | *c* | *y* | | 0 | 0 | 0 | 1 | | 0 | 0 | 1 | 0 | | 0 | 1 | 0 | 0 | | 0 | 1 | 1 | 1 | | 1 | 0 | 0 | 1 | | 1 | 0 | 1 | 1 | | 1 | 1 | 0 | 1 | | 1 | 1 | 1 | 0 | | Вариант 24   |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | | *A* | *b* | *c* | *y* | | 0 | 0 | 0 | 1 | | 0 | 0 | 1 | 0 | | 0 | 1 | 0 | 0 | | 0 | 1 | 1 | 1 | | 1 | 0 | 0 | 1 | | 1 | 0 | 1 | 1 | | 1 | 1 | 0 | 0 | | 1 | 1 | 1 | 1 | |
| Вариант 25   |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | | *A* | *b* | *c* | *y* | | 0 | 0 | 0 | 1 | | 0 | 0 | 1 | 0 | | 0 | 1 | 0 | 1 | | 0 | 1 | 1 | 0 | | 1 | 0 | 0 | 1 | | 1 | 0 | 1 | 0 | | 1 | 1 | 0 | 1 | | 1 | 1 | 1 | 1 | |  |

**Решение логических задач средствами алгебры логики**

**Задание 3**

Рассмотрим задачу «Кто есть кто?», вошедшую в большинство учебников по математической логике.

По подозрению в совершенном преступлении задержаны Браун, Джон и Смит. Один из них – известный мошенник, другой – малоизвестный чиновник, третий – уважаемый старик. Известно, что старик всегда говорит правду, мошенник всегда лжет, а чиновник в одном случае лжет, в другом говорит правду. Их высказывания:

Браун: «Я совершил преступление, Джон невиновен».

Джон: «Преступник - Смит, Браун невиновен».

Смит: «Я невиновен, виновен Браун».

Определите имя старика, чиновника и мошенника и кто из них виновен в преступлении, если известно, что преступник только один.

**Решение**

Обозначим буквами *Б, Д, С* соответственно высказывания: «виновен Браун», «виновен Джон», «виновен Смит». Тогда их утверждениям соответствуют формулы   . Запишем в виде таблицы смысловое значение этих формул.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Высказывания | Виновен Браун | Виновен Джон | Виновен Смит |
| Браун | Да | Нет |  |
| Джон | Нет |  | Да |
| Смит | Да |  | Нет |

По условию задачи один из них всегда лжет, т.е. одно из высказываний ложно. Так как кто-то всегда говорит правду, то одно из них истинно. Высказывание третьего также будет ложным как конъюнкция лжи и истины. Следовательно, из условия задачи вытекает, что только одно из этих высказываний может быть истинным. Получим истинную формулу:

.

Составим для этой формулы таблицу истинности:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| № п/п | *Б* | *Д* | *С* |  |  |  |  |  |  | *U* |
| I | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | I | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 2 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 3 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 4 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 5 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 6 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 7 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 8 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

Из таблицы видно, что формула истинна только в пяти случаях, причем только в четырех из них истинна только одна конъюнкция, это строки с номерами 2, 4, 6, 7. Так как преступник только один, столбцы *Б, Д,* С должны содержать только одну единицу и два нуля. В строках 4, 6, 7 оказывается по два истинных высказывания. Следовательно, остается только один случай, описанный строкой 2. Таким образом, определяем преступника – это Смит.

Так как преступник Смит, Джон говорил правду, а значит, старика зовут Джон. Оба высказывания Смита «Я не виновен» и «виновен Браун» ложны, так как мы уже знаем, что виновен он. Следовательно, Смит дважды лжет, и он – мошенник по условию задачи. Одно из высказываний Брауна: «Я совершил преступление» – ложно, а другое: «Джон невиновен» – истинно. Следовательно, Браун – чиновник.

Ответ: Джон – старик, Смит – мошенник (он же преступник), Браун – чиновник.

**Пример**

Алекс, Боб, Джек и Сэм учатся в разных группах. Вот что они говорят:

Алекс: «Я студент 3-й группы, Сэм - 1-й». Боб: «Я студент 3-й группы, Алекс - 2-й». Сэм: «Я студент 2-й группы, Боб – 4-й».

Известно, чтобы запутать слушателей, каждый из них в одном высказывании говорит ложь, в другом правду. Определите, в какой из четырех групп учится каждый студент.

**Решение**

Обозначим Ак, Бк, Дк, Ск высказывания «Алекс студент К-й группы», «Боб студент К-й группы», «Джек студент К-й группы», «Сэм студент К-й группы».

Рассмотрим высказывание Алекса, и предположим, что , тогда . Тогда в высказывании Боба  (так как истина - «Алекс учится в 3-й группе») и Б3 = 1, а в высказывании Сэма Б4 = 0 (так как истина - «Боб учится в 3-й группе») и С2 = 1.

Получили истинность высказываний: , А3, . Этого не может быть, по условию задачи они студенты разных групп, а мы получили, что Алекс и Боб учатся в 3-й группе.

Пусть в высказывании Алекса А3 = 0, и  *=* 1. Тогда в высказывании Сэма = 0 и Б4 = 1, а в высказывании Боба А2 = 1, а  = 0. В этом случае истинны высказывания: , , Б4.

Ответ: В 1-й группе учится Сэм, во 2-й - Алекс, в 3-й - Джек, в 4-й - Боб.

**Задание 4 (для самостоятельной работы)**

1. Кто из студентов А, В, С изучал информатику, если высказывание «Если изучал А, то и В изучал тоже» истинно, а «Если изучал С, то изучал и В» - ложно.
2. Определите, кто из трех студентов сдал экзамен, если известно:
3. «Если сдал первый, то и второй сдал».
4. «Если сдал второй, то и третий сдал».
5. «Если сдал третий, то второй сдал, а первый нет».

*Указание.* Решение постройте на основе таблицы истинности.

3) На экзамене пять студентов набрали 30, 35, 40, 45, 50 баллов. На вопрос: «Какой у вас балл?» они ответили следующее: Ален: «У меня – 30, у Джона – 40».

Боб: «У меня – 30, у Петра – 35». Петр: «У меня – 30, у Джона – 45». Джон: «У меня – 40, у Майкла – 50».

Майкл: «У меня – 50, у Алена – 45».

Сколько баллов набрал каждый из них, если в их утверждениях одно ложное, а другое истинное?

4) Четырех друзей пригласили на праздник. Известно:

1. Если пришел первый, то и второй тоже.
2. Если пришел второй, то не пришел первый или пришел третий.
3. Если пришел четвертый, то и первый тоже.
4. Если четвертый не пришел, то первый пришел, а третий - нет.

Определите, кто из них присутствовал на празднике.

*Указание.* Решение постройте на основе таблицы истинности.

5) После сдачи экзамена студенты придумали игру. Каждый из них информировал о результатах экзамена так, что одно из утверждений было ложно, а другое истинно.

1. «А набрал 90 баллов, а В – 60».
2. «А набрал 80 баллов, a F – 50».
3. «С набрал 80 баллов, a F – 70».
4. «С набрал 90 баллов, a D – 80».
5. «Е набрал 100 баллов, а В – 80».

Известно, что равное количество баллов не получил никто. Кто и какие баллы набрал в действительности?

**Контрольные вопросы**

1. Постройте участки комбинационных схем, соответствующие дизъюнкции, конъюнкции, импликации и эквиваленции.
2. Какие равносильности алгебры логики позволяют упростить комбинационные схемы?
3. Оптимизируйте аналитически заданную функцию

.

4. Постройте комбинационную схему, реализующую логическую функцию .

# СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Акулов О.А. Информатика: базовый курс : учеб. пособие для студентов вузов / О.А. Акулов, Н.В. Медведев. – М. : Омега-Л, 2005.– 552 с.
2. Борисов, Р.С. Информатика (базовый курс) : учеб. пособие / Р.С. Борисов А.В.Лобан. – М. : Российский государственный университет правосудия, 2014. – 304 с.
3. Могилев А.В. Информатика : учеб. пособие для студ. высш. учеб. заведений / А.В. Могилев, Н.И. Пак, Е.К. Хеннер. – М. : Академия, 2008. – 848 с.
4. Могилев А.В. Практикум по информатике : учеб. пособие для студ. высш. учеб. заведений / А.В. Могилев, Н.И. Пак, Е.К. Хеннер. – М. : Академия, 2008. – 608 с.

**Учебное издание**

**Амаева Лиана Анатолиевна**

**Вотякова Лилия Радисовна**

кандидат педагогических наук

**ИНФОРМАТИКА**

**ЛАБОРАТОРНЫЙ ПРАКТИКУМ**

**Часть I**

Корректор Белова И.М.

Худ. редактор Фёдорова Л.Г.

Сдано в набор 20.10.16.

Подписано в печать 24.10.16.

Бумага писчая. Гарнитура Таймс.

Усл. печ. л. 5,4. Тираж 100 экз.

Заказ № 48.

НХТИ ФГБОУ ВО «КНИТУ»,

г. Нижнекамск, 423570, ул. 30 лет Победы, д. 5а.