

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Нижекамский химико-технологический институт (филиал)
федерального государственного бюджетного образовательного
учреждения высшего профессионального образования
«Казанский национальный исследовательский технологический
университет»

Д.Б. Вафин

ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ
РАБОТЫ ПО ФИЗИКЕ

ЧАСТЬ 3

УЧЕБНОЕ ПОСОБИЕ

Нижекамск
2012

УДК 53(075.8)
ББК 22.3я7
В 23

Печатается по решению редакционно-издательского совета
Нижекамского химико-технологического института (филиала)
ФГБОУ ВПО «КНИТУ».

Рецензенты:

Махиянов Н., кандидат физико-математических наук;
Шарипов М.Р., доктор философских наук.

Вафин, Д.Б.

В 23 Задания для самостоятельной работы по физике. Часть 3 : учебное пособие / Д.Б. Вафин. – Нижнекамск : Нижнекамский химико-технологический институт (филиал) ФГБОУ ВПО «КНИТУ», 2012. – 166 с.

Приведены основные определения и формулы по геометрической и волновой оптике, по квантовой и ядерной физике. Даны задания для организации самостоятельной работы по физике в виде выполнения расчетно-графических работ. В данном сборнике даются задания для двух работ (РГР31, РГР32). РГР31 включает задачи по геометрической и волновой оптике, а РГР32 задания по квантовой оптике, атомной и ядерной физике. Каждое задание включает 35 вариантов задач.

Задания предназначены для студентов инженерных специальностей.

УДК 53(075.8)
ББК 22.3я7

© Вафин Д.Б., 2012
© Нижнекамский химико-технологический
институт (филиал) ФГБОУ ВПО «КНИТУ», 2012

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	4
1. Геометрическая и волновая оптика.....	10
1.1. Основные законы и формулы.....	10
1.2. Примеры решения и оформления задач.....	44
1.3. Расчетно-графическая работа РГР 31.....	61
2. Квантовая оптика, атомная и ядерная физика.....	74
2.1. Основные формулы по квантовой и атомной физике....	74
2.2. Примеры решения и оформления задач.....	108
2.3. Основные законы и формулы по ядерной физике.....	122
2.4. Примеры решения задач по ядерной физике.....	137
2.5. Расчетно-графическая работа РГР 32.....	141
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	153
ЛИТЕРАТУРА	154
ПРИЛОЖЕНИЕ	155

ВВЕДЕНИЕ

Оптика - раздел физики, изучающий свойства и физическую природу света, а также его взаимодействие с веществом. Под светом понимают не только видимый свет, но и примыкающие к нему широкие области спектра электромагнитного излучения – инфракрасную и ультрафиолетовую. Различные участки спектра электромагнитного излучения отличаются друг от друга длиной волны λ и частотой ν – величинами, характеризующими не только волновые, но и квантовые свойства электромагнитного излучения.

Свет – основной источник информации об окружающем нас мире. Излучение, испускаемое каким-либо источником, несет в себе богатую информацию о химическом составе вещества, его агрегатном состоянии, температуре, о физических и химических процессах, протекающих в нем. Эта информация закодирована в сравнительно легко измеряемых параметрах – мощности излучения в отдельных участках спектра, а также в ширине и форме наблюдаемых спектральных линий.

С древнейших времен предпринимались попытки разгадать сущность света. Так, Пифагор (род. в 570 г. до Р.Х.) и Ньютон (1643 – 1727 гг.) считали, что свет – это поток частиц, испускаемых светящимся телом, т. е. действие источника на приемник осуществляется посредством переноса вещества. Аристотель (384 – 322 до Р.Х.) и Гюйгенс (1629 – 1695 гг.), наоборот, предлагали рассматривать свет как упругие волны в светоносной среде – эфире (без переноса вещества).

Исследования Т. Юнга (1773 – 1829 гг.) и Френеля интерференции и дифракции света привели в начале XIX в. к настоящему триумфу волновой теории. Кроме того, блестящим подтверждением волновых представлений стала электродинамика Максвелла (1831 – 1879 гг.), связавшая воедино электрические, магнитные и оптические явления, согласно которой свет – это электромагнитные волны определенного диапазона частот.



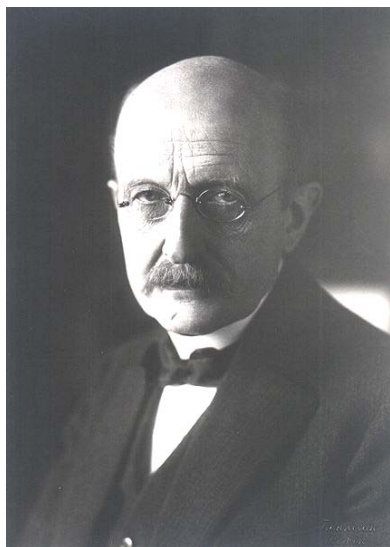
Христиан Гюйгенс
(1629-1695)



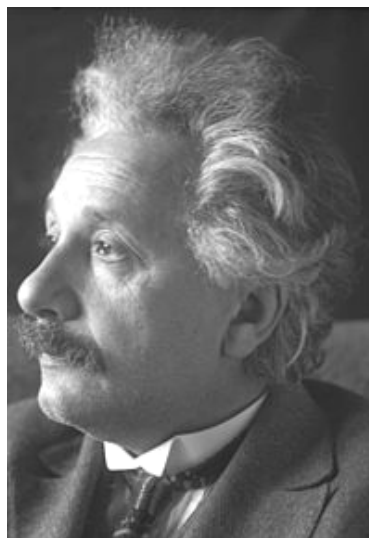
Огюстен Жан Френель
(1788-1827)

Однако в начале XX в. совершается «... самая большая и самая глубокая революция, которую натуральная философия претерпела со времени Ньютона» (А. Пуанкаре): при построении теории равновесного теплового излучения М. Планк (1858 – 1947 гг.) вводит в физику понятие кванта действия h (постоянная Планка) и элементов (порций) энергии h . Анализируя новую теорию А. Эйнштейн (1879 – 1955 гг.) отмечал: «Теория Планка ведет к следующему предположению. Если излучающий резонатор, в самом деле, может иметь только значения энергии, кратные h , то напрашивается предположение, что излучение испускается и поглощается вообще только квантами с такой энергией». Идею квантования А. Эйнштейн использовал для представления электромагнитного поля в виде локализованных в пространстве квантов энергии (фотонов). Соответствующая гипотеза, выдвинутая им в 1905 г., означала возврат к корпускулярным воззрениям Ньютона. Однако, как совместить корпускулярные представления о свете с волновым характером его распространения, наиболее проявляющимся при интерференции и дифракции? Так как волновой подход не позволяет описать корпускулярные свойства света, а описание движения фотона как частицы не может использоваться для рассмотрения интерференции и ди-

фракции, в фундамент новой теории необходимо положить качественно иные понятия и категории, на базе которых возможна непротиворечивая интерпретация результатов эксперимента.



Макс Планк
(1853 – 1947)



Альберт Эйнштейн
(1879 – 1956)

Простейшие оптические явления, например получение изображений в оптических приборах, могут быть поняты в рамках так называемой геометрической оптики. Для понимания более сложных явлений нужна уже физическая оптика, рассматривающая эти явления в связи с физической природой света. В современной волновой теории говорят, что свет – это распространение в пространстве взаимноперпендикулярных колебаний напряженностей электрического и магнитного полей. Однако классическая физика оказалась недостаточной для истолкования явлений атомного масштаба. Потребовалось введение квантовых представлений. Такая теория была построена путем последовательного применения к электромагнитному полю идей квантовой механики, что привело к созданию Р. Фейнманом (1918 – 1988 гг.), Дж. Швингером (1918 – 1994 гг.) и С. Томонагой (1906 – 1979 гг.) квантовой электродинамики. По корпускулярной теории свет представляет собой поток мельчайших частиц – фотонов. К световым кор-

пускулам классические представления о движении не применимы. Для того чтобы дать правильную картину строения вещества, атома, ядра требуется квантовая физика. Интерференция и дифракция света доказывает, что в этих явлениях свет ведет себя как волны. Фотоэффект, комтоновское рассеяние рентгеновских лучей доказывают, что здесь свет ведет себя как поток частиц. Вообще, явления распространения света правильно описываются в рамках волновой теории, а для описания взаимодействия света и вещества необходимы корпускулярные представления.

Для физика основной целью является познание окружающего мира. По мере поиска основ мироздания физики добрались до исходного строительного материала вещества – элементарных частиц. Главные исследования в последнее время ведутся в области изучения элементарных частиц, их свойств и взаимодействий. Устойчивость атомов обеспечивают так называемые ядерные силы, действующие между протонами и нейтронами независимо от их зарядов. Сильные взаимодействия проявляются между определенными элементарными частицами при их сближении на весьма малые расстояния порядка 10^{-15} м. Слабое взаимодействие осуществляется при взаимопревращении определенных сортов частиц. При удалении частиц друг от друга оно несущественно. Всем элементарным частицам присущи волновые свойства, которые значительно влияют на их поведение, особенно на небольших расстояниях. Без учета волновых свойств частиц, невозможно было бы разобраться ни в строении атомов и молекул, ни в свойствах элементарных частиц, ни в таких разделах физики, как ядерная физика и физика твердого тела. Вытекающие из представлений о волновой природе вещества основные положения и математический формализм составляют предмет квантовой механики.

Использование термина «элементарные частицы» становится чисто условным, когда уже открыты более 300 таких частиц. Наверное, более правильно говорить о частицах четырех типов: фотоне, электронных лептонах, мюонных лептонах и адронах. Разумно надеяться в будущем на возможное сокращение числа истинно элементарных частиц. Способность элементарных частиц к взаимным превращениям, совместимым с законами сохранения, вселяет надежду на существование единого общего поля, различными «квантовыми состояниями» которого и являются эти частицы. Теория единого поля могла бы предсказывать значения масс существующих «элементарных

частиц». Кроме того, такая теория снабдит нас способом вычисления силы электромагнитных взаимодействий и позволит объяснить сильные, слабые и гравитационные взаимодействия. Достигнуты определенные успехи в создании единой теории слабых и электромагнитных взаимодействий. В этой теории времена жизни мюона и нейтрона можно вычислить через заряд электрона.

Наши представления о свойствах окружающего физического мира прошли длинный путь со времен Аристотеля, когда все вокруг объяснялось комбинацией четырех основных элементов: Огня, Воды, Воздуха и Земли. В настоящее время квантовая электродинамика обеспечивает нам удовлетворительное объяснение строения обычного вещества. Однако мы до сих пор окончательно не выяснили, что же является действительно фундаментальным в пестром разнообразии элементарных частиц и присущих им взаимодействий.

В рамках объема часов, отведенных для самостоятельной работы, студенты выполняют расчетно-графические работы. Каждому студенту даются задания согласно своему варианту. Эти задания включают ряд типичных задач по оптике, атомной и ядерной физике. Для осмысленного решения предложенных заданий дается сводка формул по соответствующим разделам физики. Приведены примеры решения некоторых задач. В приложении приводится справочный материал, необходимый для решения задач.

Прежде чем приступить к решению задачи, необходим детальный анализ всей оптической схемы и явлений, происходящих при отражении света и при переходе через границу раздела сред. Для описания интерференции волн (как при собственно интерференции, так и при дифракции) удобно пользоваться понятием луча. Под осевым лучом понимается линия узкого светового пучка, распространяющегося от реального или мнимого источника в данную точку пространства. В некоторых оптических схемах используются тонкие линзы. Следует иметь в виду, что линзы обладают свойством таухронизма, т.е. не сообщают дополнительную разность хода лучам, которые сводятся линзой в одну точку.

В большинстве случаев необходимо сделать схематический рисунок, поясняющий суть задачи. В разделе “анализ” необходимо выполнить общее решение задачи в буквенных обозначениях. Искомая ве-

личина должна быть выражена через исходные данные. Анализ должен быть снабжен подробными пояснениями. Необходимо проверить правильность размерности общего решения.

В разделе “решение” в общее решение необходимо подставить исходные данные, предварительно приведенные в систему СИ и получить ответ. При решении задач по ядерной физике особое внимание надо обратить на правильность значений масс изотопов разных элементов. Необходимо использовать значения масс изотопов, взятые по соответствующим справочным таблицам. (В периодической системе элементов приводятся средние массы элементов, а не массы определенных изотопов). Следует также обратить внимание на то, что в некоторых справочниках приводятся значения масс ядер изотопов. Некоторые справочные данные приведены в приложении.

Расчетно – графическую работу следует оформить в простых учебных тетрадях в клетку. Графики можно начертить на миллиметровой бумаге. Для построения графиков допускается использование компьютера. При выполнении задания 326 требуется выполнить численное интегрирование функции Планка в определенных интервалах длин волн, что рекомендуется сделать с помощью компьютера. Остальные задания трудоемких вычислений не требуют, и могут быть сделаны с помощью инженерных калькуляторов. Там, где требуется построить графики, область изменения независимой переменной надо разделить на несколько интервалов и вычислить соответствующие значения искомой величины. Рекомендуется результаты расчетов оформить в виде таблицы и по найденным значениям функции построить график. При этом, анализируя формулу желательно определить область наибольшего изменения функции.

На обложке тетради необходимо указать название работы, фамилию и инициалы студента, № группы студента и № варианта работы.

1. ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ И ВОЛНОВАЯ ОПТИКА

1.1. Основные законы и формулы

Свет обладает как волновыми, так и корпускулярными свойствами.

С точки зрения современной волновой теории **свет – это распространение в пространстве взаимно-перпендикулярных колебаний напряженностей электрического поля E и магнитного поля H , т.е. является электромагнитной волной**. Электромагнитную волну с длиной волны λ и частотой ν можно представить в виде гармонических волн

$$E = E_0 \cos(\omega t - kx), \quad H = H_0 \cos(\omega t - kx),$$

где $k = \omega/u = 2\pi/\lambda$ – волновое число; $\omega = 2\pi\nu$ – циклическая частота; $u = \nu\lambda = \omega/k$ – фазовая скорость волны.

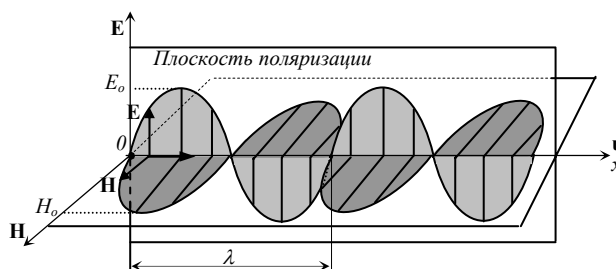


Рис. 1.1 Линейно поляризованная световая волна

Одной из основных характеристик электромагнитной волны является длина волны λ . Длина волны – это расстояние, на которое распространяется волна за время одного полного колебания: $\lambda = uT = u/\nu$, где T – период колебания; ν – частота колебания.

Под *оптическим излучением*, или *светом*, понимают не только видимый свет, но и примыкающие к нему широкие области спектра электромагнитного излучения – инфракрасную и ультрафиолетовую.

Электромагнитные волны, излучаемые нагретыми телами, длины волн которых лежат в пределах от 1 мм до 770 нм, называются *инфракрасным излучением* (ИК).

Видимый свет представляет собой электромагнитное излучение с длинами волн в вакууме от 770 до 380 нм.

Электромагнитное излучение с длинами волн в вакууме от 380 до 10 нм – это *ультрафиолетовое излучение* (УФ).

Световые ощущения в основном вызваны колебаниями напряженности электрического поля, поэтому вектор \mathbf{E} иногда называют световым вектором и рассматривают изменение данной величины.

Фазовая скорость электромагнитных волн зависит от диэлектрической и магнитной проницаемости среды:

$$u = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} \frac{1}{\sqrt{\varepsilon \mu}} = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon \mu}},$$

где $c = 1 / \sqrt{\varepsilon_0 \mu_0} \approx 3 \cdot 10^8$ м/с – скорость света в вакууме.

Излучение называется *монохроматическим*, если оно содержит очень узкий интервал длин волн $\Delta\lambda$ (или частот $\Delta\nu$). В видимой области монохроматическое излучение вызывает световое ощущение определенного цвета.

По корпускулярной теории *свет представляет собой поток мельчайших частиц – фотонов*. Энергия светового фотона – квант энергии определяется выражением

$$E = h\nu,$$

где $h = 6,626 \cdot 10^{-34}$ Дж·с – постоянная Планка.

У краев видимого спектра ($\lambda_{кр} = 760$ нм, $\lambda_{фл} = 400$ нм) данная формула дает следующие значения энергии фотонов: $E_{кр} \approx 1,6$ эВ, $E_{фл} \approx 3$ эВ.

В области рентгеновского и гамма-излучения на первый план выступают квантовые свойства.

Простейшие оптические явления, например возникновение теней и получение изображений в оптических приборах, могут быть поняты в рамках геометрической оптики. *Геометрическая оптика* основывается на четырех законах, установленных опытным путем: 1) закон прямолинейного распространения света; 2) закон независимости световых пучков; 3) закон зеркального отражения; 4) закон преломления света.

На основе законов прямолинейности распространения света и независимости световых пучков сложилось представление о *световых лучах*. В математическом смысле луч – это линия, вдоль которой распространяется свет. Под лучом в физическом смысле мы будем понимать конечный, но достаточно узкий световой пучок, который еще может существовать изолированно от других пучков.

Закон зеркального отражения света. Когда луч достигает плоской границы раздела двух прозрачных сред, он частично проходит во вторую среду (преломляется), частично возвращается обратно (отражается). Этот закон был известен еще древним грекам.

Закон отражения утверждает, что **падающий и отраженный лучи лежат в одной плоскости с нормалью к границе раздела в точке падения, которая называется плоскостью падения, причем угол отражения φ' равняется углу падения φ : $\varphi' = -\varphi$** (рис. 1.2).

Закон преломления света: **луч падающий, нормаль n к границе раздела двух сред, восстановленная из точки падения O , и преломленный луч лежат в одной плоскости, называемой плоскостью падения. При этом отношение синуса угла падения к синусу угла преломления не зависит от угла падения и для данной пары веществ есть величина постоянная, называемая относительным показателем преломления второй среды относительно первой:**

$$\frac{\sin \varphi}{\sin \psi} = n_{21}.$$

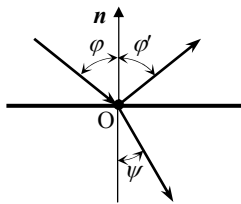


Рис. 1.2

Показатель преломления среды относительно вакуума называется **абсолютным показателем преломления** или просто показателем преломления:

$$n = \frac{c}{u},$$

где c и u – фазовые скорости световых волн в вакууме и веществе соответственно.

Пусть n_1, n_2 и u_1, u_2 – показатели преломления и фазовые скорости света в первой и во второй среде соответственно. Тогда относительный показатель преломления n_{21} выражается через них соотношением

$$n_{21} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{u_1}{u_2}.$$

Из данной формулы вытекает, что

$$n_{21} = 1/n_{12}.$$

Если $n_1 > n_2$, то говорят, что первая среда оптически более плотная, чем вторая. В этом случае $\psi > \varphi$, и при некотором угле падения φ_0 , удовлетворяющем условию

$$\sin \varphi_0 = n_{21},$$

преломленный луч скользит по границе раздела двух сред (рис.1.3). Угол φ_0 называется *предельным углом полного внутреннего отражения*. При углах падения $\varphi_1 > \varphi_0$ луч не преломляется, а полностью отражается от границы раздела сред. Это явление называется *полным внутренним отражением*.

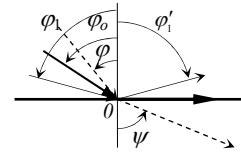


Рис.1.3

По волновой теории интенсивность света (яркость) определяется квадратом амплитуды напряженности электрического (магнитного) поля

$$I = \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{\epsilon_0 \epsilon}{\mu_0 \mu}} E^2.$$

Цвет зависит от длины волны, или частоты света.

Известно, что, когда пучок белого света проходит через стеклянную призму, происходит разложение этого света на все цвета радуги (дисперсионный спектр) (рис. 1.4). Это происходит из-за зависимости показателя преломления стекла от длины волны света. Так как абсолютный показатель преломления вещества определяется отношением скорости света в вакууме к скорости света в данной среде ($n = c/u$), скорость распространения света в веществе также зависит от длины волны.

Зависимость фазовой скорости распространения электромагнитных волн от длины волны, или от частоты, называется дисперсией света.

Падая на призму, волны различной длины волны преломляются на различные углы. В видимой области спектра у оптических стекол показатель преломления уменьшается с увеличением длины волны. Такая зависимость называется *нормальной дисперсией*. Поэтому более короткие волны (фиолетовый свет) преломляются сильнее, а длинные (красный) слабее (рис. 1.4). При небольшом преломляющем угле призмы θ угол отклонения между крайними лучами δ (угловую дисперсию) в дисперсионном спектре приближенно можно определить по формуле

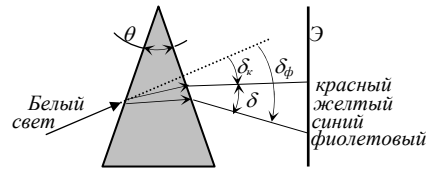


Рис. 1.4. Разложение призмой белого света в спектр

$$\delta = \delta_\phi - \delta_\kappa = \theta(n_\phi - n_\kappa),$$

где n_ϕ и n_κ – показатели преломления стекла призмы для фиолетового и красного света соответственно.

Количественной мерой дисперсии является величина

$$D = \frac{dn}{d\lambda},$$

называемая **дисперсией вещества**. Если $D < 0$ дисперсия нормальная, при $D > 0$ – *аномальная дисперсия*. *Средняя дисперсия* определяется как разность показателей преломления для двух длин волн

$$D_{cp} = (n_f - n_c),$$

где n_f относится к волне с $\lambda = 486,1$ нм (синяя линия водорода), а n_c – к $\lambda = 656,3$ нм (красная линия водорода).

Чувствительность человеческого глаза максимальна при длине волны 555 нм и составляет 680 лм/Вт. К краям видимого диапазона чувствительность уменьшается. Поэтому применяются энергетические величины, характеризующие любое электромагнитное излучение, и специфические фотометрические единицы, выражающие субъективное восприятие света человеком.

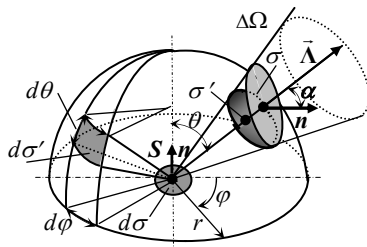


Рис.1.5

Свет от точечного источника S распространяется во всех направлениях, в том числе в направлении \vec{L} внутри пространственного угла $\Delta\Omega$ (рис. 1.5).

Телесным (пространственным) углом $\Delta\Omega$ называется часть пространства, заключенная внутри конической поверхности, осью которой является направление луча \vec{L} , а вершина совпадает с источником S .

Если внутри среды поглощения энергии нет, то через любое сечение этого конуса протекает один и тот же поток энергии.

На поверхности сферы радиусом r телесный угол отсекает площадку σ' . *Мерой телесного угла является отношение площади сферического сегмента σ' , вырезаемого на поверхности сферы этим углом, к квадрату радиуса сферы:*

$$\Delta\Omega = \frac{\sigma'}{r^2}, \frac{\text{м}^2}{\text{м}^2} = \text{ср (стерадиан)}.$$

Лучи, исходящие от источника S , пронизывают как площадку σ' , так и произвольную площадку σ , так как эти площадки ограничены одним и тем же телесным углом $\Delta\Omega$. Пусть dQ – энергия точечного источника, проходящая через площадку σ' или σ ($\sigma' = \cos\alpha \sigma$, где α – угол между нормалью \mathbf{n} к площадке σ и направлением луча $\vec{\Lambda}$) за время dt . Энергия, переносимая через данную площадку за единицу времени, называется *мощностью излучения* или *световым потоком*:

$$d\Phi = \frac{dQ}{dt}, \text{ Вт.}$$

Световой поток, распространяющийся внутри единичного телесного угла, называется силой излучения или силой света:

$$J = \frac{d\Phi}{d\Omega}, \text{ Вт/ср.}$$

Фотометрическая единица силы света – *кандела* (кд) является основной единицей системы СИ. Световой эталон осуществлен в виде абсолютно черного тела при температуре затвердевания чистой платины (2046,6 К) при давлении 101 325 Па. Одна кандела равняется силе света, излучаемого в направлении нормали с $1/60 \text{ см}^2$ указанного светового эталона. Чтобы облегчить воспроизводимость этой единицы теперь используют следующее определение: кандела равна силе света от источника, испускающего монохроматическое излучение длиной волны 555 нм, сила излучения которого в этом направлении составляет 1/683 Вт/ср.

Фотометрическая единица светового потока *люмен* выражается через канделу. *Люмен* (лм) – световой поток, посылаемый источником света в 1 кд внутрь телесного угла в 1 ср: $1 \text{ лм} = 1 \text{ кд} \cdot 1 \text{ ср}$.

Для изотропного источника сила излучения J_0 во всех направлениях одинакова и полный световой поток: $\Phi = 4\pi J_0$.

Если сила света зависит от полярных координат φ и θ , то элементарный телесный угол можно выразить через них (рис. 8.10):

$$d\Omega = \frac{d\sigma'}{r^2} = \sin\theta d\theta d\varphi.$$

Тогда полный световой поток, посылаемый источником во всех направлениях, можно определить суммированием элементарных потоков по этим направлениям:

$$\Phi = \int_{4\pi} J d\Omega = \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\pi} J \sin\theta d\theta.$$

Иногда применяется понятие сферической силы света – силы света точечного источника, который равномерно излучает во всех направлениях в пределах телесного угла 4π : $J_o = \Phi/4\pi$.

Источники света излучают энергию во всем оптическом диапазоне. Отношение светового потока, излучаемого в видимом интервале Φ_e и выраженное в люменах, к энергетической мощности источника W в ваттах называется *световой отдачей* источника света:

$$\zeta = \Phi_e/W, \text{ лм/Вт.}$$

Фундаментальной величиной, характеризующей поле излучения, является ***интенсивность излучения – энергия излучения, переносимая через единичную площадку, перпендикулярную направлению $\vec{\Lambda}$, за единицу времени внутри единичного телесного угла:***

$$I = \frac{dQ}{\sigma d\Omega dt} = \frac{dQ}{\sigma \cos\theta \cdot d\Omega dt} = \frac{J}{\sigma'}, \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot \text{ср}},$$

где dQ – энергия излучения, проходящая через малую площадку σ за время dt и распространяющаяся в пределах телесного угла $d\Omega$.

Пусть источником излучения является элементарная площадка $d\sigma$. Световой поток $d\Phi$, с единицы видимой области $d\sigma$ в направлении $\vec{\Lambda}$, в единицу телесного угла называется ***яркостью поверхности:***

$$B = \frac{d\Phi}{d\sigma \cdot \cos\theta \cdot d\Omega} = \frac{J}{d\sigma \cdot \cos\theta}.$$

Единицей яркости служит яркость площадки, дающая силу света в 1 кд с каждого квадратного метра в направлении, перпендикулярном к площадке: $[B] = \text{кд}/(\text{м}^2 \cdot \text{ср}) = \text{кд}/\text{м}^2 = \text{нит}$ (нт). Как видно, для излучающей поверхности интенсивность излучения (*света*) совпадает с яркостью поверхности.

Световой поток, проходящий через единичную площадку, называется поверхностной плотностью излучения или энергетической светимостью:

$$q = \frac{d\Phi}{d\sigma}, \text{ Вт/м}^2,$$

(светимость иногда обозначают буквой R). Для освещаемой поверхности эту величину называют еще ***освещенностью E , которая равня-***

ется световому потоку, падающему на единицу площади поверхности. Единица измерения освещенности – люкс (лк):

$$1 \text{ лк} = 1 \text{ лм/м}^2.$$

Освещенность поверхности $d\sigma$ от непротяженных источников:

$$E = \frac{J}{r^2} \cos\theta = B d\sigma \cos\theta \cos\alpha / r^2.$$

Если через площадку $d\sigma$ проходят световые лучи со всех направлений, составляющих острый угол с нормалью \mathbf{n} к $d\sigma$ (или площадка сама излучает в этих направлениях), то поверхностная плотность излучения определяется интегрированием в пределах верхней полусферы:

$$q = \int_{\Lambda \geq 0} I(\Lambda) \Lambda n d\Omega = \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\pi/2} I(\Lambda) \sin\theta \cos\theta d\theta$$

и световой поток, распространяющийся в пределах полусферы:

$$d\Phi = q d\sigma.$$

Если интенсивность излучения (яркость) не зависит от направления, то такую поверхность называют *диффузной*, или говорят, что поверхность излучает по закону Ламберта. В этом случае

$$q = \pi I, \quad R = \pi B.$$

Если светимость тела обусловлена его освещенностью, то

$$R = r E,$$

где r – *отражательная способность* поверхности, это отношение отраженной поверхностной плотности излучения к падающей поверхностной плотности:

$$r = q_{\text{отр}} / q_{\text{пад}} = R/E.$$

У реальных поверхностей интенсивность отраженного излучения зависит от направления отражения Λ' . В этом случае используется понятие *индикатрисы отражения*, это отношение интенсивности отраженного света от реальной поверхности $I_{\text{отр}}$ к интенсивности отраженного излучения от диффузной поверхности $I_{\text{отр}}^{\text{диф}}$ при одинаковых значениях отражательной способности поверхностей:

$$p(\Lambda, \Lambda') = \frac{I_{\text{отр}}(\Lambda, \Lambda')}{I_{\text{отр}}^{\text{диф}}}.$$

Индикутриса отражения в общем случае зависит как от направления падающего луча Λ , так и от направления отраженного луча Λ' (из-за зависимости r от Λ). В результате, интенсивность отраженного излучения

$$I_{\text{отр}}(\Lambda') = r(\Lambda) p(\Lambda, \Lambda') q_{\text{пад}} / \pi.$$

Если световые лучи, исходящие из какой-либо точки S , после отражений и преломлений на неоднородностях среды вновь сходятся в точке S' , то точка S' называется *оптическим изображением* или просто *изображением точки S* . Изображение считается *действительным*, если оно получается пересечением самих световых лучей. Если же в точке S' пересекаются продолжения лучей, проведенные в направлении, обратном распространению света, то в данном случае мы имеем дело с *мнимым* изображением.

Ход лучей в геометрической оптике подчиняется *принципу кратчайшего оптического пути* (*принцип Ферма*, 1660 г): действительный путь распространения светового луча есть путь, для прохождения которого свету требуется минимальное время по сравнению с любым другим путем между теми же точками. Свет затрачивает одно и то же время, распространяясь вдоль различных лучей от точечного источника до его изображения (*принцип таухронизма*).

В оптике для изменения направления лучей применяются зеркала, призмы и линзы.

Плоское зеркало представляет собой гладкую поверхность, при отражении от которой параллельный пучок света остается параллельным. Плоское зеркало создает мнимое (кажущееся) изображение.

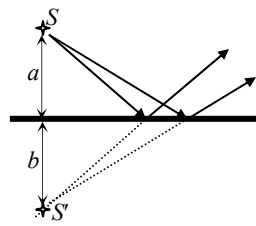


Рис. 1.6

Предмет S и его изображение S' расположены симметрично по отношению к поверхности зеркала (рис. 1.6). При этом расстояния от предмета до зеркала и от зеркала до его изображения равны: $a = b$. Наблюдателю кажется, что лучи исходят из точки S' за зеркалом. Каждая точка светящегося объекта изобразится в плоском зеркале также в виде точки, т.е. *стигматически*.

Важнейшие из оптических инструментов или их составные части относятся к так называемым *центрированным оптическим системам*. Они представляют собой оптически однородные преломляющие или отражающие среды, отделенные одна от другой сферическими поверхностями, центры кривизны которых распо-

ложены на одной прямой, называемой *главной оптической осью* системы.

На рис. 1.7 изображено сечение APB вогнутого сферического зеркала радиусом R , O – центр сферы. Средняя точка сферической поверхности P называется *полюсом* зеркала. Прямая, проходящая через центр сферы и полюс, является *главной оптической осью* зеркала; радиальные прямые, исходящие из центра O , но не совпадающие с главной осью, – *побочными оптическими осями*.

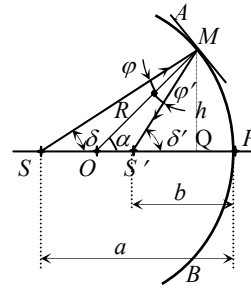


Рис.1.7

Пусть точечный источник света S расположен на главной оси зеркала на расстоянии $SP = a$ от полюса. Рассмотрим луч SM , принадлежащий к узкому пучку, который образует с осью малый угол δ и падает на зеркало в точке M . Отраженный от зеркала луч пересечет ось в точке S' на расстоянии b от полюса согласно *формуле сферического зеркала*.

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{2}{R}.$$

Данная формула подойдет и для выпуклого зеркала, если предположим, что радиус зеркала – отрицательная величина. Будем считать расстояния от полюса до действительных точек положительными, а до мнимых точек – отрицательными.

Все лучи, параллельные главной оси, после отражения в вогнутом зеркале пересекаются в одной точке F , лежащей на главной оси, которая называется *фокусом* зеркала (рис.1.8а).

Расстояние от фокуса F до вершины зеркала P называется *фокусным расстоянием* f .

Для получения параллельно-пучка света источник надо удалить весьма далеко, т.е. $a = \infty$. В этом случае $b = f$ есть фокусное расстояние. Из формулы сферического зеркала получим

$$f = \frac{R}{2}.$$

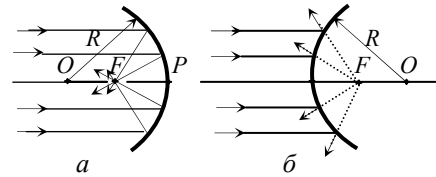


Рис. 1.8

У выпуклого зеркала фокус является мнимым, т.е. в точке F пересекаются только мнимые продолжения лучей (рис.1.8 б).

Оптическая сила сферического зеркала:

$$D = \frac{1}{f} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}.$$

На рис. 1.9 показан принцип построения изображения точки A на вогнутом зеркале. Изображение A' получается в точке пересечения трех характерных отраженных лучей.

Лучи, падающие на выпуклое зеркало параллельно оптической оси, отражаются таким образом, как если бы они излучались в точке F (рис. 1.10, луч 1). Радиус кривизны R выпуклого зеркала, фокусное расстояние f , а также расстояние до изображения b считаются отрицательными. Выпуклое зеркало всегда дает мнимое изображение.

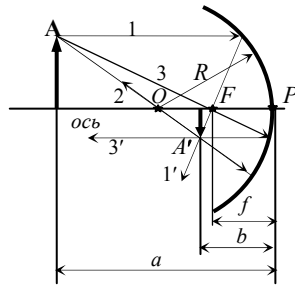


Рис. 1.9

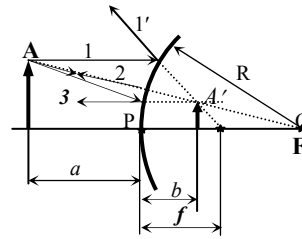


Рис. 1.10

Законы преломления лежат в основе принципа действия многих оптических приборов, где для изменения направления световых лучей широко используются линзы. Линзы бывают *собирающими* и *рассеивающими*. Изображения и условные обозначения линз показаны на рис. 1.11.

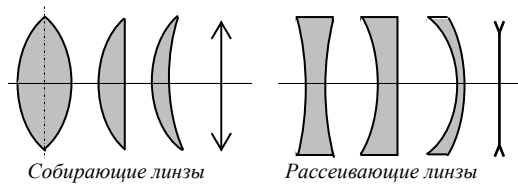


Рис. 1.11

Если эти линзы поместить в более оптически плотную среду, чем материал линзы, то собирающие линзы станут рассеивающими, и наоборот.

Линза, у которой радиусы кривизны R_1, R_2 ее поверхностей (рис.1.12) велики по сравнению с толщиной линзы, –

называется *тонкой*. Прямая, проходящая через центры кривизны поверхностей линзы C_1 и C_2 , – это *главная оптическая ось линзы*. У тонкой линзы есть такая точка O , обладающая тем свойством, что проходящие через нее лучи практически не преломляются линзой. Эта точка является *оптическим центром линзы*; она лежит на главной оси линзы. Прямые, проходящие через оптический центр, но не совпадающие с главной осью, называются *побочными осями линзы*. Плоскость, содержащая линию пересечения криволинейных поверхностей и оптический центр линзы, является *главной плоскостью* линзы. Лучи, проходящие через оптический центр, – *центральные лучи*.

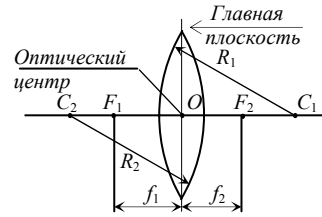


Рис. 1.12

При условном изображении линзы обычно показывают положение главной плоскости и оптического центра линзы.

Все лучи, параллельные главной оси, после преломления линзой пересекаются в одной точке F на главной оси, которая называется *фокусом* линзы. Поскольку лучи от удаленного источника, по существу, параллельны, можно утверждать, что фокус служит изображением находящегося на главной оси бесконечно удаленного объекта. Расстояние от оптического центра до фокуса называется *фокусным расстоянием*. Плоскость, перпендикулярная главной оси и содержащая фокус, является *фокальной плоскостью* линзы. Линза обладает двумя фокусами F_1, F_2 и двумя фокальными плоскостями. Если по обе стороны от главной плоскости линзы одна и та же среда, то $f_1 = f_2$, даже в случае различной кривизны поверхностей.

Лучи, параллельные побочной оси, после преломления собирающей линзой сходятся в одной точке, лежащей на фокальной плоскости (рис. 1.13).

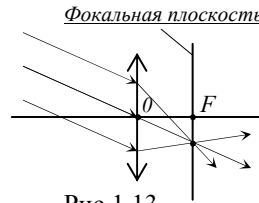


Рис. 1.13

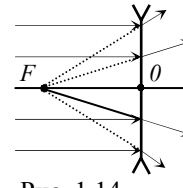


Рис. 1.14

После прохождения через рассеивающую линзу параллельные лучи расходятся (рис. 1.14). Пересекаются мнимые продолжения этих лучей в фокусе линзы F . Следовательно, фокус рассеивающей линзы является мни-

мым. Кажется, что из этой точки исходят после преломления падающие на линзу параллельные лучи.

Для линзы, расположенной в однородной среде ($n_1 = n_2$), формула тонкой линзы:

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = (n_{om} - 1) \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right),$$

где $n_{om} = n/n_1$ – относительный показатель преломления линзы; a, b – расстояния от линзы до предмета и изображения; R_1, R_2 – радиусы кривизны поверхностей; считаются положительными для выпуклых поверхностей линзы и отрицательными – для вогнутых.

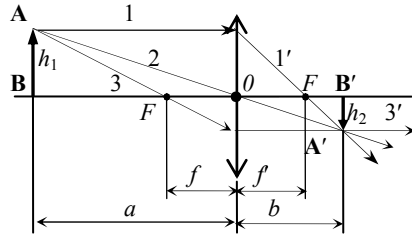


Рис. 1.15. Построение изображения собирающей линзой

Если источник S удален на бесконечность ($a = \infty$), то расстояние до изображения совпадает с фокусным расстоянием. И тогда получим

$$D = \frac{1}{f} = (n_{om} - 1) \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right).$$

Величина, обратная фокусному расстоянию, называется *оптической силой* линзы $D = 1/f$. Единица измерения оптической

силы

$$[D] = 1/\text{м} - \text{диоптрия.}$$

$D > 0$ для собирающих линз, $D < 0$ для рассеивающих линз.

Для нахождения изображения каждой отдельной точки необходимо геометрически построить пересечение лучей, исходящих из этой точки, после их преломления в линзе. Для примера, на рис. 1.15 построено изображение линейного предмета AB . Из общего пучка лучей, исходящих из точки A , выделим три луча: 1, 2, 3. Пересечение этих трех лучей дает изображение точки A' . При этом достаточно найти пересечение двух из этих лучей. Опустив перпендикуляр из точки A' на главную оптическую ось, найдем точку B' , являющуюся изображением второго края предмета.

Построения на рис. 1.9, 1.10, 1.15 и 1.16 позволяют определить *поперечное линейное увеличение* в зеркалах и линзах как отношение размера изображения h_2 к размеру предмета h_1 :

$$k = \frac{h_2}{h_1} = \frac{b}{a}.$$

Световой поток от светящейся точки распространяется во всех направлениях, и лишь некоторая часть его, в зависимости от диаметра линзы d , проходит через последнюю. Изображение удаленного предмета, получаемое собирающей линзой, находится около фокуса и имеет линейные размеры:

$$h_2 = h_1 b/a \approx h_1 f/a \approx f.$$

Площадь этого изображения: $\sigma \approx h_2^2 \approx f^2$.

Световой поток, проходящий через линзу, пропорционален площади поперечного сечения линзы:

$$\Phi = E_o \pi d^2/4 - d^2,$$

где E_o – освещенность входного зрачка АВ.

Отсюда освещенность изображения

$$E = \Phi/\sigma - d^2/f^2$$

пропорциональна отношению квадрата диаметра линзы к квадрату ее фокусного расстояния. Это отношение d^2/f^2 называется *светосилой линзы*. Если входной зрачок ограничен диафрагмой, то под d надо понимать диаметр диафрагмы.

Оптическая сила двух, близко расположенных тонких линз:

$$D = D_1 + D_2,$$

где D_1, D_2 – оптические силы линз.

Волны называются когерентными, если: 1) они имеют одинаковую частоту (или длину волны); 2) и разность фаз у волн с течением времени не меняется.

При наложении двух когерентных световых волн, в зависимости от разности фаз происходит перераспределение энергии в пространстве, и световые волны в одних областях пространства усиливаются, а в других ослабляют друг друга, т.е. интерferируют. Однако из-за поперечности световых волн для их взаимодействия необходимо еще, что-

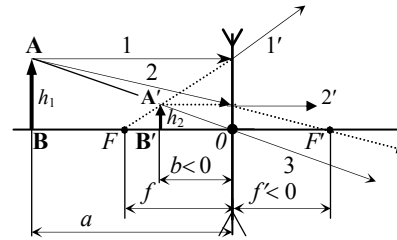


Рис. 1.16. Построение изображения рассеивающей линзой

бы колебания векторов \mathbf{E} в накладываемых волнах совершались вдоль близких направлений.

Интерференцией света называется усиление или ослабление интенсивности света при взаимодействии когерентных волн с близкими направлениями колебаний электрического вектора \mathbf{E} .

Если в данную точку приходят две когерентные световые волны, описываемые уравнениями

$$E_1 = E_{01} \cos \varphi_1 = E_{01} \cos(\omega t + \varphi_{01}),$$

$$E_2 = E_{02} \cos \varphi_2 = E_{02} \cos(\omega t + \varphi_{02}),$$

то результирующее поле равно их геометрической сумме

$$E = E_1 + E_2 = E_0 \cos \varphi = E_0 \cos(\omega t + \varphi_0).$$

Амплитуда результирующей волны

$$E_0 = \sqrt{E_{01}^2 + E_{02}^2 + 2E_{01}E_{02} \cos(\varphi_1 - \varphi_2)}.$$

Так как для когерентных волн разность фаз $\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2 = \varphi_{01} - \varphi_{02} = \text{const}$, то амплитуда результирующей волны является также постоянной, т.е. при наложении когерентных волн возникает устойчивая гармоническая волна. В зависимости от разности фаз амплитуда суммарной волны лежит в пределах

$$|E_{01} - E_{02}| < E_0 < |E_{01} + E_{02}|.$$

Условия максимума и минимума при интерференции для двух когерентных волн через разность фаз имеют вид

$$\Delta\varphi_{\max} = \pm 2k\pi, \quad \Delta\varphi_{\min} = \pm (2k + 1)\pi,$$

где $k = 0, 1, 2, \dots$ – порядок интерференционного максимума.

Для когерентных волн вследствие интерференции будет происходить перераспределение интенсивности суммарных колебаний в пространстве.

Излучение естественных источников складывается из излучения множества атомов и является потоком некогерентных световых волн, так как отдельные атомы тела излучают независимо от других. Поэтому, чтобы наблюдать интерференцию световых волн от естественных источников, необходимо заставить волну, излучаемую отдельным атомом, интерферировать саму с собой. Для этого сначала пучок света разделяют на два пучка, а затем, когда эти пучки пройдут разные рас-

стояния, вновь сводят в одну точку. В точке разделения обе части волны имели одинаковую фазу. Но в точку наложения благодаря разности хода $\delta = l_1 - l_2$ они придут в различной фазе:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \left(\omega \frac{x_1}{u_1} + \varphi_0\right) - \left(\omega \frac{x_2}{u_2} + \varphi_0\right) = 2\pi \left(\frac{n_1 x_1 v}{c} - \frac{n_2 x_2 v}{c}\right) = 2\pi \delta / \lambda_0,$$

где $\lambda_0 = c/v$ – длина световой волны в вакууме; n_1, n_2 – показатели преломления сред, через которые прошли разделенные пучки; u_1, u_2 – фазовые скорости света в этих средах. При этом для расчета интерференционных явлений существенен не геометрический ход луча x , а *оптическая длина пути* $l = n x$, так как длина волны в среде уменьшается:

$$\lambda = \frac{u}{v} = \frac{u}{c} \frac{c}{v} = \frac{\lambda_0}{n}.$$

Подставив полученное выражение для разности фаз в условия интерференционного максимума и минимума для двух когерентных волн, мы получим *условия интерференционного максимума и минимума через разность хода*:

$$\delta_{\max} = 2k \frac{\lambda_0}{2}, \quad \delta_{\min} = (2k+1) \frac{\lambda_0}{2}.$$

Рассмотрим два линейных когерентных источника света S_1 и S_2 , расположенные параллельно друг к другу на расстоянии d друг от друга (рис. 1.17). Источники перпендикулярны к чертежу и поэтому изображены в виде точек. Экран \mathcal{E} также перпендикулярен к плоскости чертежа и параллелен обоим источникам. Экран располагается на расстоянии l от источников, и $l \gg d$.

В тех местах на экране, где разность хода лучей $l_1 - l_2$ равна целому числу полуволен,

$$x_{\max} = 2k \frac{l}{d} \frac{\lambda_0}{2}; \quad k = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots,$$

колебания, приходящие от обоих источников, складываются, амплитуды удваиваются, а интенсивность возрастает в четыре

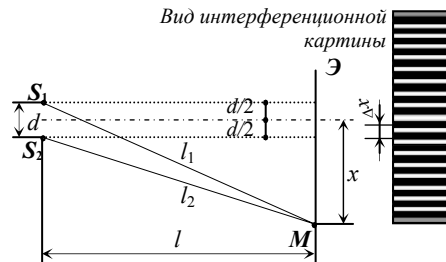


Рис. 1.17

раза. (Здесь k – порядок интерференционного максимума).

В тех местах, где разность хода равна нечетному числу полуволен,

$$x_{min} = (2k+1) \frac{l}{d} \frac{\lambda_o}{2}; \quad k = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$$

волны от обоих источников приходят в противоположной фазе и полностью гасят друг друга.

В результате на экране будет наблюдаться система чередующихся светлых и темных *интерференционных полос* с постепенными переходами, как это показано на рис. 1.17.

Расстояния между двумя соседними интерференционными минимумами называется *шириной интерференционной полосы*

$$\Delta x = x_{min}(k+1) - x_{min}(k) = \lambda_o l/d,$$

и практически остаются неизменными вдоль экрана, но яркость полос убывает по мере увеличения порядка максимума. Зная l/d и измерив Δx , можно определить длину волны λ_o .

Отраженные от верхней и нижней поверхности тонкой пленки или пластинки, световые волны являются когерентными и могут интерферировать. Следует учесть, что у луча 1 при отражении от оптически более плотной среды (воздух – пластинка) фаза волны меняется на π , т.е. ход луча меняется на $\lambda_o/2$. На границе раздела более плотной среды с менее плотной средой изменения фазы не происходит (например, в точке C у луча 2). Поэтому действительная разность хода:

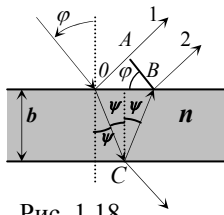


Рис. 1.18

$$\delta = 2b \sqrt{n^2 - \sin^2 \varphi} - \lambda_o/2.$$

Условие максимумов при интерференции света, отраженного от тонкой пленки толщиной b , с показателем преломления n :

$$2b \sqrt{n^2 - \sin^2 \varphi} = (k + 1/2) \lambda_o.$$

Для наблюдения интерференционной картины толщина пластинки не должна превышать 40 мкм.

Для отраженного от пленки света условия максимума и минимума приобретают вид:

$$2nb \cos \psi = (2k + 1) \frac{\lambda_o}{2} - \text{максимум},$$

$$2nbcos\psi = 2k\frac{\lambda_0}{2} - \text{минимум.}$$

Ньютон наблюдал интерференционные полосы равной толщины в воздушной прослойке между плоской поверхностью стеклянной пластинки и плоско-выпуклой линзой, прижатой к пластинке выпуклой стороной (рис. 1.19). Толщина этой прослойки с показателем преломления $n < n_{cm}$ растет по мере удаления от центральной точки касания к краям. Интерференционные полосы имели форму концентрических колец — *колец Ньютона*. Радиус k -го темного кольца:

$$r_k = \sqrt{k\lambda_0 R/n}.$$

Радиусы светлых колец

$$r_k^* = \sqrt{(k - \frac{1}{2})\lambda_0 R/n}.$$

Счет темных колец начинается с $k = 0$, а светлых — с $k = 1$. Радиусы колец растут пропорционально корню квадратному из их номера k .

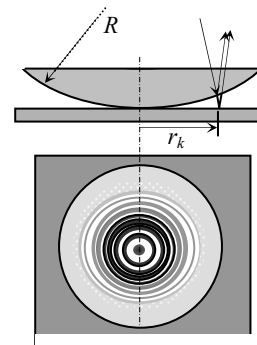


Рис.1.19

Дифракцией света называется огибание световыми волнами малых препятствий, т.е. нарушение закона прямолинейности распространения света.

Пусть свет от точечного источника S падает на экран \mathcal{E}_1 с круглым отверстием (рис. 1.20). Если размер отверстия сравним с расстоянием l ($d \sim l$) между экранами, то на экране \mathcal{E}_2 получается увеличенное изображение отверстия по законам геометрической оптики. Если диаметр отверстия намного меньше, чем расстояние между экранами ($d \ll l$), то наблюдается отклонение от законов геометрической оптики. Вместо резкого изображения отверстия на экране наблюдаются чередующиеся светлые и темные кольца, захватывающие также область геометрической тени. Это говорит о нарушении закона прямолиней-

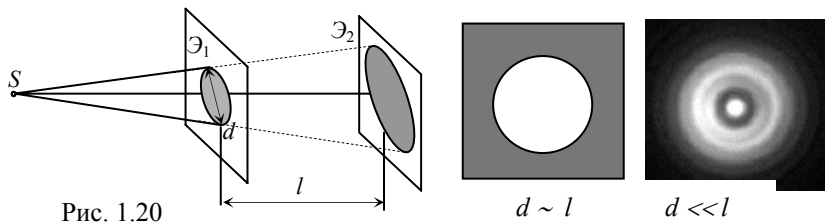


Рис. 1.20

ности распространения света от точечного источника, о загибании световых волн у краев отверстия. Получающаяся на экране картина называется *дифракционной картиной*. При использовании источника белого света дифракционная картина приобретает радужную окраску.

Дифракцию вызывают также и непрозрачные предметы, помещенные на пути распространения луча. Для этого размер предмета должен быть малым по сравнению с расстоянием от предмета до точки наблюдения. Например, цветные кольца, окружающие источник света, наблюдаемые сквозь туман или через запотевшее оконное стекло, обусловлены дифракцией света на мельчайших водяных каплях.

По предложению Френеля каждый элемент $d\sigma$ (рис. 1.21) фронта волны σ испускает сферическую вторичную волну, а волновое поле в точке наблюдения P представляется суперпозицией таких волн:

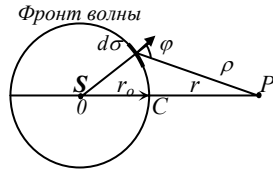


Рис.1.21

$$E = \int_{\sigma} \frac{E_i d\sigma}{\rho} e^{i(\omega t - k\rho)}.$$

Точное вычисление интеграла весьма сложно. Однако Френель, используя малость длины волны, дал метод приближенного вычисления подобных интегралов. Он предложил метод разделения фронта волны на *зоны* так, чтобы волны от соседних зон приходили в точку наблюдения P в противоположной фазе и ослабляли друг друга.

Для точечного источника фронт волны в какой-то момент времени представляет сферу с центром в точке S и радиусом a (рис. 1.22). Разобьем волновую поверхность на кольцевые зоны так, чтобы расстояния от краев каждой зоны до точки наблюдения P отличались на $\lambda/2$. Расстояние ρ_k от внешнего края k -й зоны до P :

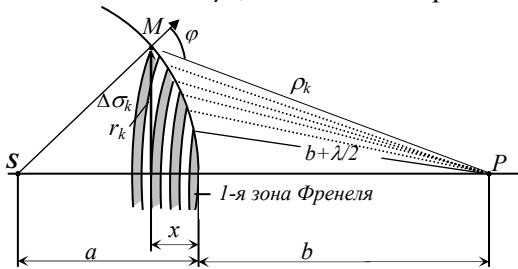


Рис. 1.22

$$\rho_k = b + k\lambda/2.$$

Так как $\lambda \ll (a \text{ и } b)$, то

$$x = \frac{b}{a+b} \frac{\lambda}{2},$$

и площадь сферического сегмента, т.е. первой зоны

$$\Delta\sigma_1 = 2\pi ax = \frac{\pi ab}{a+b} \lambda.$$

Нетрудно показать, что площади остальных зон Френеля практически имеют такие же значения.

Радиус внешней k -й зоны Френеля для сферической волны при наблюдении из точки P :

$$r_k = \sqrt{k \frac{ab}{a+b}} \lambda, \quad k = 1, 2, 3, \dots$$

Амплитуда волны, приходящей в точку P , равна сумме амплитуд, создаваемых каждой отдельной зоной. При этом амплитуды от всех четных зон надо считать с одинаковым знаком, а амплитуды волн от всех нечетных зон – с противоположным знаком:

$$E \approx \frac{E_1}{2}.$$

Итак, амплитуда результирующего колебания, получающегося вследствие взаимной интерференции света, идущего к точке P от различных участков волновой поверхности, меньше амплитуды одной центральной зоны. Поэтому даже для расстояний a и b порядка 1 м площадь действующей части волны меньше 1 мм^2 . Следовательно, распространение света от источника S до точки P происходит так, как если бы световой поток шел внутри очень узкого канала вдоль SP , т.е. *прямолинейно*.

Различают *дифракцию в сходящихся лучах*, или *дифракцию Френеля*, и *дифракцию в параллельных лучах*, или *дифракцию Фраунгофера*.

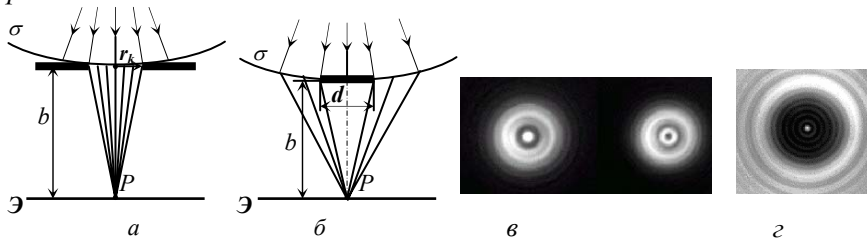


Рис. 1.23

Пусть свет от точечного источника падает на экран с круглым отверстием (рис. 1.23а). Амплитуда результирующих колебаний в точке P зависит от того, сколько зон Френеля k укладывается в отверстии:

$$E = \begin{cases} \frac{1}{2}(E_1 + E_k) & (k - \text{нечетное}), \\ \frac{1}{2}(E_1 - E_k) & (k - \text{четное}). \end{cases}$$

В первом случае в точке P наблюдается *дифракционный максимум* (в центре светлое пятно), во втором – минимум (в центре темное пятно) (рис. 1.23в).

Если между источником S и точкой P располагается небольшой непрозрачный диск диаметром d (рис. 1.23б), то амплитуда волны в точке P равна половине амплитуды E_k , соответствующей действию в этой точке первой открытой зоны Френеля: $E = E_k/2$. В центре всегда находится дифракционный максимум (*пятно Пуассона*), окруженный концентрическими темными и светлыми кольцами (рис. 1.23г). При освещении белым светом кольца становятся цветными.

Пусть на экран \mathcal{E}_1 с узкой прямоугольной щелью шириной a падает пучок параллельных монохроматических лучей нормально к экрану (рис. 1.24). Благодаря дифракции лучи от щели пойдут и в область геометрической тени под разными углами φ к первоначальному направлению.

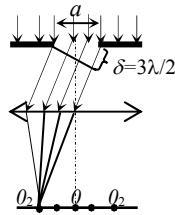


Рис. 1.24

Пучки лучей, дифрагирующих под углами, соответствующими нечетному числу зон Френеля, создают на экране дифракционные максимумы, а пучки лучей, дифрагирующих под углами, соответствующими четному числу зон Френеля, создают дифракционные минимумы.

Условия дифракционных минимумов и максимумов на узкой щели:

$$a \sin \varphi_{min} = \pm 2k \frac{\lambda}{2}, \quad a \sin \varphi_{max} = \pm (2k + 1) \frac{\lambda}{2}, \quad k = 1, 2, 3, \dots$$

Величина k называется *порядком дифракционного максимума*.

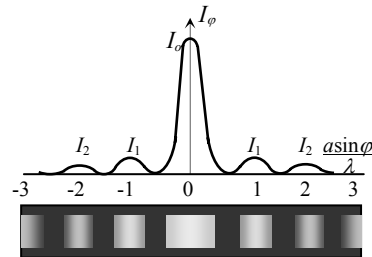


Рис. 1.25

В направлении $\varphi = 0$ наблюдается самый интенсивный *центральный максимум нулевого порядка*.

Распределение интенсивностей при дифракции Фраунгофера от узкой щели:

$$I(\varphi) = I_0 \left[\frac{\lambda \sin(\frac{\pi a \sin \varphi}{\lambda})}{\pi a \sin \varphi} \right]^2,$$

где I_0 – интенсивность в центре дифракционной картины; a – ширина щели; φ – угол между плоскостью щели и направлением распростра-

нения волны.

Зависимость $I(\varphi)$ от $a \sin \varphi / \lambda$ и вид дифракционной картины показаны на рис. 1.25. Основная часть энергии света приходится на максимум нулевого порядка, ограниченным двумя минимумами первого порядка. Относительные интенсивности остальных максимумов связаны соотношением

$$I_k/I_0 = 4/[\pi(2k + 1)]^2,$$

где $k = 1, 2, 3, \dots$ – порядок дифракционного максимума.

При наклонном падении света под углом θ (рис. 1.26) разность хода между крайними лучами: $\delta = AB - CD = a(\sin \varphi - \sin \theta)$. Поэтому условие дифракционного минимума имеет вид

$$a(\sin \varphi - \sin \theta) = k\lambda.$$

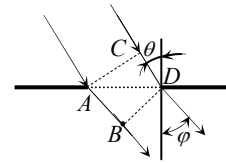


Рис. 1.26

В спектральных аппаратах важнейшим элементом, предназначенным для разложения света в спектр, является *дифракционная решетка*. Она представляет собой плоскую стеклянную или металлическую поверхность, на которой делительной машиной нарезано большое количество прямых равностоящих штрихов. Промежутки между штрихами служат щелями. На стеклянных решетках наблюдения можно производить как в *проходящем*, так и в *отраженном свете*, на металлических – только в *отраженном*. Если штрихи наносятся на вогнутой сферической поверхности, то получаются *вогнутые решетки*.

Рассмотрим идеальную решетку, состоящую из одинаковых равностоящих параллельных щелей (рис. 1.27). Ширину щели обозначим через a , ширину непрозрачной части между двумя щелями – через b . Расстояние между соседними щелями:

$$d = a + b$$

– это *период дифракционной решетки*. В решетке осуществляется *многолучевая интерференция* дифрагированных пучков света, исходящих от щелей. Дифракция наблюдается либо на бесконечно удаленном экране, либо в фокальной плоскости линзы L .

Пусть на решетку перпендикулярно ее поверхности падает плоская монохроматическая волна. Пучки, не испытывающие в щелях от-

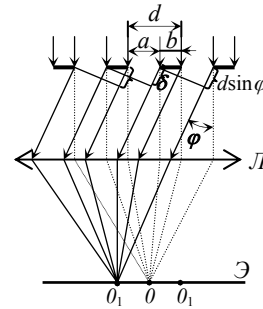


Рис. 1.27

клонения ($\varphi = 0$), в центре экрана Э создают в результате усиливающейся интерференции дифракционный максимум нулевого порядка. В тех направлениях, в которых вторичные волны гасили друг друга, очевидно, будет наблюдаться дифракционный минимум и от всех щелей, т.е. *главные минимумы интенсивности* будут наблюдаться в направлениях, определяемых условием

$$a \sin \varphi = \pm k \lambda \quad (k = 1, 2, 3, \dots).$$

Разность хода между вторичными волнами, исходящими из соседних щелей решетки, будет $\delta = d \sin \varphi$, а разность фаз:

$$\phi = \frac{2\pi}{\lambda} \delta = \frac{2\pi}{\lambda} d \sin \varphi, \text{ где } \varphi - \text{угол дифракции. Если}$$

$$d \sin \varphi = \pm k \lambda \quad (k = 0, 1, 2, 3, \dots),$$

то лучи дадут на экране *главные дифракционные максимумы*.

Целое число k называют *порядком главного максимума*.

При интерференции от N щелей распределение интенсивности определяется по формуле

$$I = I_1 \left[\frac{\sin(N\phi/2)}{\sin(\phi/2)} \right]^2,$$

где I_1 – интенсивность, обусловленная одной щелью при $\varphi = 0$.

Если $\sin(N\phi/2) = 0$, но $\sin(\phi/2) \neq 0$, т.е. при $N\phi/2 = \pm(kN + p)\pi$, или $d \sin \varphi = \pm(k + p/N)\lambda$ ($p = 1, 2, 3, \dots, N - 1$), то $I = 0$.

В соответствующих направлениях получают дифракционные минимумы, в которых интенсивность света равна нулю. Между двумя соседними минимумами получается *добавочный максимум*. Между двумя соседними главными максимумами располагается $(N - 1)$ *добавочных минимумов* и $(N - 2)$ второстепенных максимумов. Второстепенные максимумы слабы по сравнению с главными максимумами, и они создают почти равномерный фон, на котором выступают узкие и резкие главные максимумы. Дифракционные максимумы становятся более узкими, чем при дифракции от одной щели.

Если I_{2p} – интенсивность главного максимума, то интенсивность p -го второстепенного максимума приближенно определяется как

$$I = 4I_{2p} / [\pi(2p + 1)]^2.$$

Распределение интенсивности на экране представлено на рис.1.29 для $N = 8$.

Положение главных максимумов в дифракционной решетке зависит от длины волны. Исключение составляет только главный максимум нулевого порядка ($k=0$). Если на решетку падает белый свет (рис.1.29), то максимумы для различных цветов разойдутся. Чем меньше λ , тем под меньшими углами расположены дифракционные максимумы. Решетка в каждом порядке ($k \neq 0$) разложит падающий свет в спектр, обращенный фиолетовым краем к центру. Спектр называется *нормальным*, если координата x , характеризующая положение спектральной линии в спектре, линейно меняется в зависимости от длины волны. При малых углах φ дифракционная решетка дает нормальный спектр.

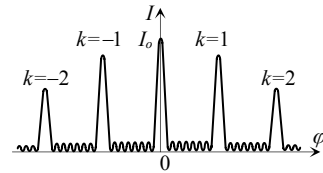


Рис. 1.28

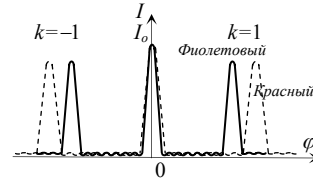


Рис. 1.29

Угловой дисперсией называется производная от φ по λ :

$$D = \frac{d\varphi}{d\lambda} = \frac{k}{d \cdot \cos\varphi}.$$

Изображение, даваемое любой оптической системой, есть результат интерференции различных частей световой волны. Дифракция световой волны, связанная с ограничением конуса лучей, вырезаемого входной диафрагмой, приводит к тому, что изображение любой светящейся точки в монохроматическом свете представляет собой дифракционную картину.

Пусть плоская волна проходит через круглое отверстие диаметром D (рис. 1.30). Если падающий пучок нормален к плоскости отверстия, то дифракционная картина в фокальной плоскости линзы имеет вид центрального светлого пятна, окруженного системой чередующихся темных и светлых колец. Интенсивности светлых колец очень малы по сравнению с интенсивностью центрального максимума (например, $I_1 = 0,018I_0$) и быстро убывают с увеличением порядка максимума. Угол φ_1 , соответствующий первому темному кольцу, определяется из условия

$$\sin\varphi_1 = 1,22\lambda/D.$$

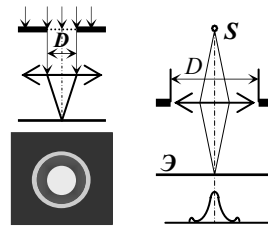


Рис. 1.30

Рис. 1.31

Точечный источник S (рис. 1.31) также отображается в виде дифракционных колец. Если объектив направлен на два удаленных источника S_1 и S_2 (рис. 1.32а), разделенных угловым расстоянием ψ , то картина, видимая наблюдателем, представляет собой просто наложенные светлые и темные кольца обоих кружков (рис. 1.32в). Если центры кружков близки, а радиусы кружков значительны, то система перекрывающихся колец может не дать впечатления двух разделенных изображений: объектив не в состоянии разрешить две светящиеся точки. Согласно критерию Рэлея за предел разрешения принимают такое

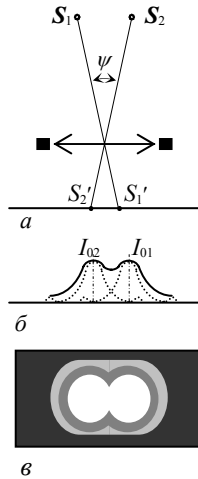


Рис. 1.32

положение, при котором центральный максимум дифракционной картины от одного источника совпадает с первым минимумом дифракционной картины от другого источника (рис.1.32б). При этом интенсивность «провала» между максимумами отдельных кружков при равной интенсивности источников составляет 75% интенсивности в максимуме.

При расположении, соответствующем критерию Рэлея, угловой радиус первого темного кольца φ_1 равен угловому расстоянию между источниками ψ . Поэтому разрешимое угловое расстояние определяется условием

$$\sin \psi_0 = \sin \varphi_1 = 1,22\lambda/D.$$

Так как обычно угол φ_1 (и ψ_0) мал, то можно написать

$$\psi_0 = 1,22\lambda/D.$$

Величина, обратная предельному углу зрения, называется **разрешающей способностью объектива**

$$\mathcal{R} = 1/\psi_0 = D/(1,22\lambda).$$

Большая дисперсия еще не означает, что две спектральные линии с близкими длинами волн $\lambda' = \lambda + \delta\lambda$ разрешаются спектральным аппаратом, т.е. при наблюдении воспринимаются как отдельные спектральные линии. Каждая спектральная линия, как бы узка она ни была, изображается спектральным аппаратом не в виде линии, а в виде дифракционной картины с максимумами и минимумами интенсивности. Наименьшая разность длин волн двух спектральных линий $\delta\lambda$,

при которой спектральный аппарат разрешает эти линии, называется *спектральным разрешаемым расстоянием*, а величина

$$\mathcal{R} = \lambda / \delta\lambda$$

разрешающей способностью спектрального аппарата.

Разрешающая способность дифракционной решетки:

$$\mathcal{R} = \frac{\lambda}{\delta\lambda} = kN,$$

где N – общее число штрихов дифракционной решетки.

Плоская волна называется линейно – поляризованной или плоско поляризованной, если электрический вектор \mathbf{E} все время колеблется в одной плоскости, в которой расположена и скорость распространения волнового фронта (рис. 1.1 и 1.34).

Плоскость, которая содержит вектор напряженности электрического поля \mathbf{E} и направление фазовой скорости волны \mathbf{u} , называется плоскостью колебаний или плоскостью поляризации.

Свет естественного источника состоит из излучения множества атомов, которые испускают электромагнитные волны независимо друг от друга. Поэтому **в естественном свете направления колебаний вектора \mathbf{E} во всех направлениях, перпендикулярных лучу, равновероятны** (рис. 1.33). Если направления колебаний вектора \mathbf{E} каким-либо образом упорядочены, то такой свет называется *поляризованным*. Осевая асимметрия сохраняется и для смеси естественного света с линейно-поляризованным. Такой свет называется *частично-поляризованным* (рис. 1.35).

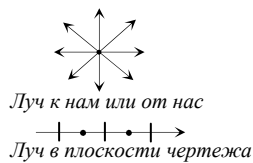


Рис. 1.33. Колебания вектора \mathbf{E} в естественном свете

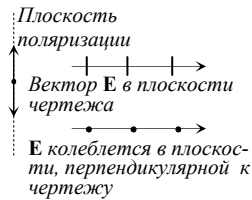


Рис. 1.34. Линейно-поляризованный свет

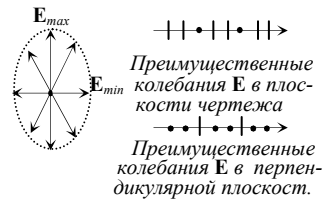


Рис. 1.35. Частично-поляризованный свет

Для частично-поляризованного света используется понятие *степени поляризации* света:

$$p = (I_{max} - I_{min}) / (I_{max} + I_{min}),$$

где I_{max} и I_{min} – максимальная и минимальная интенсивности света, соответствующие двум взаимно перпендикулярным направлениям колебаний электрического вектора \mathbf{E} (рис. 1.35). Для естественного света $I_{max} = I_{min}$ и $p = 0$, для плоскополяризованного $I_{min} = 0$ и $p = 1$.

Плоскополяризованный свет можно получить из естественного с помощью приборов, называемых *поляризаторами*. Эти приборы свободно пропускают колебания электрического вектора \mathbf{E} , параллельные некоторой воображаемой плоскости, называемой *плоскостью поляризатора*, и полностью задерживают колебания, перпендикулярные к этой плоскости. На рис. 1.36 поляризатор условно изображен в виде

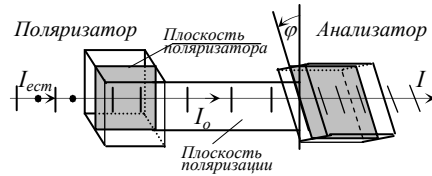


Рис. 1.36

кристалла. При падении на поляризатор естественного света интенсивности $I_{ест}$ из него выходит плоскополяризованный свет интенсивности I_0

$$I_0 = \frac{I_{ест}}{2},$$

плоскость поляризации которого совпадает с плоскостью поляризатора.

Интенсивность, прошедшего через второй поляризатор (анализатор) света определяется законом Малюса:

$$I = I_0 \cos^2 \varphi,$$

где φ – угол между плоскостями поляризации и анализатора.

Поляризация при отражении. Для уравнений Максвелла на границе раздела двух сплошных сред должны быть непрерывны тангенциальные составляющие векторов \mathbf{E} , \mathbf{H} и нормальные составляющие векторов \mathbf{D} , \mathbf{B} :

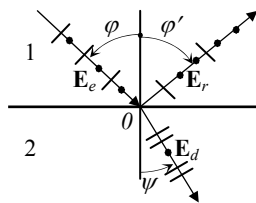


Рис. 1.37

$$E_{\tau 1} = E_{\tau 2}, \quad H_{\tau 1} = H_{\tau 2},$$

$$D_{n 1} = D_{n 2}, \quad B_{n 1} = B_{n 1}.$$

Необходимость отражения и преломления света на границе раздела двух сред следует уже из граничных условий. Наличие определенного положения плоскости падения луча само по себе создает анизотропию условий распространения. Разложим амплитуды напряженностей электрического поля падающей (\mathbf{E}_e), отраженной (\mathbf{E}_r) и преломленной

(E_d) волн (рис. 1.37) на две составляющие: 1) $E_{e\parallel}$, $E_{r\parallel}$, $E_{d\parallel}$, которые лежат в плоскости падения, 2) $E_{e\perp}$, $E_{r\perp}$, $E_{d\perp}$, которые лежат в перпендикулярной плоскости. Условия отражения и преломления волн, поляризованных в плоскости падения и в плоскости, перпендикулярной последней, различны, а отраженный и преломленный лучи оказываются частично-поляризованными.

В 1821 г. Френель из механической теории упругого эфира получил следующие формулы:

$$r_{\perp} \equiv \frac{E_{r\perp}}{E_{e\perp}} = \frac{n_1 \cos \varphi - n_2 \cos \psi}{n_1 \cos \varphi + n_2 \cos \psi}, \quad d_{\perp} \equiv \frac{E_{d\perp}}{E_{e\perp}} = \frac{2n_1 \cos \varphi}{n_1 \cos \varphi + n_2 \cos \psi},$$

$$r_{\parallel} \equiv \frac{E_{r\parallel}}{E_{e\parallel}} = \frac{n_2 \cos \varphi - n_1 \cos \psi}{n_2 \cos \varphi + n_1 \cos \psi}, \quad d_{\parallel} \equiv \frac{E_{d\parallel}}{E_{e\parallel}} = \frac{2n_1 \cos \varphi}{n_2 \cos \varphi + n_1 \cos \psi},$$

где n_1 и n_2 – показатели преломления сред; r_{\perp} , r_{\parallel} , d_{\perp} , d_{\parallel} – коэффициенты Френеля.

Если на границу раздела падает естественный свет, то $E_{e\perp} = E_{e\parallel}$, и формулы Френеля для интенсивности естественного света, отраженного от границы раздела двух диэлектриков, примут вид

$$I_{\perp} = \frac{I_e}{2} \frac{\sin^2(\varphi - \psi)}{\sin^2(\varphi + \psi)}, \quad I_{\parallel} = \frac{I_e}{2} \frac{\operatorname{tg}^2(\varphi - \psi)}{\operatorname{tg}^2(\varphi + \psi)},$$

где I_{\perp} , I_{\parallel} – интенсивности отраженного света, у которого колебания светового вектора \mathbf{E} соответственно перпендикулярны и параллельны плоскости падения; I_e – интенсивность падающего естественного света; φ – угол падения; ψ – угол преломления.

Если $\varphi + \psi = \pi/2$, то $I_{\parallel} = 0$, и отраженный луч получается полностью поляризованным. В этом случае для угла падения, обозначенного как φ_B , получается соотношение

$$\operatorname{tg} \varphi_B = \frac{n_2}{n_1}.$$

Этот закон был экспериментально установлен в 1815 г. шотландским физиком Д. Брюстером. Если неполяризованный свет падает под углом Брюстера, то составляющая с электрическим вектором E_{\parallel} отражаться не будет. Отраженный свет окажется линейно поляризованным в плоскости, перпендикулярной плоскости падения.

Отношение энергии отраженных волн к энергии падающей волны называется *отражательной способностью* поверхности. Для отражательной способности поверхности двух диэлектриков r при нормаль-

ном падении пучка естественного света из формул Френеля получается выражение

$$r = \left(\frac{1-n_{21}}{1+n_{21}} \right)^2,$$

где n_{21} – относительный показатель преломления второй среды относительно первой.

Для произвольного угла падения φ отражательная способность:

$$r = \frac{1}{2} (r_{\perp}^2 + r_{\parallel}^2).$$

Двойное лучепреломление. Во многих прозрачных средах скорость света одинакова по всем направлениям. Такие вещества называются *изотропными*. Но в некоторых кристаллах с несимметричным строением и растворах скорость света в различных направлениях неодинакова. Такие вещества называются *анизотропными*.

Если кристалл анизотропный, то его диэлектрические проницаемости по координатным осям, например ϵ_x и ϵ_y , могут быть различными. Различными будут и показатели преломления n_x и n_y для волн, поляризованных вдоль координатных осей с электрическими векторами \mathbf{E}_x и \mathbf{E}_y . Если в вакууме или однородной среде обе волны распространяются в одном направлении, то при падении на такой кристалл они преломляются под разными углами и пространственно расходятся (пучок естественного света расщепляется на два пучка). Это явление называется *двойным лучепреломлением*.

Исландский шпат представляет собой разновидность углекислого кальция (CaCO_3), кристаллизующегося в виде кристаллов гексагональной системы, и обладает ярко выраженным двойным лучепреломлением. Если на такой кристалл падает узкий пучок естественного света, то, преломляясь, он дает два пучка различного направления (рис. 1.38).

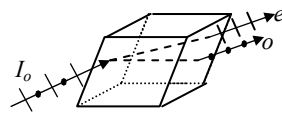


Рис. 1.38

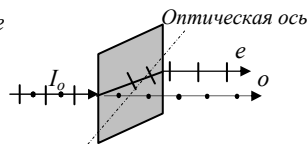


Рис. 1.39

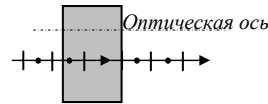


Рис. 1.40

Даже в том случае, если падающий луч нормален к естественной грани кристалла, т.е. угол падения равен нулю (рис. 1.39), пучок света расщепляется на два пучка, причем один из них представляет собой продолжение первичного, а второй уклоняется так, что угол преломления отличен от нуля. Луч, для которого наблюдаются отступления от закона преломления, назвали *необыкновенным* (e), а второй – *обыкновенным* (o). Скорость распространения необыкновенного луча (показатель преломления) зависит от направления.

В кристалле исландского шпата вдоль одного определенного направления луч естественного света распространяется, не раздваиваясь и с одной скоростью (рис. 1.40). Данное направление принято называть *оптической осью* кристалла. Плоскость, проходящая через оптическую ось и направление распространения волны (луча), называется *главной плоскостью* или *главным сечением* одноосного кристалла. Как обыкновенный, так и необыкновенный лучи плоскополяризованы во взаимно перпендикулярных плоскостях. Колебания вектора \mathbf{E} необыкновенной волны происходят в главной плоскости, а обыкновенной – перпендикулярно к главной плоскости. Кристаллы в зависимости от типа их симметрии бывают *одноосными* (исландский шпат, кварц, турмалин, апатит, каломель и др) и *двухосными* (слюда, топаз, ромбическая сера и др), т.е. имеют одну или две оптические оси (кварц, кальцит, доломит, каломель, киноварь и др.), если $n_e \leq n_o$, – то *оптически отрицательными* (исландский шпат, турмалин, апатит).

Некоторые двояколучепреломляющие кристаллы, например турмалин, поглощают один из расщепленных лучей сильнее, чем другой. Коэффициент поглощения среды зависит от ориентации электрического вектора \mathbf{E} и от направления распространения света в кристалле, а также от длины волны. О таких кристаллах принято говорить, что они обладают *дихроизмом*. В турмалине обыкновенный луч поглощается намного сильнее, чем необыкновенный. Если толщина дихроичного кристалла достаточно велика, то одна из компонент поляризованного света полностью поглотится, и прошедший через такой кристалл свет окажется плоскополяризованным. На этом явлении основано действие *поляроидных пленок*. Ярко выраженным дихроизмом обладают кристаллы герпатита, используемые для изготовления *поляроидов*.

При прохождении плоскополяризованного света через некоторые вещества *плоскость поляризации света поворачивается* вокруг направления луча. Такие вещества назвали *оптически активными*. К ним относятся некоторые кристаллы (кварц, киноварь, и др.),

жидкости и растворы (скипидар, раствор сахара в воде и др.). Жидкое оптически активное вещество остается таким же и в кристаллическом состоянии. Но некоторые оптически активные кристаллы неактивны в жидком состоянии. Следовательно, оптическая активность может быть обусловлена как строением самих молекул вещества, так и расположением частиц в кристалле.

Естественное вращение плоскости поляризации оптически активными веществами: $\varphi = \alpha l$, где α – *постоянная (удельная) вращения*; l – толщина образца. Удельное вращение зависит от природы вещества, температуры и длины волны света.

При прохождении света через *правовращающий* кристалл плоскость поляризации поворачивается по часовой стрелке (для наблюдателя, смотрящего навстречу лучу), а в *левовращающем* кристалле – против часовой стрелки. Значения удельного вращения для двух модификаций одного и того же оптически активного кристалла различаются только знаком.

Угол поворота плоскости поляризации света при прохождении в оптически активном растворе:

$$\varphi = [\alpha] c l = [\alpha] \rho K l,$$

где c – массовая концентрация оптически активного вещества в растворе, кг/м^3 ; ρ – плотность раствора; $K = c/\rho$ – отношение массы оптически активного вещества к массе всего раствора; $[\alpha]$ – *постоянная (удельная) вращения раствора*.

Данное явление используется для определения концентрации оптически активных веществ. Приборы, предназначенные для этой цели, называются *поляриметрами*.

М. Фарадей в 1845 г. экспериментально установил, что оптически неактивная среда приобретает под действием внешнего магнитного поля способность вращать плоскость поляризации света, распространяющегося вдоль силовых линий магнитной индукции. Данное явление называется *эффектом Фарадея*. Магнитное вращение плоскости поляризации света пропорционально длине пути света в веществе l и напряженности магнитного поля H : $\varphi = VHl$. Коэффициент пропорциональности V называется *постоянной Верде*. Он зависит от природы вещества и длины волны света.

В 1875 г. Дж. Керр обнаружил, что жидкий или твердый изотропный диэлектрик, помещенный в достаточно сильное однородное электрическое поле, становится оптически анизотропным. При прохождении плоскополяризованного света через такой диэлектрик происходит

поворот плоскости поляризации на угол $\varphi = \pi B E^2 l$, где B – постоянная Керра; E – напряженность электрического поля. Это явление называется *эффектом Керра*. Сообщение оптической анизотропии естественно-изотропным веществам называется *искусственной оптической анизотропией*.

Эффект Керра объясняется различной поляризуемостью молекул по разным направлениям. Это явление практически безынерционно, т.е. длительность процессов перехода вещества в электрическом поле из изотропного состояния в анизотропное и обратно не превосходит 0,1–1 нс. Поэтому явление применяется в скоростной фотосъемке в качестве быстро действующего светового затвора и в других быстро протекающих процессах (звукозапись, воспроизведение звука, изучение скорости распространения света, оптическая локация и т.д.).

Прохождение светового пучка через слой поглощающе-рассеивающей (мутной) среды. По мере распространения плоской световой волны в веществе ее интенсивность постепенно уменьшается. Это происходит вследствие преобразования энергии электромагнитного поля волны во внутреннюю энергию вещества или в энергию вторичного излучения.

Световой поток частично отражается от верхней границы в общем случае во всех направлениях в пределах верхней полусферы, частично проходит во вторую среду (рис. 1.41).

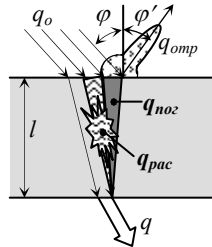


Рис. 1.41

Свойство отражения поверхности характеризуется *коэффициентом отражения*, или *отражательной способностью*:

$$r(\varphi) = q_{omp} / q_o,$$

где q_o и q_{omp} – поверхностные плотности падающего и отраженного излучений соответственно. В общем случае отражательная способность зависит от угла падения φ .

Часть излучения, прошедшая через границу раздела двух сред, частично рассеивается на оптических неоднородностях среды и частично поглощается слоем второго вещества.

Отношение плотности потока излучения q прошедшей через слой ослабляющей среды к плотности падающего излучения q_o называется *пропускательной способностью* среды:

$$d = q/q_o.$$

Отношение плотности поглощенного потока излучения $q_{\text{пог}}$ к плотности падающего излучения q_o называется *поглощательной способностью* среды:

$$a = q_{\text{пог}}/q_o.$$

Отношение плотности рассеянного слоем потока излучения $q_{\text{рас}}$ к плотности падающего излучения q_o называется *рассеивающей способностью* среды:

$$\zeta = q_{\text{рас}}/q_o.$$

Уравнение сохранения энергии электромагнитных волн можно записать в виде $q_{\text{отр}} + q_{\text{пог}} + q_{\text{рас}} + q = q_o$. Разделив это уравнение на q_o , получим

$$r + a + \zeta + d = 1.$$

Изменение интенсивности излучения dI , происходящее в произвольно выбранном бесконечно тонком слое dx (рис.1.42), пропорционально толщине слоя dx и интенсивности излучения I_x падающего на слой света:

$$dI = -k I_x dx,$$

где $k = \alpha + \beta$ – коэффициент ослабления; (здесь α – коэффициент поглощения, характеризующий поглощательную способность данного вещества и не зависящий от толщины слоя; β – коэффициент рассеяния).

Проинтегрировав данное выражение от 0 до l , получим

$$I = I'_o e^{-kl},$$

где I'_o, I – интенсивности света соответственно на входе и выходе из слоя среды. Этот закон еще в 1729 г. экспериментально был получен П. Бугером, а в 1760 был установлен теоретически И. Ламбертом, и называется *законом Бугера–Ламберта*.

Из исходной формулы для коэффициента ослабления получается выражение

$$k = \frac{|dI|}{I_x dx}, \frac{1}{\text{м}},$$

т.е. коэффициент ослабления равняется относительному уменьшению интенсивности излучения на слое единичной толщины. В общем случае ослабление интенсивности происходит как за счет поглощения, так и за счет рассеяния.

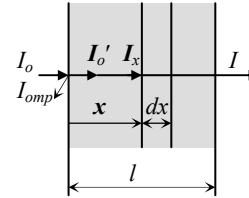


Рис. 1.42

Однородный слой газа практически не отражает ($r = 0$) и не рассеивает ($\zeta = 0$) тепловое излучение, поэтому $a + d = 1$. Из закона Бугера

$$d = I/I_0 = e^{-\alpha l}, \quad a = 1 - e^{-\alpha l}.$$

Рассеяние света происходит только в оптически неоднородной среде, показатель преломления которой нерегулярно изменяется в объеме. Такими средами являются так называемые *мутные среды*, содержащие частицы посторонних примесей, показатель преломления которых отличается от показателя преломления окружающей среды. При наличии оптического теплового движения молекул возникают флуктуации плотности, что приводит к *молекулярному рассеянию света*. Если расстояние между частицами значительно больше длины волны света, то излучаемые ими вторичные волны не когерентны между собой и при наложении не интерferируют. Поэтому оптически неоднородная среда рассеивает свет по всем направлениям.

Система электронов, совершающих вынужденные колебания в атомах электрически изотропной частицы малого радиуса ($r = 0,15\lambda$), эквивалентна одному колеблющемуся электрическому диполю. Этот диполь колеблется с частотой падающего на него света. Поэтому рассеянный свет имеет ту же частоту, что и рассеиваемый. Для малых частиц ($\rho = 2\pi r/\lambda \ll 1$) справедлив закон Рэлея (1899): *интенсивность рассеянного света обратно пропорциональна четвертой степени длины волны* ($I \sim \lambda^{-4}$). Голубой цвет неба объясняется молекулярным рассеянием коротковолновых солнечных лучей.

Коэффициент рассеяния β зависит от *параметра дифракции* $\rho = 2\pi r/\lambda$, концентрации частиц $n_0 = N/V$ и от их комплексного показателя преломления \tilde{n} . Для среды, состоящей из малых частиц одинакового размера (*монодисперсных частиц*) коэффициент рассеяния может быть вычислен по формуле

$$\beta = \frac{32\pi^2}{3} \left| \frac{\tilde{n}^2 - 1}{\tilde{n}^2 + 1} \right|^2 n_0 \rho^4.$$

Наличие частиц конденсированных веществ значительно увеличивает и коэффициент поглощения α *двухфазной среды*. В этом случае коэффициент поглощения вычисляется как сумма коэффициентов поглощения газовой фазы (α_g) и конденсированной фазы (α_k): $\alpha = \alpha_g + \alpha_k$.

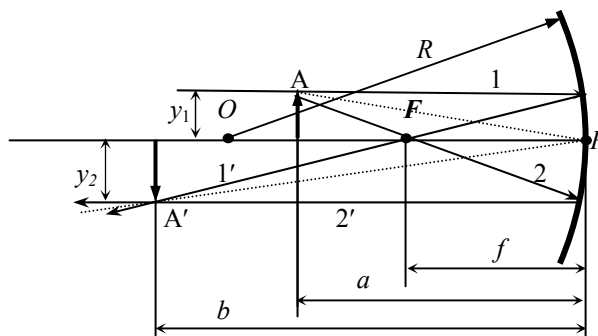
1.2. Примеры решения и оформления задач

Пример 1. Радиус вогнутого зеркала $R = 50$ см. Расстояние от полюса до предмета высотой $y_1 = 4$ см составляет $a = 40$ см. Определить положение и высоту изображения. Вычислить оптическую силу и линейное увеличение зеркала.

Анализ:

Дано:

$R = 0,5$ м	
$y_1 = 4$ см	
$a = 0,4$ м	
b, y_2, D, k	



Все искомые величины можно определить аналитически используя формулу сферического зеркала

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f},$$

где b – искомое расстояние от полюса P до изображения A' точки A ;
 $f = \frac{R}{2}$ – фокусное расстояние.

Откуда

$$b = \frac{aR}{2a - R}.$$

При заданных условиях получается, что $b > a > 0$. Проверим это путем построения изображения точки A , которое получается в точке A' пересечения отраженных лучей $1'$ и $2'$. Изображение действительное и увеличенное.

Линейное увеличение зеркала:

$$k = \frac{y_2}{y_1} = \frac{b}{a} = \frac{R}{2a - R}.$$

Размер изображения

$$y_2 = ky_1.$$

Оптическая сила сферического зеркала:

$$D = \frac{1}{f} = \frac{2}{R}.$$

Анализ размерностей:

Структура формул для искомым величин простая, поэтому явно проглядываются размерности всех величин:

$$[b] = [R] = \text{м}; [k] = [b]/[a] = \text{м/м}; [y_2] = [y_1] = \text{см}; [D] = 1/[R] = 1/\text{м}.$$

Решение:

$$b = \frac{aR}{2a-R} = \frac{0,4 \cdot 0,5}{2 \cdot 0,4 - 0,5} = 0,66(6) \text{ м}.$$

$$k = \frac{b}{a} = \frac{0,5}{2 \cdot 0,4 - 0,5} = 1,66(6).$$

$$y_2 = ky_1 = 1,667 \cdot 4 = 6,667 \text{ см}.$$

$$D = \frac{2}{R} = \frac{2}{0,5} = 4 \text{ 1/м}.$$

Ответ:

Изображение действительное, увеличенное на расстоянии $b = 0,667 \text{ м}$.

Размер изображения $y_2 = 6,667 \text{ см}$.

Линейное увеличение линзы $k = 1,66(6)$.

Оптическая сила сферического зеркала $D = 4$ диоптрия.

Пример 2. Собирающая линза с фокусным расстоянием $f_1 = 0,4 \text{ м}$ и рассеивающая линза с фокусным расстоянием $f_2 = -0,5 \text{ м}$ расположены друг от друга на расстоянии $l = 0,3 \text{ м}$ друг от друга. На расстоянии $a = 0,6 \text{ м}$ слева от собирающей линзы расположен предмет высотой $h_1 = 10 \text{ см}$. Путем построения получить изображение предмета и увеличение системы.

Измеряем длину изображения $h_2 = 75$ мм. Искомое увеличение системы составит

$$k = \frac{h_2}{h_1} = \frac{0,55}{0,12} = 4,6.$$

При построении изображения неизбежны неточности. Поэтому вычислим увеличение системы графическим способом, рассматривая построенные треугольники.

Из подобия треугольников:

$$\frac{h_1}{O_2D} = \frac{a-f_1}{f_1}. \text{ Отсюда } O_2D = \frac{h_1 \cdot f_1}{a-f_1} = \frac{0,12 \cdot 0,29}{0,48-0,29} = 0,183 \text{ м.}$$

$$\frac{h_1}{O_2C} = \frac{a}{l}. \text{ Откуда } O_2C = \frac{h_1 \cdot l}{a} = \frac{0,12 \cdot 0,24}{0,48} = 0,06 \text{ м.}$$

$$\operatorname{tg} \varphi_1 = \frac{h_1}{a} = \frac{0,12}{0,48} = 0,25.$$

$$\psi_2 F_2 = |f_2| \cdot \operatorname{tg} \varphi_1 = 0,38 \cdot 0,25 = 0,095 \text{ м.}$$

$$\operatorname{tg} \varphi_2 = \frac{\psi_2 F_2 + O_2C}{|f_2|} = \frac{0,095 + 0,06}{0,38} = 0,407.$$

$$\operatorname{tg} \varphi_3 = \frac{O_2D}{|f_2|} = \frac{0,183}{0,38} = 0,482.$$

Составим систему из двух уравнений для размера изображения:

$$A'B' = [b - (|f_2| - l)] \operatorname{tg} \varphi_3,$$

$$A'B' + O_2C = (b + l) \operatorname{tg} \varphi_2.$$

Исключив из этих уравнений неизвестную величину b , получим

$$A'B' = \frac{|f_2| \cdot \operatorname{tg} \varphi_2 - O_2C}{1 - \operatorname{tg} \varphi_2 / \operatorname{tg} \varphi_3} = \frac{0,38 \cdot 0,407 - 0,06}{1 - 0,407 / 0,482} = 0,608 \text{ м.}$$

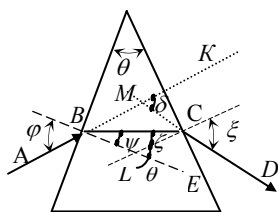
Увеличение системы, полученное по этому значению $A'B'$, получается несколько больше и составляет $k = 5,06$. Последнее значение надо полагать более точным, так как при геометрических построениях могут быть ошибки.

Ответ:

Увеличение центрированной оптической системы, состоящей из двух линз составляет $k = 5,06$. Изображение получается мнимым.

Пример 3. Монохроматический световой луч падает на боковую поверхность равнобедренной призмы с преломляющим углом $\theta = 30^\circ$ и после преломления идет в призме параллельно основанию. Выйдя из призмы, он оказывается отклоненным на угол $\delta = 10^\circ$ от своего первоначального направления. Найти показатель преломления призмы.

Дано:
 $\theta = 30^\circ$
 $\delta = 10^\circ$
 n



Анализ:

Допустим, что известен угол падения φ и показатель преломления n . Тогда через преломляющий угол призмы θ можно найти угол преломления ξ на второй грани. Из закона преломления

$\sin \varphi / \sin \psi = n$. В треугольнике ΔBCL стороны BL и CL образованы прямыми, перпендикулярными к граням призмы, поэтому угол $\angle CLE$ равен углу θ . Отсюда $\psi + \zeta = \theta$, следовательно $\zeta = \theta - \psi$. Применяя закон преломления ко второй грани призмы, определяем угол ξ : $\sin \zeta / \sin \xi = 1/n$.

Из рисунка видно, что $\angle MCB = \xi - \zeta$, $\angle MBC = \varphi - \psi$, угол δ — внешний к ΔBMC и, следовательно, равен сумме углов $\angle MBC$ и $\angle MCB$. Отсюда

$$\delta = (\varphi - \psi) + (\xi - \zeta) = \varphi + \xi - \theta.$$

Так как по условию задачи преломленный луч в призме идет параллельно основанию, то $\psi = \zeta$, поэтому $\varphi = \xi$. А из соотношения $\psi + \zeta = \theta$ вытекает, что $\psi = \theta/2$. Из закона преломления следует, $\sin \varphi = n \sin(\theta/2)$. Так как преломляющий угол призмы θ мал, то $\sin(\theta/2) \approx \theta/2$. Поэтому

$$\delta = \varphi + \xi - \theta = 2 \arcsin(n\theta/2).$$

Отсюда

$$\delta \approx n\theta - \theta = (n - 1)\theta.$$

Следовательно,

$$n = (\delta + \theta)/\theta.$$

Анализ размерности:

$$[n] = [(\delta + \theta)/\theta] = \text{рад/рад} = 1.$$

Решение:

В полученной формуле для показателя преломления стекла призмы $n = (\delta + \theta)/\theta$ используется отношение углов. Поэтому углы можно поставить в градусах:

$$n = (\delta + \theta)/\theta = (5 + 10)/10 = 1,5.$$

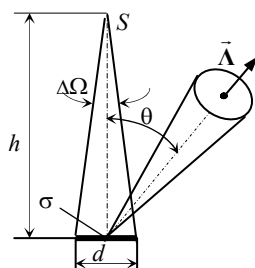
Ответ:

Показатель преломления стекла призмы: $n = 1,5$.

Пример 4. Над центром круглой металлической пластинки диаметром $d = 10$ см на высоте $h = 2$ м подвешен точечный источник света мощностью $W = 150$ Вт. Световая отдача источника – $\zeta = 15$ лм/Вт. Отражательная способность пластинки $r = 0,7$. Индикатриса отражения в зависимости от угла отражения θ задается выражением: $p(\theta) = 1,64 - \cos\theta$. Определить интенсивность отраженного излучения в направлении $\theta = 30^\circ$ и силу света точечного источника, дающего такую же интенсивность света в данном направлении.

Дано:
 $d = 10$ см
 $h = 2$ м
 $W = 150$ Вт
 $\zeta = 15$ лм/Вт
 $r = 0,7$
 $\theta = 30^\circ$
 $p(\theta) = 1,64 - \cos\theta$

 I, J



Анализ:

Световой поток, посылаемый точечным источником света во всех направлениях, равняется мощности источника:

$$\Phi = W, \text{ Вт или}$$

$$\Phi = \zeta W, \text{ лм.}$$

Предположим, что источник света излучает равномерно во всех направлениях. Сила излучения изотропного источника в энергетических и фотометрических единицах определяется соответственно по выражениям

$$J_o = \frac{W}{4\pi}, \text{ Вт/ср} \quad \text{или} \quad J'_o = \frac{\zeta W}{4\pi}.$$

Учитывая, что диаметр пластинки d существенно меньше, чем расстояние от источника до пластинки, телесный угол $\Delta\Omega$, в пределах которого распространяется световой поток $\Delta\Phi$ в направлении площадки σ составляет

$$\Delta\Omega = \frac{\sigma}{h^2} = \frac{\pi d^2}{4h^2}.$$

Поэтому на площадку σ падает световой поток

$$\Delta\Phi = J_0 \Delta\Omega = \frac{Wd^2}{16h^2}.$$

Поверхностная плотность падающего на площадку излучения:

$$q_{пад} = \frac{\Delta\Phi}{\sigma} = \frac{W}{4\pi h^2}.$$

Поверхностная плотность отраженного излучения:

$$q_{отр} = r q_{пад} = \frac{rW}{4\pi h^2}.$$

В случае диффузного отражения интенсивность отраженного света определяется выражением

$$I_{отр}^{\text{диф}} = \frac{q_{отр}}{\pi} = \frac{rW}{4\pi^2 h^2}.$$

Индикатриса отражения определяется выражением

$$p(\theta) = \frac{I_{отр}(\theta)}{I_{отр}^{\text{диф}}}.$$

Поэтому интенсивность отраженного света от реальной поверхности:

$$I_{отр}(\theta) = p(\theta) I_{отр}^{\text{диф}} = (1,64 - \cos\theta) \frac{rW}{4\pi^2 h^2}.$$

В случае небольших размеров отражающей площадки связь между интенсивностью излучения и эффективной силой света точечного источника, дающего такую же интенсивность излучения в данном направлении, определяется выражением

$$J = \zeta I_{отр}(\theta) \sigma \cos\theta = (1,64 - \cos\theta) \cos\theta \frac{r\zeta W d^2}{16\pi h^2}.$$

При вычислении по полученным формулам интенсивность излучения выражается в энергетических единицах, а сила света – в фотометрических.

Анализ размерности:

$$[I] = \frac{[W]}{[\Omega][h]^2} = \frac{\text{Вт}}{\text{ср.м}^2}.$$

$$[J] = \frac{[W][d]^2[\zeta]}{[\Omega][h]^2} = \frac{\text{Вт} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{кд} \cdot \text{ср}}{\text{ср.м}^2 \cdot \text{Вт}} = \text{кд}.$$

Решение:

$$I_{\text{отп}}(\theta) = (1,64 - \cos\theta) \frac{rW}{4\pi^2 h^2} = (1,64 - \sqrt{3}/2) \frac{0,7 \cdot 150}{4\pi^2 \cdot 2^2} = 0,515 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2}.$$

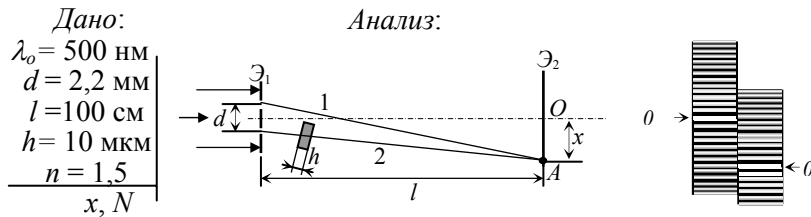
$$J = (1,64 - \cos\theta) \cos\theta \frac{r\zeta W d^2}{16\pi h^2} = (1,64 - \sqrt{3}/2) \sqrt{3}/2 \frac{0,7 \cdot 150 \cdot 15 \cdot 0,1^2}{16\pi \cdot 2^2} = 0,0525 \text{ кд}.$$

Ответ:

Интенсивность отраженного излучения: $I_{\text{отп}}(30^\circ) = 0,515 \text{ Вт/м}^2$.

Эффективная сила света, обеспечивающая такую же интенсивность излучения: $J = 0,0525 \text{ кд}$.

Пример 5. Плоская монохроматическая световая волна с длиной волны $\lambda_0 = 500 \text{ нм}$ падает нормально на экран с двумя узкими щелями, отстоящими друг от друга на расстоянии $d = 2,2 \text{ мм}$. На экране, расположенном за первым экраном на расстоянии $l = 100 \text{ см}$, образуется система интерференционных полос. На какое расстояние, на сколько полос и в какую сторону сместятся эти полосы, если одну из щелей перекрыть стеклянной пластинкой толщиной $h = 10 \text{ мкм}$ и показателем преломления $n = 1,5$?



В отсутствие стеклянной пластинки разность хода лучей 1 и 2 до точки O равна нулю, и в этой точке будет центральный максимум интерференционной картины.

Если поместить стеклянную пластинку на пути луча 2, то оптический путь этого луча увеличивается на величину $\Delta_2 = (n - 1)h$.

В результате центр интерференционной картины смещается в некоторую точку A . Компенсация дополнительного оптического пути луча 2 достигается за счет увеличения геометрического пути луча 1 по сравнению с лучом 2. Поэтому точка A находится ниже (центр смещается в сторону пластинки).

Разность геометрических путей лучей 1 и 2 до точки A с координатой x определяется формулой

$$\delta = x d / l.$$

Перемещение центрального максимума определяется равенством

$$\delta = \Delta_2, \text{ или } x d / l = (n - 1)h.$$

В результате получаем

$$x = (n - 1) h l / d.$$

Условие интерференционного максимума от двух когерентных источников имеет вид

$$x_{max} = k \lambda_0 l / d.$$

Приравняв правые части этих двух выражений, получим порядок максимума k в несмещенной картине в том месте экрана, где теперь находится нулевой максимум после введения пластинки:

$$k = (n - 1) h / \lambda_0.$$

Анализ размерности:

$$[x] = [h][l]/[d] = \text{м} \cdot \text{м} / \text{м} = \text{м}; \quad [N] = [k] = [h]/[\lambda] = \text{м} / \text{м} = 1.$$

Решение:

$$x = (n - 1) h l / d = (1,5 - 1) 10^{-5} \cdot 1/2,2 \cdot 10^{-3} = 2,27 \cdot 10^{-3} \text{ м}.$$

$$N = k = (n - 1) h / \lambda_0 = (1,5 - 1) 10^{-5} / 5 \cdot 10^{-7} = 10.$$

Ответ:

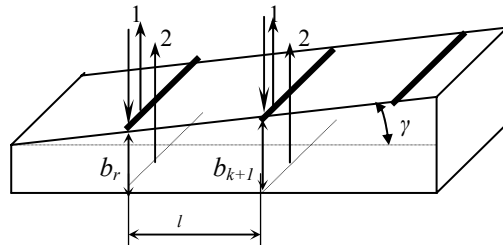
Интерференционная картина сместится в сторону щели, закрытой стеклянной пластинкой, на величину $x = 2,27$ мм, т.е. на $N = 10$ полос. Смещенные полосы показаны в правой части интерференционной картины.

Пример 6 . На тонкую пленку, поверхности которой образуют небольшой угол $\gamma = 30''$ друг к другу падает нормально монохроматический свет длиной волны $\lambda = 0,68$ мкм. Скорость света в пленке для данной волны составляет $u = 2,22 \cdot 10^8$ м/с. Определить расстояние между двумя соседними цветными полосками на поверхности пленки.

Дано:

$$\begin{aligned} \gamma &= 30'' = 1,454 \cdot 10^{-4} \text{ рад} \\ \lambda_0 &= 0,68 \text{ мкм} = 0,68 \cdot 10^{-6} \text{ м} \\ u &= 2,22 \cdot 10^8 \text{ м/с} \end{aligned}$$

Анализ:



Так как угол между плоскостями пленки γ мал, то можно считать, что на обе поверхности лучи света падают нормально. Часть световых лучей отражается от верхней грани пленки (лучи 1), а некоторая часть – от нижней грани (лучи 2). Лучи 1 и 2 когерентны между собой и интерферируют. Для монохроматического света интерференционная картина представляет собой чередующиеся темные и красные полосы на поверхности пленки, которые расположены на одинаковых расстояниях при постоянном угле наклона поверхностей пленки.

Светлые полосы появляются в тех местах, где разность хода между лучами 2 и 1 кратна четному числу половины длины волны падающего света. Условие максимума для отраженного от тонкой пленки через угол преломления ψ имеет вид

$$2nbcos\psi = (2k + 1) \frac{\lambda_0}{2},$$

где $n = c/u$ показатель преломления; b – толщина пленки.

Это условие для двух соседних полос выполняется при толщинах b_k и b_{k+1} и с учетом того, что $cos\psi = 1$ приобретают вид:

$$b_k = \frac{(2k + 1)\lambda_0 u}{4c} \quad \text{и} \quad b_{k+1} = \frac{(2k + 3)\lambda_0 u}{4c}.$$

Разность толщин пленки в местах двух соседних полос

$$b_{k+1} - b_k = \frac{\lambda_0 u}{2c}.$$

Отсюда тангенс угла наклона определится выражением

$$\operatorname{tg} \gamma = \frac{b_{k+1} - b_k}{l} = \frac{\lambda_o u}{2cl}$$

Из этой формулы выражаем искомое расстояние между соседними светлыми (красными) полосами

$$l = \frac{\lambda_o u}{2c \operatorname{tg} \gamma} \cong \frac{\lambda_o u}{2c \gamma}$$

Анализ размерности:

$$[l] = \frac{[\lambda][u]}{[c]} = \frac{\text{м} \cdot \text{м/с}}{\text{м/с}} = \text{м}.$$

Решение:

$$l = \frac{\lambda_o u}{2c \gamma} = \frac{0,68 \cdot 10^{-6} \cdot 2,22 \cdot 10^8}{2 \cdot 3 \cdot 10^8 \cdot 1,454 \cdot 10^{-4}} = 1,73 \cdot 10^{-3} \text{ м}.$$

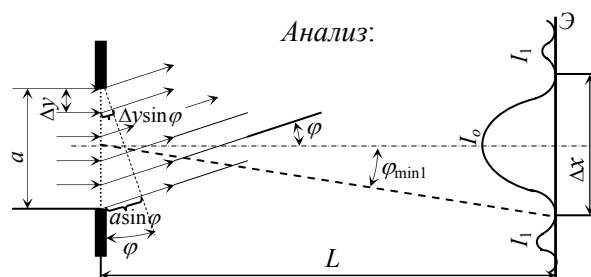
Ответ:

Расстояние между двумя соседними синими полосами на поверхности пленки $l = 1,73 \cdot 10^{-3} \text{ м} = 1,73 \text{ мм}$.

Пример 7. На узкую щель шириной $a = 20 \text{ мкм}$, нормально падает плоскопараллельный пучок монохроматического света с длиной волны $\lambda_o = 600 \text{ нм}$. Чему равна ширина центрального дифракционного максимума на экране, расположенном на расстоянии $L = 60 \text{ см}$ от щели? Определить относительные интенсивности центрального, первого и второго дифракционных максимумов.

Дано:

$$\begin{array}{l} a = 20 \text{ мкм} \\ \lambda_o = 600 \text{ нм} \\ L = 60 \text{ см} \\ \hline \Delta x_o, \bar{I}_o, \bar{I}_1, \bar{I}_2 \end{array}$$

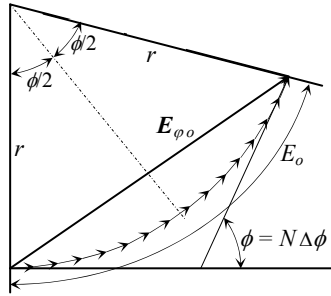
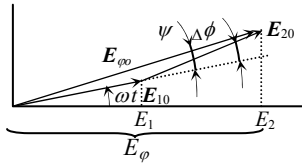


Рассмотрим распределение амплитуды и интенсивности в любой точке дифракционной картины с помощью метода фазовых диаграмм.

Разделим щель на N узких полос шириной Δy так, чтобы $\Delta y \ll \lambda_0$. В этом случае вторичные волны, исходящие из одной полосы, будут иметь одинаковую фазу. Амплитуды волн ΔE_0 , испускаемых разными полосами в направлении φ , можно считать одинаковыми. Разность фаз вторичных волн, исходящих из соседних полос:

$$\Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda_0} \Delta y \sin\varphi,$$

так как разность хода составляет $\Delta\delta = \Delta y \sin\varphi$.



Напряженность электрического поля в любой точке пространства равняется векторной сумме напряженностей вторичных волн от всех полос: $\mathbf{E} = \sum \mathbf{E}_i$. Так как $a \ll L$, то вторичные волны, приходящие в одну и ту же точку экрана из разных полос, практически параллельны. Рассмотрим сначала сложение напряженностей от двух соседних щелей: $E_\varphi = E_1 + E_2 = \Delta E_{10} \cos \omega t + \Delta E_{20} \cos(\omega t + \Delta\phi)$. Эти волны различаются по фазе. Одним из способов сложения гармонических колебаний является метод вращающихся векторов амплитуд (или *фазовой диаграммы*). Как видно из

рисунка, амплитуда результирующей волны $E_{\varphi 0}$ равняется векторной сумме амплитуд складываемых волн, расположенных под углом $\Delta\delta$ друг к другу. По нашему условию $\Delta E_{10} = \Delta E_{20} = \Delta E_0$. Из рисунка видно, что $\psi = \Delta\phi/2$, поэтому

$$E_\varphi = \Delta E_0 \cos(\omega t + \Delta\phi/2), \quad E_{\varphi 0} = 2\Delta E_0 \cos(\Delta\phi/2).$$

Таким же образом можно построить фазовые диаграммы с учетом всех полос.

Разность фаз волн из верхнего и нижнего краев щели:

$$\phi = N\Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda_0} N\Delta y \sin\varphi = \frac{2\pi}{\lambda_0} a \sin\varphi.$$

Дуга на рисунке имеет длину $E_o = N\Delta E_o$, однако амплитуда полной волны $E_{\varphi o}$ представляет собой векторную сумму амплитуд элементарных волн и поэтому равна длине хорды.

Рассмотрим предел $N \rightarrow \infty$, т.е. когда ширина Δy полосы становится бесконечно малой dy . В этом случае ломаные линии на рисунке превращаются в гладкие кривые. Если r – радиус кривизны дуги, то

$$\frac{E_{\varphi o}}{2} = r \sin \frac{\phi}{2}, \quad \frac{E_o}{2} = r \frac{\phi}{2}.$$

Из этих соотношений следует, что

$$E_{\varphi o} = E_o \frac{\sin(\phi/2)}{\phi/2}.$$

Интенсивность света пропорциональна квадрату амплитуды волны, поэтому интенсивность света, распространяющегося под углом φ :

$$I_{\varphi} = I_o \left(\frac{\sin(\phi/2)}{\phi/2} \right)^2 = I_o \left[\frac{\sin(\pi a / \lambda_o \sin \varphi)}{\pi a / \lambda_o \sin \varphi} \right]^2,$$

где I_o – интенсивность при $\varphi = 0$ (в центре центрального максимума).

Дифракционные минимумы возникают там, где $\sin(\pi a / \lambda_o \sin \varphi) = 0$, т.е. когда $(\pi a / \lambda_o \sin \varphi)$ принимает значения $\pi, 2\pi, 3\pi$ и т.д. или когда

$$a \sin \varphi = \pm k \lambda_o, \quad k = 1, 2, 3, \dots$$

За ширину центрального (нулевого) максимума возьмем расстояние Δx между двумя первыми минимумами. Первый минимум расположен при $\sin \varphi_{\min 1} = \lambda_o / a$, поэтому

$$\Delta x = 2L \operatorname{tg} \varphi_{\min 1} = 2L \frac{\sin \varphi_{\min 1}}{\sqrt{1 - \sin^2 \varphi_{\min 1}}} = 2L \frac{\lambda_o}{\sqrt{a^2 - \lambda_o^2}}.$$

Положения центра остальных максимумов и их интенсивности можно найти, продифференцировав формулу для распределения интенсивности и приравняв их к нулю. В результате получим

$$I_{k \max} = I_o / [(k + 1/2)^2 \pi^2], \quad k = 1, 2, 3, \dots$$

При $k = 1$ получаем $I_{1 \max} = I_o / 22,5 = 0,045 I_o$,

при $k = 2$ $I_{2 \max} = I_o / 61,7 = 0,016 I_o$.

Таким образом, относительные интенсивности $\bar{I} = I_{k \max} / I_o$ первых трех максимумов находятся в следующем соотношении:

$$\bar{I}_o : \bar{I}_1 : \bar{I}_2 = 1 : 0,045 : 0,016.$$

Анализ размерности:

$$[\Delta x] = [L] \cdot [\lambda] / [a] = \text{м} \cdot \text{м} / \text{м} = \text{м}.$$

Решение:

$$\Delta x = 2L \frac{\lambda_o}{\sqrt{a^2 - \lambda_o^2}} = 2 \cdot 0,6 \frac{0,6 \cdot 10^{-6}}{\sqrt{(20 \cdot 10^{-6})^2 - (0,6 \cdot 10^{-6})^2}} = 0,03 \text{ м}.$$

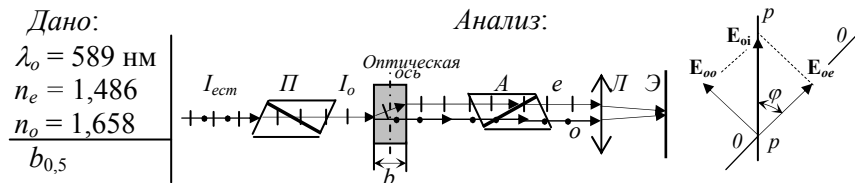
Ответ:

Ширина центрального максимума составляет $\Delta x = 0,03 \text{ м} = 3 \text{ см}$.

Относительные интенсивности первых трех максимумов при дифракции Фраунгофера на узкой щели находятся в следующем соотношении: $\bar{I}_0 : \bar{I}_1 : \bar{I}_2 = 1 : 0,045 : 0,016$.

Как видим, интенсивность центрального максимума в 22,2 раза больше, чем интенсивность первого максимума.

Пример 8. На пластинку из исландского шпата, вырезанного так, что оптическая ось параллельна грани пластинки, падает плоско поляризованный свет. Определить минимальную толщину пластинки, дающей разность хода в полволны для света с $\lambda_o = 589 \text{ нм}$.



Если на двояколучепреломляющий кристалл падает естественный свет, то обыкновенная и необыкновенная волны некогерентны, так как соответствуют излучению различных атомов. Если же на кристалл будет падать плоскополяризованный свет, то колебания в обеих волнах представляют собой разложение одного и того же колебания на два взаимно перпендикулярных. Следовательно, эти волны взаимно когерентны. В правой части рисунка показан вектор \mathbf{E}_{oi} амплитуды i -го цуга волны, выходящей через поляризатор Π (p - p – направление плоскости поляризатора). Вклады i -го цуга в обыкновенную o и необыкновенную e волны характеризуются амплитудами $\mathbf{E}_{oo} = \mathbf{E}_{oi} \sin \varphi$ и $\mathbf{E}_{oe} = \mathbf{E}_{oi} \cos \varphi$, отношение модулей которых $E_{oo}/E_{oe} = \text{tg } \varphi$ одинаково для всех цуг волн. В пластинке обыкновенная и необыкновенная

волны распространяются с разными скоростями. Поэтому на выходе из пластинки толщиной b между двумя взаимно перпендикулярными векторами \mathbf{E}_{oo} и \mathbf{E}_{oe} возникает оптическая разность хода:

$$\delta = n_o b - n_e b = (n_o - n_e) b.$$

В зависимости от толщины пластинки b возможно несколько частных случаев

Пластинка в четверть волны, толщина которой удовлетворяет условию $(n_o - n_e) b = \pm(k + 1/4)\lambda_o$, где $k = 0, 1, 2, \dots$, знак «+» соответствует оптически отрицательному кристаллу, а знак «-» – оптически положительному. На выходе из пластинки сдвиг фаз составляет $\pi/2$. Если при этом $\varphi = \pi/4$, то, сведенные собирающей линзой в одну точку, лучи дают волну поляризованную по кругу.

Пластинка в полволны: $(n_o - n_e) b = \pm(k + 1/2)\lambda_o$. Векторы \mathbf{E}_{oo} и \mathbf{E}_{oe} на выходе из пластинки сдвинуты по фазе на π . Суммарная волна при выходе из пластинки остается линейно-поляризованной. Плоскости поляризации падающего на пластинку света и вышедшего света симметричны относительно главной плоскости пластинки.

Пластинка в целую волну: $(n_o - n_e) b = \pm k\lambda_o$. Суммарная волна при выходе из пластинки остается линейно-поляризованной в той же плоскости, что и падающий свет.

В общем случае произвольной δ сведенная волна становится эллиптически поляризованной.

Когерентные волны, выходящие из кристаллической пластинки, не могут интерферировать, так как они поляризованы во взаимно перпендикулярных плоскостях. Поэтому за пластинкой устанавливается еще один поляризатор (анализатор A).

В случае исландского шпата, когда оптическая ось $0-0$ параллельна передней грани пластинки, показатель преломления для необыкновенного луча имеет значение n_e и минимальная толщина пластинки, дающая разность хода в полволны, будет

$$b_{0,5} = \frac{\lambda_o}{2(n_o - n_e)}.$$

Анализ размерности:

$$[b_{0,5}] = [\lambda] = \text{м}.$$

Решение:

$$b_{0,5} = \frac{\lambda_o}{2(n_o - n_e)} = \frac{0,589 \cdot 10^{-6}}{2(1,658 - 1,486)} = 3,59 \cdot 10^{-6} \text{ м}.$$

Ответ:

Толщина пластинки исландского шпата, дающая разность хода в полволны: $b_{0,5} = 3,59 \cdot 10^{-6} \text{ м} = 3,59 \text{ мкм}$.

Пример 9. Имеются две пластинки из материала с показателем преломления $n = 1,4$, толщины которых $l_1 = 4 \text{ мм}$ и $l_2 = 9 \text{ мм}$. При поочередном введении этих пластинок в пучок монохроматического света обнаружили, что пропускательная способность первой пластинки имеет значение $d_1 = 0,852$, второй – $d_2 = 0,748$. Найти линейный коэффициент поглощения этого вещества, а также отражательные и поглощательные способности пластинок.

Дано:

$$n = 1,4$$

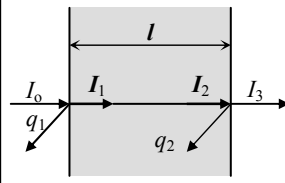
$$l_1 = 4 \text{ мм}$$

$$l_2 = 9 \text{ мм}$$

$$d_1 = 0,852$$

$$d_2 = 0,748$$

$$\alpha, a, \rho$$



Анализ:

Предположим, что свет на пластинку падает нормально. Для отражательной способности r поверхности двух диэлектриков при нормальном падении пучка естественного света из формул Френеля получается выражение

$$r = \left(\frac{1 - n_{21}}{1 + n_{21}} \right)^2,$$

где n_{21} – относительный показатель преломления второй среды относительно первой.

Если с обеих сторон пластинки одна и та же среда, то данное выражение справедливо для обеих поверхностей пластинки. Допустим, что пластинки находятся в воздухе. Тогда $n_{21} = n$. Интенсивность света I_1 после прохождения первой границы:

$$I_1 = I_0 - q_1 = I_0 - rI_0 = (1 - r)I_0,$$

где I_0 – интенсивность света, падающего на пластинку; q_1 – поверхностная плотность отраженного излучения от первой поверхности пластинки.

Интенсивность света после прохождения толщины пластинки без учета отражения от второй поверхности определяется законом Бугера:

$$I_2 = I_1 e^{-\alpha l} = I_0 (1 - r) e^{-\alpha l},$$

где α – линейный коэффициент поглощения; l – толщина пластинки.

Так как часть света отражается и от второй поверхности, то интенсивность прошедшего через пластинку света:

$$I_3 = I_2 - q_2 = I_2 - rI_2 = I_0(1-r)^2 e^{-\alpha l},$$

где $q_2 = rI_2$ – поверхностная плотность света, отраженного от второй поверхности пластинки.

Следовательно, пропускательная способность пластинки:

$$d = I_3/I_0 = (1-r)^2 e^{-\alpha l}.$$

Поглощательная способность пластинки:

$$a = I_{\text{пог}}/I_0 = (I_1 - I_2)/I_0 = (1-r)(1 - e^{-\alpha l}),$$

где $I_{\text{пог}} = I_1 - I_2$ – интенсивность поглощенного излучения.

Из закона сохранения энергии

$$a + d + \rho = 1.$$

Поэтому полная отражательная способность пластинки:

$$\rho = 1 - a - d = r[1 + (1-r)e^{-\alpha l}].$$

При получении этих формул пренебрегли вторичными отражениями.

Отношение пропускательных способностей двух пластинок:

$$\frac{d_1}{d_2} = \frac{e^{-\alpha l_1}}{e^{-\alpha l_2}} = e^{\alpha(l_2 - l_1)}.$$

Отсюда линейный коэффициент поглощения вещества:

$$\alpha = \frac{\ln(d_1/d_2)}{l_2 - l_1}.$$

Анализ размерности:

$$[\alpha] = 1/[l] = 1/\text{м}.$$

Решение:

$$\alpha = \frac{\ln(d_1/d_2)}{l_2 - l_1} = \frac{\ln(0,852/0,748)}{(9-4) \cdot 10^{-3}} = 26 \text{ м}^{-1}.$$

$$r = \left(\frac{1-n}{1+n}\right)^2 = \left(\frac{1-1,4}{1+1,4}\right) = 0,0278.$$

$$a_1 = (1-r)(1 - e^{-\alpha l_1}) = (1 - 0,0278)(1 - e^{-26 \cdot 0,004}) = 0,096.$$

$$a_2 = (1-r)(1 - e^{-\alpha l_2}) = (1 - 0,0278)(1 - e^{-26 \cdot 0,009}) = 0,203.$$

$$\rho_1 = r[1 + (1-r)e^{-\alpha l_1}] = 0,0278[1 + (1 - 0,0278)e^{-26 \cdot 0,004}] = 0,052.$$

$$\rho_2 = r[1 + (1-r)e^{-\alpha l_2}] = 0,0278[1 + (1 - 0,0278)e^{-26 \cdot 0,009}] = 0,049.$$

Ответ:

Линейный коэффициент поглощения вещества пластинок: $\alpha = 26 \text{ м}^{-1}$.

Поглощательные способности пластинок соответственно:

$$a_1 = 0,096 \text{ и } a_2 = 0,203.$$

Полные отражательные способности соответственно:

$$\rho_1 = 0,052 \text{ и } \rho_2 = 0,049.$$

Можно обратить внимание на то, что у поглощающих пластинок полные отражательные способности зависят от толщины пластинок, в то время как для не поглощающих пластинок полная отражательная способность от толщины не зависит и определяется выражением

$$\rho = 1 - (1 - r)^2.$$

1.3. Расчетно – графическая работа РГР 31

Задачи 311. Варианты: 1, 5, 9, 13, 17, 21, 25, 29, 33

Оптически центрированная система состоит из двояковыпуклой линзы с одинаковыми радиусами кривизны поверхностей R_1 и вогнутого зеркала с радиусом кривизны R_2 . Оптический центр линзы и центр сферического зеркала совпадают. Показатель преломления стекла линзы n . Левее фокуса линзы на расстоянии a от оптического центра расположен предмет. Построить график изменения линейного увеличения системы, когда расстояние a изменяется от $1,5f$ до $3f$. Графические построения подтвердить расчетами.

№ вар.	1	5	9	13	17	21	25	29	33
R_1 , см	30	41,6	37,8	50,4	58	66	74,4	78	74
R_2 , см	90	120	100	130	150	165	180	190	160
n	1,5	1,52	1,54	1,56	1,58	1,6	1,62	1,6	1,58

Задачи 311. Варианты: 2, 6, 10, 14, 18, 22, 26, 30, 34

На левую боковую грань равнобедренной призмы под углом α (к нормали) падает луч света. Преломляющий угол призмы - θ , показатель преломления - n . Показатель преломления среды со стороны правой грани - n_{cp} . Нижняя грань призмы зачернена. Определить угол отклонения луча от первоначального направления (для двух вариантов,

когда луч падает снизу от нормали к грани, и когда – сверху под таким же углом α). При каком угле падения α , выход луча из призмы становится невозможным?

№вар.	2	6	10	14	18	22	26	30	34
θ	15	20	25	30	30	35	30	22	25
n	1,5	1,54	1,57	1,55	1,63	1,6	1,59	1,62	1,65
α	15	14	17	10	30	18	19	22	25
n_{cp}	1,31	1,34	1,27	1,31	1,33	1,36	1,29	1,32	1,35

Задачи 311. Варианты: 3, 7, 11, 15, 19, 23, 27, 31, 35

Две тонкие линзы, оптические оси которых совпадают, расположены друг от друга на половине фокусного расстояния первой линзы $f_1/2$. Показатели преломления линз - n_1, n_2 , радиусы кривизны $R_1', R_2'; R_1'', R_2''$, соответственно. Как изменяется увеличение оптической системы, если расстояние предмета от первой линзы a_1 изменяется от $2f_1$ до f_1' ? Построить график зависимости увеличения линзы от этого расстояния.

№вар.	3	7	11	15	19	23	27	31	35
n_1	1,52	1,5	1,57	1,61	1,54	1,7	1,62	1,53	1,56
$R_1', \text{ см}$	52	50	70	110	40	70	80	23	26
$R_2', \text{ см}$	40	30	20	30	70	35	-100	123	76
n_2	1,62	1,65	1,7	1,7	1,64	1,57	1,52	1,63	1,66
$R_1'', \text{ см}$	-60	60	50	-60	-65	50	-50	-30	-90
$R_2'', \text{ см}$	-90	50	70	-60	-70	40	-60	60	-60

Задачи 311. Варианты: 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36

Система состоит из тонкой линзы с радиусами кривизны поверхностей R_1, R_2 , показателем преломления n и плоского зеркала, расположенного перпендикулярно к оптической оси справа от линзы. Расстояние между предметом, расположенным слева от линзы и её оптическим центром $a = kf$. Как изменяется увеличение оптической системы, если расстояние от зеркала до оптического центра линзы l изменяется от f до $2f$?

№вар.	4	8	12	16	20	24	28	32	36
R_1 , см	33	26	29	32	35	38	41	44	47
R_2 , см	43	36	39	42	45	28	31	34	37
n	1,53	1,56	1,59	1,52	1,65	1,58	1,61	1,64	1,57
k	1,3	0,6	0,9	1,2	1,5	1,8	1,2	1,4	1,7

Задачи 312. Варианты: 1, 5, 9, 13, 17, 21, 25, 29

Над центром круглого стола радиуса R подвешен точечный источник света мощностью W и удельным расходом мощности ζ . Приближенно можно считать, что сила света источника J не зависит от направления. Построить графики зависимостей освещенностей центра стола и периферийных точек от высоты источника над столом h . При каком значении h освещенность периферийных точек будет максимальной?

№вар.	1	6	11	16	21	26	31
R , м	1	0,6	0,9	1,6	0,8	0,7	0,75
W , Вт	100	60	11	16	150	75	15
ζ , лм/Вт	15	12	40	44	17	14	42

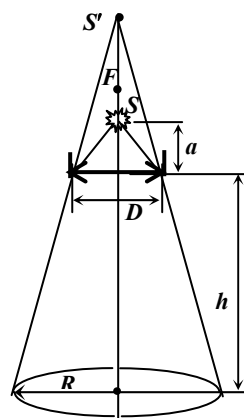
Задачи 312. Варианты: 2, 7, 12, 17, 22, 27, 32

Вертикальный луч прожектора освещает центр потолка комнаты радиуса R . При этом на потолке образуется небольшой зайчик площадью S . Освещенность зайчика E . Отражательная способность диффузного потолка r . Найти наибольшую освещенность стены, создаваемую светом, отраженным от потолка.

№вар.	2	7	12	17	22	27	31
R , м	2	2,7	3,2	3,4	3,8	2,7	3,1
S , см ²	200	700	800	340	480	470	310
E , лк	1000	1400	1100	1400	1800	2000	2600
r	0,8	0,6	1,0	0,7	0,8	0,82	0,86

Задачи 312. Варианты: 1, 6, 11, 16, 21, 26, 31

Осветитель состоит из лампы S мощностью W и удельным расходом мощности ζ , а также снабжен оптической системой с собирающей линзой с фокусным расстоянием f . Лампа расположена между оптическим центром линзы и фокусом F на расстоянии a . Диаметр диафрагмы осветителя D и он создает на полу яркое пятно в виде окружности. Определить при какой высоте h освещенность периферийных точек круглого стола радиусом R будет максимальной. Построить график зависимости освещенности периферийных точек стола от высоты h осветителя. Какой был бы этот график при отсутствии оптической системы осветителя.



№ вар.	3	8	13	18	23	28	33
W , Вт	300	75	150	18	23	28	33
ζ , лм/Вт	16	13	15	40	41	42	45
f , см	60	80	75	90	70	65	85
a , см	30	40	30	40	50	35	45
D , см	15	20	26	18	23	28	33
R , м	1,3	0,8	1,3	0,9	0,85	0,8	0,66

Задачи 312. Варианты: 4, 9, 14, 19, 24, 29, 34

Над центром квадратной комнаты размерами $a \times a$ подвешен небольшой светильник в виде плоского горизонтального диска площадью S . Интенсивность излучения (яркость) светильника I не зависит от направления. Световая отдача светильника составляет ζ . На какой высоте от поверхности пола необходимо повесить светильник, чтобы освещенность угловых точек пола была максимальной? Какая будет при этом освещенность пола непосредственно под светильником?

№вар.	4	9	14	19	24	29	34
a , м	4	3,9	4,1	4,5	5,3	2,9	3,4
S , см ²	40	90	140	90	50	60	70
I , кВт/м ²	3	7	1,1	1,5	23	27	31
ζ , лм/Вт	13	17	14	15	13	17	15

Задачи 312. Варианты: 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35

На полу лежит небольшая металлическая, круглая пластинка диаметром d и отражательной способностью r . На пластинку падает пучок света от точечного источника мощностью W , расположенного на высоте $2h$ над пластинкой. Индикатриса отражения пластинки для данного падающего излучения в зависимости от угла отражения θ задается выражением $p(\theta) = a - b \cos\theta$. На стене висит картина, центр которой находится на высоте h от пола. Расстояние от центра пластинки до данной стены x . Вычислить световой поток, падающий на пластинку и освещенность центра картины от отраженного света, если световая отдача источника ζ .

№ вар.	5	10	15	20	25	30	35
d , см	15	20	15	20	25	30	35
r	0,65	0,7	0,75	0,62	0,75	0,7	0,65
W , Вт	100	75	150	200	250	300	300
ζ , лм/Вт	15	14	22	24	25	26	27
a	1,25	1,5	1,77	2,27	2,53	1,18	1,2
b	0,4	0,8	1,2	2	2,4	0,28	0,32
h , м	1,5	1,8	1,2	2	1,25	1,3	1,35
x , м	1,5	0,8	1,2	1	1	1,2	1,3

Задачи 313. Варианты: 1, 7, 13, 19, 25, 31

В опыте Юнга расстояние между щелями d , а до экрана l . На щели падает монохроматическая волна с частотой ν . На пути одного из лучей перпендикулярно лучу поместили стеклянную пластинку толщины b . При этом центральная светлая полоса смещается в положение, первоначально занимаемое n -й светлой полосой. Определить положение n -й светлой полосы, показатель преломления пластины. Меняется ли ширина интерференционной полосы в зависимости от помещения пластины?

№вар.	1	7	13	19	25	31
d , мм	0,4	0,5	1,3	0,3	0,5	0,9
l , м	3,1	3,5	3,3	2,1	2,5	2,9
ν , 10^{14} Гц	4	4,5	5	5,2	6,9	6,3
b , мкм	5	5,5	4,3	5,1	4,5	4,9
n	4	5	3	4	5	5

Задачи 313. Варианты: 2, 8, 14, 20, 26, 32

На плоскопараллельную пленку с показателем преломления n падает нормально плоскопараллельный пучок белого света. При какой наименьшей толщине пленка наиболее прозрачна для света с длиной волны λ_1 ? При какой толщине она наиболее прозрачна одновременно для световых волн с длинами волн λ_1 и λ_2 ?

№ вар.	2	8	14	20	26	32
n	1,52	1,61	1,64	1,62	1,63	1,65
λ_1 , мкм	0,52	0,61	0,64	0,62	0,53	0,46
λ_2 , мкм	0,624	0,732	0,768	0,744	0,636	0,552

Задачи 313. Варианты: 3, 9, 15, 21, 27, 33

Поверхности стеклянного клина с показателем преломления n образуют между собой небольшой угол γ . На клин под нормально падает плоскопараллельный пучок монохроматического света с частотой ν . На поверхности клина образуются полосы равной толщины. Определить ширину интерференционной полосы и цвет ярких полос. Для света какой длины волны ширина полос будет ξ раз больше?

№ вар.	3	9	15	21	27	33
n	1,5	1,52	1,54	1,56	1,57	1,58
γ , °	0,3	0,2	0,17	0,24	0,27	0,31
ν , 10^{14} Гц	4,3	4,5	5,7	6,4	6,8	7,1
ξ	1,3	1,2	1,15	1,4	1,17	1,5

Задачи 313. Варианты: 4, 10, 16, 22, 28, 34

На стеклянный клин с показателем преломления n нормально падает монохроматический свет с длиной волны λ_0 . Определить угол между поверхностями клина, когда расстояние между соседними интерференционными минимумами в отраженном свете увеличивается на δ , если длину волны увеличить в 1,5 раза.

№ вар.	4	10	16	22	28	34
n	1,64	1,61	1,57	1,55	1,53	1,51
λ_0 , мкм	0,53	0,61	0,63	0,65	0,67	0,69
δ , мм	1,3	1,6	1,5	1,3	1,4	1,7

Задачи 313. Варианты: 5, 11, 17, 23, 29, 35

Установка для наблюдения колец Ньютона освещается нормально падающим монохроматическим светом частоты ν . Пространство между линзой и стеклянной пластинкой заполнено жидкостью с показателем преломления n . Радиус кривизны линзы R . Определить радиусы первых трех темных и светлых колец Ньютона. Что изменилось бы, если показатель преломления жидкости станет больше, чем у стекла?

№ вар.	5	11	17	23	29	35
$\nu, 10^{14}$ Гц	4,3	4,5	5,7	6,4	6,6	7,1
n	1,5	1,52	1,54	1,56	1,58	1,6
$R, \text{ м}$	10	11	7	12	9	8

Задачи 313. Варианты: 6, 12, 18, 24, 30, 36

Для измерения показателя преломления газа в одно из плеч интерферометра помещена закрытая с обеих сторон откачанная до высокого вакуума стеклянная трубка длиной l . При заполнении трубки газом для длины волны λ_0 , интерференционная картина сместилась на k полос. Определить показатель преломления газа.

№ вар.	6	12	18	24	30	36
$l, \text{ см}$	14	12	18	24	20	18
$\lambda_0, \text{ нм}$	400	500	550	600	650	700
k	22	19	24	29	35	41

Задачи 314. Варианты: 1, 7, 13, 19, 25, 31

Сферическая волна, распространяющаяся из точечного монохроматического источника света с длиной волны λ_0 встречает на своем пути экран с круглым отверстием радиусом r . Расстояние от источника до экрана равно a . Определить расстояние от отверстия до экрана, если в центре экрана наблюдается максимум освещенности. Какой должен быть радиус отверстия при таком расположении отверстия и экрана, чтобы центр дифракционных колец на экране был наиболее темным?

№ вар.	1	7	13	19	25	31
$\lambda_0, \text{ нм}$	500	700	650	550	620	560
$r, \text{ мм}$	0,4	0,6	1,1	0,6	0,42	0,56
$a, \text{ м}$	1	1,6	1,1	1,6	1,2	1,3

Задачи 314. Варианты: 2, 8, 14, 20, 26, 32

На узкую щель шириной a нормально падает плоскопараллельный пучок монохроматического света с длиной волны λ_0 . Чему равна ширина центрального дифракционного максимума на экране, расположенном на расстоянии L ? Определить относительные интенсивности центрального, первого, второго и третьего дифракционных максимумов. Построить график изменения интенсивности света по ширине экрана в пределах первых трех максимумов, условно приняв интенсивность центра нулевого максимума $I_0 = 1$.

№ вар.	2	8	14	20	26	32
λ_0 , нм	520	580	640	620	560	630
a , мкм	5,2	5,8	6,4	6,2	5,6	6,3
L , м	0,7	0,8	0,64	0,72	0,6	0,66

Задачи 314. Варианты: 3, 9, 15, 21, 27, 33

Определить толщину плоскопараллельной стеклянной пластинки с показателем преломления n , при которой в отраженном свете интерференционный максимум второго порядка для волны с длиной волны λ наблюдается под тем же углом, что и у дифракционной решетки с постоянной d . Построить график изменения интенсивности дифрагированных лучей в зависимости от угла дифракции φ в пределах первых двух главных дифракционных максимумов. Общее число щелей принять N , а интенсивность в центре нулевого максимума $I_1 = 1$.

№ вар.	3	9	15	21	27	33
n	1,55	1,59	1,5	1,52	1,57	1,63
λ , мкм	0,63	0,59	0,55	0,61	0,72	0,67
d , мкм	6,3	5,9	5,5	6,1	7,2	6,7
N	6	9	8	7	7	9

Задачи 314. Варианты: 4, 10, 16, 22, 28, 34

На дифракционную решетку шириной l падает плоская волна, фронт которой параллелен плоскости решетки. Общее число штрихов решетки - N . Падающий свет содержит две волны с длинами волн λ_1, λ_2 . Начиная с какого порядка спектра эти линии будут разрешены?

Определить угол дифракции найденного порядка спектра. Какой наибольший порядок спектра можно наблюдать с такой решеткой? Построить примерный график изменения интенсивности дифрагированных лучей в зависимости от угла дифракции φ в пределах первых трех главных дифракционных максимумов.

№ вар.	4	10	16	22	28	34
l , мм	3	8	1,3	1,8	2,3	2,8
N	600	1600	260	360	460	560
λ_1 , нм	460	600	500	555	660	560
λ_2 , нм	460,2	600,2	500,3	555,4	660,2	560,2

Задачи 314. Варианты: 5, 11, 17, 22, 29, 35

Дифракционная решетка шириной l содержит N штрихов. На дифракционную решетку нормально падает монохроматический свет с частотой ν . Определить: 1) число максимумов, наблюдаемых в спектре дифракционной решетки; 2) угол, соответствующий последнему максимуму. Построить примерный график изменения интенсивности дифрагированных лучей в зависимости от угла дифракции φ в пределах первых трех главных дифракционных максимумов.

№вар.	5	11	17	22	29	35
l , мм	1,5	2,1	2	2,2	2,4	2,9
N	300	420	400	440	480	290
ν , 10^{14} Гц	7	6,1	5,4	5	4,8	4,4

Задачи 314. Варианты: 6, 12, 18, 23, 30, 36

На узкую щель ширины a нормально падает монохроматический свет с длиной волны λ_0 . Определить направление света на k -ю светлую дифракционную полосу. Каким должен быть период дифракционной решетки d , чтобы данное направление совпало с направлением 1-го дифракционного максимума от дифракционной решетки? Построить график изменения интенсивности дифрагировавшего света от щели по ширине экрана в пределах первых трех максимумов, условно приняв интенсивность центра нулевого максимума $I_0 = 1$.

№вар.	6	12	18	23	30	36
a , мкм	4	5,5	6,8	6,3	6	6,6
λ , нм	400	550	680	630	600	660
k	2	3	4	3	4	3

Задачи 315. Варианты: 1, 6, 11, 16, 21, 26, 31

На пластинку из оптически анизотропного кристалла Kp , вырезанного так, что оптическая ось параллельна грани пластинки, падает плоско поляризованный свет. Определить минимальные толщины пластинки, дающие разность хода в четверть и полволны для света с $\lambda_0 = 589$ нм. Как изменится интенсивность света за поляризатором, установленным после пластинки так, что угол между плоскостью поляризации падающего на пластинку света и плоскостью поляризатора φ .

№вар.	1	6	11	16	21	26	31
Kp	Кварц	Кальцит	Доломит	Каломель	Киноварь	Исл. шпат	Апатит
φ	$\pi/6$	$\pi/4$	$\pi/8$	$\pi/3$	$\pi/2$	$\pi/4$	$\pi/6$

Задачи 315. Варианты: 2, 7, 12, 17, 22, 27, 32

Естественный монохроматический свет падает на систему из двух скрещенных поляризаторов, между которыми находится кварцевая пластинка, вырезанная перпендикулярно к оптической оси. Найти минимальную толщину пластинки, при которой эта система будет пропускать η -ю часть светового потока, если постоянная вращения кварца α .

№ вар.	2	7	12	17	22	27	32
η	0,32	0,37	0,42	0,47	0,22	0,27	0,35
α , °/мм	42	47	49	48	46	45	43

Задачи 315. Варианты: 3, 8, 13, 18, 23, 28, 33

Естественный свет падает под углом φ на поверхность стекла с показателем преломления n . Определить с помощью формул Френеля: а) коэффициент отражения стекла; б) степень поляризации отраженного и преломленного света.

№ вар.	3	8	13	18	23	28	33
$\varphi,^\circ$	30	45	55	45	50	30	45
n	1,52	1,56	1,51	1,58	1,62	1,46	1,53

Задачи 315. Варианты: 4, 9, 14, 19, 24, 29, 34

При падении естественного света на некоторый поляризатор проходит $\eta_1\%$ светового потока, а через два таких поляризатора $\eta_2\%$ светового потока. Найти угол между плоскостями пропускания этих поляризаторов.

№ вар.	4	9	14	19	24	29	34
$\eta_1, \%$	44	49	48	49	46	47	48
$\eta_2, \%$	14	9	11	9	23	7	3

Задачи 315. Варианты: 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35

Естественный свет не проходит через систему из двух скрещенных поляризаторов. Если между поляризаторами поставить трубку длины l с раствором оптически активного вещества, то свет начинает проходить. При этом интенсивность света уменьшается в k раз. Чему равняется удельная вращения раствора, если отражательная способность поляризаторов и стекла трубки - r ?

№ вар.	5	10	15	20	25	30	35
$l, \text{ см}$	15	12	16	20	25	18	12
k	34	42	42	30	24	28	32
r	0,04	0,02	0,05	0,02	0,04	0,03	0,03

Задачи 316. Варианты: 1, 8, 15, 22, 29

В p – процентном растворе вещества в прозрачном растворителе, интенсивность света на глубине l ослабляется в N раз. Во сколько раз ослабляется интенсивность на глубине kl в $2p$ – процентном растворе того же вещества. Считать, что линейный коэффициент поглощения прямо пропорционален концентрации раствора – $\alpha = \alpha_0 C$, где α_0 – удельный коэффициент поглощения данного раствора. Определить удельный коэффициент поглощения данного раствора и пропускательные способности этих растворов, если показатель преломления n .

№ вар.	1	8	15	25	29
$p, \%$	11	8	15	5	9
N	2	3	1,5	2	3
$l, \text{см}$	4	8	15	2,5	2,9
k	1,5	1,9	1,4	1,4	2
n	1,4	1,38	1,34	1,35	1,39

Задачи 316. Варианты: 2, 9, 16, 23, 30

Туман представляет капли воды радиусом r с концентрацией в воздухе n_0 . Во сколько раз уменьшается интенсивность света с длиной волны λ за счет рассеяния пройдя через слой тумана толщиной l ?

№ вар.	2	9	16	23	30
$r, \text{нм}$	52	49	46	53	43
$n_0, 10^{14} \text{м}^{-3}$	2	0,9	1,6	1,3	2,3
$\lambda, \text{нм}$	434	486	546	589	768
$l, \text{м}$	12	9	16	23	30

Задачи 316. Варианты: 3, 10, 17, 24, 31

Параллельный пучок монохроматического света падает на боковую поверхность призмы под углом α с нижней стороны к нормали поверхности. Преломляющий угол призмы θ . Показатель преломления стекла призмы n . Найти угол отклонения δ светового пучка от первоначального направления после выхода из призмы.

№ вар.	3	10	17	24	31
$\alpha, ^\circ$	30	10	20	24	31
$\theta, ^\circ$	30	25	45	30	20
n	1,53	1,51	1,7	1,54	1,61

Задачи 316. Варианты: 4, 11, 18, 25, 32

Монохроматический пучок света проходит через пластину толщины l перпендикулярно к поверхностям. Коэффициент ослабления пластины линейно меняется от значения k_1 до k_2 , абсолютный показатель преломления пластины n . Пренебрегая вторичными отражениями, определить пропускательную способность такой пластины.

№ вар.	4	11	18	25	32
l , см	4	11	8	5	3
k_1 , м ⁻¹	34	10	18	25	32
k_2 , м ⁻¹	40	20	36	35	42
n	1,54	1,51	1,8	1,55	1,62

Задачи 316. Варианты: 5, 12, 19, 26, 33

Отрезок, соединяющий точку M , находящейся на главной оптической оси вогнутого зеркала на расстоянии $a = 4f$ от его полюса разделен на четыре равные части и в точках деления помещены точечные источники света (включая точку M). Путем построения определить положения этих источников и расстояния между ними. Радиус кривизны поверхности зеркала R .

№ вар.	5	12	19	26	33
R , см	50	12	90	26	30

Задачи 316. Варианты: 6, 13, 20, 27, 34

Спектральная интенсивность света двух различных волн с λ_1 и λ_2 измеряется в жидкости непосредственно у поверхности и на глубине l . Оказалось, что у поверхности жидкости интенсивности света одинаковы ($I_{01} = I_{02}$), а на глубине l интенсивность света для волны с λ_1 в m раз больше, чем у волны с λ_2 ($I_1(l) = mI_2(l)$). Определить, на какой глубине интенсивность света с длиной волны λ_1 превысит интенсивность света с длиной волны λ_2 в N раз. Вычислить отражательную способность поверхности жидкости, если показатель преломления n .

№ вар	6	13	20	27	34
l , см	16	13	20	27	34
m	1,6	2,1	2,2	2,3	2,4
N	6	13	8	7	14
n	1,36	1,33	1,35	1,37	1,34

Задачи 316. Варианты: 7, 14, 21, 28, 35

При прохождении через полупрозрачную пластину свет с длиной волны λ_1 ослабляется в N_1 раз, а свет с длиной волны λ_2 в N_2 раз. Определить коэффициент поглощения для света с длиной волны λ_2 , если

коэффициент поглощения для λ_1 равен α_1 . Вычислить полные отражательные, пропускательные и поглощательные способности пластинки для этих длин волн, если показатели преломления пластинки для них n_1 и n_2 .

№ вар.	7	14	21	28	35
N_1	2	1,4	1,9	2,8	2,5
N_2	1,7	4	3	5	1,5
$\alpha_1, \text{м}^{-1}$	37	34	21	28	35
n_1	1,8	1,43	1,48	1,43	1,58
n_2	1,7	1,47	1,54	1,53	1,5

2. КВАНТОВАЯ ОПТИКА, АТОМНАЯ И ЯДЕРНАЯ ФИЗИКА

2.1. Основные формулы по квантовой и атомной физике

Все тела излучают электромагнитные волны. При нормальных температурах излучение происходит в инфракрасной области и интенсивность теплового электромагнитного излучения очень мала. С повышением температуры инфракрасное излучение становится достаточно сильным, и при температурах порядка 1000 К тела начинают светиться красным светом. При температурах свыше 2000 К тела испускают желтый или беловатый свет.

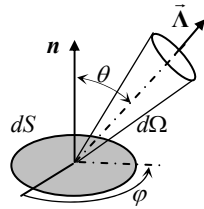


Рис. 2.1

Фундаментальной величиной для описания теплового излучения является *спектральная интенсивность излучения*. Пусть dQ_λ – количество энергии излучения в интервале длин волн от λ до $\lambda + d\lambda$, распространяющегося внутри бесконечно малого телесного угла $d\Omega$ в направлении вектора $\vec{\Lambda}$ и проходящего через элементарную площадку dS за промежуток времени dt (рис. 2.1). Обозначим через θ полярный угол между нормалью \vec{n} к площадке и направлением распространения Λ . *Спектральная интенсивность излучения равна количеству энергии излучения проходящего через единичную площадку, перпендикулярную направлению распространения Λ , внутри единичного телесного угла, осью которого является направление Λ в единичном интервале длин волн в единицу времени:*

$$I_\lambda(\Lambda, T) = \frac{dQ_\lambda}{dS \cos\theta d\Omega d\lambda dt}, \quad \frac{\text{Вт}}{\text{м}^3},$$

Во многих практических приложениях применяется понятие *спектральной поверхностной плотности теплового излучения* (*спектральная энергетическая светимость*), которая получается интегрированием спектральной интенсивности излучения во всех направлениях в пределах верхней полусферы:

$$q_{\lambda}(T) = \int_{\mathbf{n} \cdot \mathbf{\Lambda} \geq 0} I_{\lambda}(\mathbf{\Lambda}, T) \mathbf{n} \cdot \mathbf{\Lambda} d\Omega = \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\pi/2} I_{\lambda}(\mathbf{\Lambda}, T) \cos \theta \sin \theta d\theta,$$

где $d\Omega = \sin \theta d\theta d\varphi$; φ – азимутальный угол.

Если δQ_{λ} количество излучаемой (проходящей) энергии площадкой dS во всех направлениях в пределах верхней полусферы в диапазоне длин волн от λ до $\lambda + d\lambda$ за малый промежуток времени dt , то *спектральная поверхностная плотность теплового излучения*

$$q_{\lambda}(T) = \frac{\delta Q_{\lambda}}{dS d\lambda dt}, \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2}$$

равняется количеству лучистой энергии, излучаемой единичной площадкой во всех направлениях в пределах верхней полусферы за единицу времени в единичном интервале длин волн около λ .

Если проинтегрировать спектральные величины во всем интервале длин волн, то получим соответствующие интегральные величины

$$I(\mathbf{\Lambda}, T) = \int_0^{\infty} I_{\lambda}(\mathbf{\Lambda}, T) d\lambda, \quad q(T) = \int_0^{\infty} q_{\lambda}(T) d\lambda.$$

Величина, показывающая, какая доля энергии падающего излучения $q_{\lambda\text{пад}}$ поглощается рассматриваемой поверхностью $q_{\lambda\text{пог}}$, называется *спектральной поглощательной способностью*:

$$a_{\lambda} = q_{\lambda\text{пог}} / q_{\lambda\text{пад}}.$$

В теории теплового излучения применяется понятие *абсолютно черного тела* (АЧТ), под которым понимается идеализированное тело, способное поглощать все падающее на него излучение любой частоты при любой температуре. Следовательно, спектральная и интегральная поглощательная способности АЧТ равны единице: $a_{b\lambda} = 1$, $a_b = 1$.

Моделью АЧТ является замкнутая полость с небольшим отверстием.

Излучение АЧТ является изотропным, и имеет соотношение

$$q_{b\lambda}(T) = \pi I_{b\lambda}(T),$$

где индекс b относится к АЧТ.

В 1859 г немецким физиком Г. Кирхгофом был теоретически установлен закон: *отношение спектральной поверхностной плотности излучения тела к его спектральной поглощательной способности при одной и той же температуре для всех тел одинаково и равняется спектральной поверхностной плотности излучения АЧТ при той же температуре, т.е. является универсальной функцией длины волны излучения и температуры*

$$\frac{q_{\lambda}(T)}{a_{\lambda}(T)} = q_{b\lambda}(T).$$

Закон справедлив и для интегральных величин

$$\frac{q(T)}{a(T)} = q_b(T).$$

Отношение $\epsilon_{\lambda} = q_{\lambda} / q_{b\lambda}$ называется *спектральной степенью черноты* поверхности. При выполнении закона Кирхгофа $\epsilon_{\lambda} = a_{\lambda}$.

Тело называется *серым*, если поглощательная способность не зависит от длины волны: $a_{c\lambda} = a_c$ и $\epsilon_{c\lambda} = \epsilon_c$.

Австрийский физик Й. Стефан экспериментально (в 1879 г.) и Л. Больцман теоретически (в 1884 г.) установили, что интегральная поверхностная плотность излучения АЧТ пропорциональна четвертой степени абсолютной температуры:

$$q_b = \sigma T^4,$$

где $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8}$ Вт/(м²·К⁴) – постоянная Стефана – Больцмана.

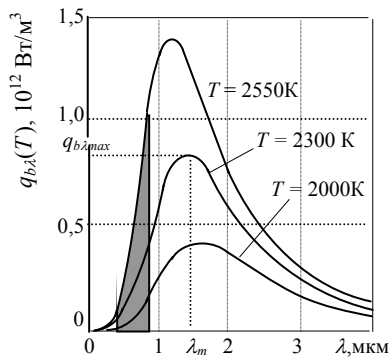


Рис. 2.2

На рис. 2.2 представлен спектр излучения АЧТ для разных температур. Спектр содержит непрерывный диапазон длин волн. Такой непрерывный спектр излучают нагретые твердые тела или жидкости. На спектре для температуры 6000 К, соответствующей температуре поверхности Солнца, максимум интенсивности приходится на видимую часть спектра. При более низких температурах интенсивность излучения уменьшается и максимум спектральной плотности излучения

сдвигается в сторону более длинных волн. На рис. 2.2 область видимого диапазона спектра выделена.

Немецкий физик В. Вин в 1896 г. установил, что длина волны λ_m , при которой спектральная поверхностная плотность излучения АЧТ имеет максимальное значение $q_{b\lambda_{max}}$, обратно пропорциональна его термодинамической температуре:

$$\lambda_m = \frac{b_1}{T},$$

где $b_1 = 2,898 \cdot 10^{-3}$ м·К – постоянная Вина.

Данное соотношение называется *законом смещения* Вина. Вин установил также, что максимальная спектральная поверхностная плотность излучения АЧТ пропорциональна пятой степени абсолютной температуры:

$$q_{b\lambda_{max}} = b_2 T^5,$$

где $b_2 = 1,286 \cdot 10^{-5}$ Вт/(м³·К⁵).

В конце 1900 г. М. Планк сделал предположение, что энергия распределена среди молекулярных осцилляторов не непрерывно, а очень малыми дискретными порциями – квантами, связанными с частотой колебаний соотношением

$$E_{\phi} = h\nu,$$

где $h = 6,626 \cdot 10^{-34}$ Дж·с – постоянная Планка.

Гипотеза Планка предполагала, что энергия осцилляторов E может принимать лишь определенные дискретные значения, кратные целому числу элементарных порций энергии:

$$E = n h\nu, \quad n = 1, 2, 3...$$

Исходя из таких предположений, Планку удалось получить аналитическую формулу, прекрасно описывающую экспериментальные данные:

$$q_{b\lambda}(T) = \frac{2\pi h c^2}{\lambda^5 [\exp(hc/\lambda kT) - 1]},$$

где c – скорость света в вакууме; λ – длина волны; k – постоянная Больцмана.

Формулу Планка можно представить в более удобной для практических расчетов виде:

$$q_{b\lambda}(T) = \frac{c_1}{\lambda^5 [\exp(c_2/\lambda T) - 1]},$$

где $c_1 = 2\pi hc^2 = 3,7418 \cdot 10^{-16}$ Вт·м²; $c_2 = hc/k = 1,4388 \cdot 10^{-2}$ м·К.

Явление испускания электронов (эмиссия) из твердых и жидких веществ под действием света называется внешним фотоэлектрическим эффектом (внешним фотоэффектом).

Обобщив результаты экспериментальных исследований, Столетов сформулировал законы внешнего фотоэффекта: 1) сила фототока насыщения пропорциональна падающему световому потоку: $I_n = K\Phi$, где K – *фоточувствительность* катода; 2) максимальная начальная скорость фотоэлектронов не зависит от интенсивности падающего света и возрастает с увеличением частоты излучения; 3) для каждого вещества существует минимальная частота ν_0 , называемая *красной границей* фотоэффекта, при которой еще возможен внешний фотоэффект, если $\nu < \nu_0$, то фотоэффект отсутствует.

В более общей трактовке **фотоэффект это изменение физических и химических свойств веществ под действием света.**

В 1905 г. А. Эйнштейн выдвинул мысль, обобщающую гипотезу квантов, и положил ее в основу новой теории света. Он предположил, что свет представляет собой совокупность квантов, каждый из которых обладает энергией $E_\phi = h\nu$. Эйнштейн предположил также, что эти кванты света (которых теперь называют *фотонами*) ведут себя подобно материальным частицам и что при столкновении с электронами в металле фотон может поглотиться, а вся его энергия перейдет к электрону.

Теория Эйнштейна сумела объяснить экспериментальные законы внешнего фотоэффекта. Предположим, что для удаления свободного электрона из металла необходимо затратить энергию, равную работе выхода A (рис. 2.3). Тогда свободный электрон, находящийся на уровне Ферми, поглотив фотон с энергией $E_\phi = h\nu$ и вылетев из металла, будет иметь максимальную кинетическую энергию

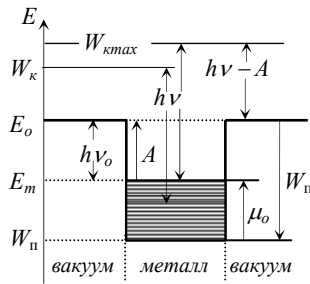


Рис. 2.3

$$W_{kmax} = h\nu - A.$$

Если энергия фотона передается электрону, находящемуся ниже уровня Ферми, то кинетическая энергия фотоэлектрона $W_k < W_{kmax}$. Если электрону с энергией Ферми μ_0 сообщить дополнительную энергию $h\nu_0 = A$, то его полной энергии $E = E_m + A$ едва хватит на то, чтобы покинуть металл. Иными словами, электрон выходит из металла с энергией $W_k = E_0 = 0$. Отсюда красная граница фотоэффекта:

$$\nu_0 = \frac{A}{h}, \text{ или } \lambda_0 = \frac{ch}{A}.$$

Калий не дает фотоэффекта при освещении красным светом и начинает испускать электроны при $\lambda \leq 620$ нм, т.е. начиная с оранжевых лучей (отсюда и выражение «красная граница»); натрий – при еще более коротких $\lambda \leq 590$ нм (желтый); литий – при $\lambda \leq 510$ нм (зеленый).

Формула Эйнштейна для внешнего фотоэффекта:

$$h\nu = A + W_k \quad \text{или} \quad h\nu = A + m_e v_{max}^2/2,$$

т.е. энергия фотона затрачивается на совершение работы выхода электрона из металла и сообщение электрону кинетической энергии.

В 1895 г. немецкий физик В.К. Рентген обнаружил, что в высоковольтной двухэлектродной вакуумной трубке возникает излучение, невидимое для глаза и способное проникать через непрозрачные тела. Дальнейшие исследования показали, что эти лучи, получившие впоследствии название *рентгеновских лучей*, возникают при быстром торможении электронов при их ударе об анод трубки.

Рентген и ряд ученых предполагали, что рентгеновские лучи представляют собой электромагнитное излучение, однако доказать это в течение многих лет не удавалось.

С помощью обычных дифракционных решеток не удавалось наблюдать дифракцию или интерференцию рентгеновских лучей. Если длины волн рентгеновского излучения гораздо меньше характерного периода дифракционной решетки 10^{-6} м, то ожидать эффекта и не следовало. Около 1912 г. немецкий физик М. Лауэ высказал предположение о том, что если атомы (ионы) в кристаллах расположены регулярно, то кристаллы могли играть роль дифракционной решетки для очень коротких волн с длиной волны порядка межатомного расстояния ($\sim 10^{-10}$ м). Проведенные в том же году опыты В. Фредриха и П. Книппа показали, что рентгеновские лучи, рассеянные на кристаллах, действительно создают дифракционную картину с характерными максимумами и минимумами (рис. 2.4). Таким образом, удалось устано-

вить, что рентгеновские лучи представляют собой электромагнитное излучение с длинами волн в диапазоне от $\lambda=10^{-2}$ нм до $\lambda=10$ нм.

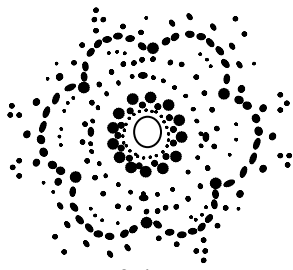


Рис. 2.4

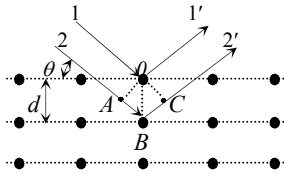


Рис. 2.5

Удобные для анализа формулы были получены в 1913 г. независимо русским физиком Ю.В. Вульфом и английским физиком У.Л. Брэггом. Они исходили из того, что дифракцию рентгеновских лучей можно рассматривать как результат их отражения от системы параллельных *атомных плоскостей кристалла*, т.е. плоскостей, в которых лежат узлы кристаллической решетки. Пусть пучок параллельных рентгеновских лучей падает на кристалл под углом скольжения θ к этим плоскостям (рис. 2.5). Если длина волны рентгеновского излучения λ , то дифракционные максимумы отраженных лучей удовлетворяют следующему условию, называемому *условием Брэгга – Вульфа*:

$$2d\sin\theta = k\lambda, \quad k = 1, 2, 3, \dots$$

где d – расстояние между атомными плоскостями.

Дифракционные картины рентгеновского излучения чрезвычайно сложны. Кристалл представляет собой трехмерный объект, и рентгеновские лучи могут дифрагировать на различных плоскостях под разными углами в кристалле. Если вещество представляет собой не монокристалл, а смесь большого числа крохотных кристалликов (*поликристалл*), то рентгенограмма на фотопластинке, когда узкий пучок рентгеновского излучения падает на небольшой образец (рис. 2.6), представляет собой серию колец (рис. 2.7). Радиус k -го кольца

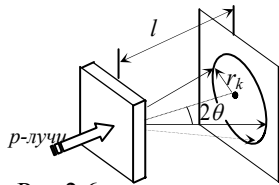


Рис.2.6

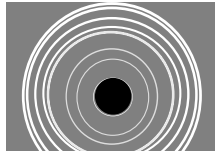


Рис. 2.7

$$r_k = l \operatorname{tg} 2\theta = l \operatorname{tg} \{2\arcsin[k\lambda/(2d)]\},$$

где l – расстояние от образца до фотопластинки. Для исследования поликристаллических образцов этот метод был предложен швейцарскими физиками П. И. В. Дебаем и П. Шеррером в 1916 г.

А. Эйнштейн при разработке специальной теории относительности показал, что имеется универсальная зависимость между полной энергией частицы E и ее массой m :

$$E = mc^2 = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - (v/c)^2}},$$

где v – скорость частицы; m_0 – масса частицы в состоянии покоя.

Масса и энергия покоя фотона равны нулю. Так как энергия фотона не равна нулю, из этих двух соотношений получаем формулу для массы фотона:

$$m_\phi = \frac{h\nu}{c^2}.$$

Импульс фотона p_ϕ и его энергия E_ϕ в соответствии с общей формулой теории относительности связаны с соотношением

$$E_\phi = c \sqrt{p_\phi^2 + m_0^2 c^2}.$$

Для фотона $m_0 = 0$ и импульс фотона определяется формулой

$$p_\phi = h\nu/c.$$

Направление импульса фотона совпадает с направлением распространения света, характеризуемым волновым вектором \mathbf{k} , численно равным волновому числу $k = 2\pi/\lambda$. Если ввести величину $\hbar = h/(2\pi) = 1,05 \cdot 10^{-34}$ Дж·с, то в векторной форме импульс фотона:

$$\mathbf{p}_\phi = \hbar \mathbf{k}.$$

Давление света на поверхности тел можно объяснить как с волновой, так и с корпускулярной точек зрения. С точки зрения квантовой теории давление света на поверхность обусловлено тем, что каждый фотон при соударении с поверхностью передает ей свой импульс, что приводит к возникновению светового давления

$$p = (1 + r) \frac{q_\nu}{c}.$$

Здесь

$$q_\nu = \frac{\Delta N h \nu}{\Delta S dt}$$

есть энергия всех фотонов частоты ν , падающих на единицу площади поверхности за единицу времени, т.е. поверхностная плотность излучения. Обозначим через $w_\nu = q_\nu/c$, объемную плотность энергии излучения. Поэтому давление, производимое светом на поверхность:

$$p = (1 + r)w_\nu.$$

Фотон обладает и моментом импульса. Момент импульса фотона L_s , или *спин фотона*, находится из сравнения момента вращения, создаваемого световой волной, с суммарным моментом импульса фотонов, содержащихся в световом потоке:

$$L_s = h/(2\pi) = \hbar.$$

Серия экспериментов, выполненных в начале 20 – х годов XX в., подтвердила фотонную теорию света. Одним из таких экспериментов является опыт американского физика А.Г. Комптона, который, изучая рассеяние рентгеновского излучения различными веществами, обнаружил (1923), что **частота рассеянного излучения меньше частоты падающего излучения**. Это явление назвали **эффектом Комптона**. Уменьшение частоты указывало на потерю энергии. Разность длины волны рассеянного излучения λ' и падающего излучения λ зависит только от угла рассеяния θ (рис. 2.8):

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = 2\lambda_k \sin^2(\theta/2),$$

где λ_k – комптоновская длина волны. Комптон показал, что обнаруженный им эффект можно объяснить на основе фотонной теории света. Рассеяние света является результатом взаимодействия фотонов падающего на вещество излучения с электронами этого вещества. При этом взаимодействии должны выполняться законы сохранения энергии и импульса из совместного решения которых получается формула

$$\Delta\lambda = \frac{h}{m_e c} (1 - \cos\theta) = \frac{2h}{m_e c} \sin^2(\theta/2).$$

Данное выражение совпадает с экспериментальной формулой Комптона и показывает, что увеличение длины волны зависит только от угла рассеяния θ . Отсюда следует, что комптоновская длина волны:

$$\lambda_k = h/(m_e c) = 2,4263 \cdot 10^{-12} \text{ м.}$$

Как мы знаем, импульсы частицы и фотона определяются соответственно выражениями

$$p = m\nu \text{ и } p_\phi = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda}.$$

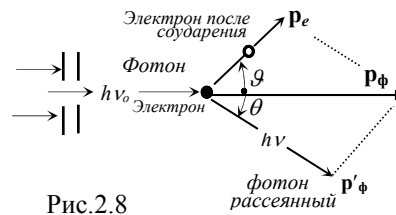


Рис.2.8

Сопоставляя эти формулы и осознавая существующую в природе симметрию, в 1923 г. французский физик Луи де Бройль высказал гипотезу о том, что поскольку свет ведет себя в одних случаях как волна, в других – как частица, то и **любую движущуюся частицу можно представить в виде плоской волны с длиной волны**

$$\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{h}{p}.$$

Величину λ иногда называют *дебройлевской длиной волны* частицы.

Если частица имеет кинетическую энергию $W_k = mv^2/2$, то формулу де Бройля можно записать в виде

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2mW_k}}.$$

Малопонятная по тем временам идея де Бройля впервые была экспериментально подтверждена в 1927 г. опытами К.Дж. Дэвиссона и Л.Х. Джермера. В 1928 году П.С. Тартаковский в Ленинграде и Дж.П. Томсон в Абердинском университете, используя другую схему эксперимента, также обнаружили дифракцию электронов. Опыты эти состояли в дифракции пучка электронов при прохождении сквозь тонкую металлическую фольгу толщиной порядка 10^{-7} м. Как показали более поздние эксперименты, протоны, нейтроны и другие частицы также обладают волновыми свойствами.

Таким образом, корпускулярно – волновой дуализм относится не только к свету, но и к материальным частицам. Свойства материи, в том числе и электрона, включают в себя и корпускулярный, и волновой аспекты.

Примерно в 1911 г. английский физик Эрнест Резерфорд с сотрудниками выполнил эксперименты по облучению α – частицами тонкой золотой фольги. (Открытые незадолго до этого α – частицы, испускаемые радиоактивными веществами, представляли собой ионизованные атомы гелия.) Большинство α – частиц свободно проходило сквозь фольгу, как если бы та представляла собой в основном пустое пространство. Некоторые α – частицы отклонялись от первоначального направления движения, причем небольшое их количество рассеивалось на очень большие углы – иногда почти на 180° . Исходя из этого, Резерфорд предположил, что положительно заряженные α – частицы испытывают отталкивание массивного положительного заряда, сосредоточенного в очень малом объеме. По мнению

Резерфорда, атом состоит из положительно заряженного ядра, размер которого весьма мал по сравнению с размером атома. Вокруг ядра вращаются отрицательно заряженные электроны, образуя *электронную оболочку* атома. Заряд ядра по абсолютному значению равен суммарному заряду электронов.

Планетарная модель атома представлена на рис. 2.9. Если бы электроны покоились, то они должны были упасть на ядро под действием электрического притяжения.

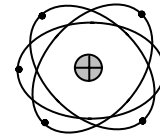


Рис. 2.9

По оценке Резерфорда размеры ядра должны быть порядка 10^{-15} м. Из кинетической теории газов и из проведенного Эйнштейном анализа броуновского движения размеры атома оценивались величиной порядка 10^{-10} м. Это означало, что электроны должны находиться от ядра на расстоянии примерно от 10000 до 100 000 раз больше, чем диаметр ядра, т.е. основную часть атома составляет пустое пространство. В то же время в ядре сосредоточено примерно 99,9 % массы атома. Оказалось, что **заряд ядра $q_{\text{я}}$, выраженный в элементарных зарядах e , равен порядковому номеру Z химического элемента в периодической системе: $q_{\text{я}}/e = Z$.**

Планетарная модель атома Резерфорда противоречила законам классической электродинамики. Электрон, вращаясь вокруг ядра, должен непрерывно излучать электромагнитные волны, частота которых равна частоте вращения электрона. Так как это излучение сопровождается непрерывной потерей энергии, то электрон должен постепенно приближаться к ядру, двигаясь по спирали, и в конце концов упасть на ядро. При этом частота электромагнитного излучения должна непрерывно изменяться и атом должен давать непрерывный спектр излучения.

Излучение возбужденных атомов разреженных газов наблюдалось еще в начале XIX в. Было обнаружено, что спектр излучения является не непрерывным, а *дискретным (линейчатым)*. Все это показывает, что изолированные атомы испускают и поглощают излучение только с определенными длинами волн. Спектральные линии можно объединить по группам (сериям). Линии, принадлежащие к одной серии, связаны между собой определенной закономерностью.

Атом водорода является простейшим из всех атомов: вокруг ядра вращается только один электрон. У водорода самый простой спектр (рис.2.10). В 1885 г. швейцарский физик И. Бальмер обнаружил закономерность в спектральных линиях атома водорода, показав, что частоты испускания четырех видимых линий в спектре водорода связаны между собой простой зависимостью:

$$\nu = R\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2}\right), \quad n = 3, 4, 5, 6,$$

где $R = 3,29 \cdot 10^{15} \text{ с}^{-1}$ – постоянная Ридберга. Этим линиям соответствуют длины волн 656 нм (H_α – красный), 486 нм (H_β – сине-зеленый), 434 нм (H_γ – синий) и 410 нм (H_δ – фиолетовый). Впоследствии было обнаружено, что спектральные линии *серии Бальмера* продолжают в УФ – области и заканчиваются при $\lambda = 365$ нм. Вблизи $\lambda = 365$ нм линии сгущаются настолько, что их трудно различать. Длине волны $\lambda = 365$ нм в формуле Бальмера соответствует $n = \infty$.

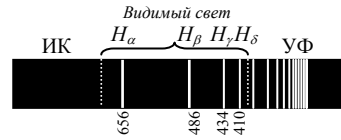


Рис. 2.10. Серия Бальмера

Более поздние исследования показали, что в спектре водорода в УФ – и ИК– областях имеются другие серии линий, частоты которых могут быть определены по формуле

$$\nu = R\left(\frac{1}{k^2} - \frac{1}{n^2}\right).$$

Например, так называемая серия Лаймана содержит линии с длинами волн от 91 до 122 нм, соответствующие частоты получаются при $k = 1$. Серия Пашена в ИК– области получается при $k = 3$.

Шведский физик И. Ридберг в 1890 г. показал, что в линейчатых спектрах других элементов также наблюдаются спектральные линии, причем частоты всех линий данной серии удовлетворяют соотношению

$$\nu = T(n_2) - T(n_1),$$

где n_1 и n_2 – некоторые целые числа. Функции $T(n_i)$ – называются *спектральными термами*.

Исходя из дискретности спектра водорода и используя идеи Планка и Эйнштейна о дискретности изменения энергии колеблющихся электрических зарядов при переходе из одного дискретного состояния в другое, в 1913 г. Н. Бор сформулировал три постулата:

1. Электроны движутся вокруг ядра по стационарным круговым орбитам. Момент импульса электрона $L_n = m v r_n$, движущегося по стационарной орбите, может иметь вполне определенные дискретные значения, т.е. квантован:

$$L_n = n \frac{h}{2\pi} \quad \text{или} \quad L_n = n \hbar, \quad (n = 1, 2, 3, \dots),$$

где m – масса электрона; v – скорость электрона; r_n – радиус стационарной орбиты; n – целое число, называемое *квантовым числом*, номер стационарной орбиты.

2. Электрон на каждой стационарной орбите обладает определенной энергией E_n и движется по орбите, не излучая энергии.

3. При переходе атома из одного *стационарного состояния* в другое испускается или поглощается один фотон. Излучение происходит при переходе атома из состояния с большей энергией в состояние с меньшей энергией (при переходе электрона с более удаленной орбиты на ближнюю к ядру орбиту). Поглощение фотона происходит при переходе электрона на более удаленную от ядра орбиту. Энергия испускаемого (поглощаемого) фотона определяется соотношением

$$h\nu_{nk} = E_n - E_k,$$

где E_n и E_k – энергия атома в двух стационарных состояниях.

В атоме водорода ядро состоит из одного протона p , заряд которого равняется одному элементарному заряду $q_p = +e$. Ядро можно считать неподвижным. Вокруг ядра по круговой орбите движется один электрон e (рис. 2.11). Теория Бора применима не только к атому водорода, но и к *водородоподобной системе*, состоящей из ядра с порядковым номером Z , с зарядом Ze и одного электрона, вращающегося вокруг ядра, например для ионов He^+ , Li^{++} ... Центробежной силой $F_c = mv^2/r$, удерживающей электрон на орбите радиусом r , является кулоновская сила притяжения между электроном и ядром :

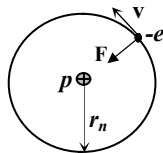


Рис. 2.11

$$F = k_0 Z e^2 / r^2, \quad \text{т.е.}$$

$$\frac{mv^2}{r} = \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r^2}.$$

Умножив полученное уравнение на r и добавив к полученному уравнению условие квантования момента импульса электрона, получим систему из двух уравнений

$$\left. \begin{aligned} mv^2 &= \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r}, \\ mvr &= nh/2\pi. \end{aligned} \right\}$$

Исключив из этих уравнений скорость движения электрона по орбите v , можно получить формулу для радиуса стационарной орбиты электрона:

$$r_n = n^2 \frac{\varepsilon_0 h^2}{\pi Z m e^2}.$$

Это соотношение задает радиусы разрешенных орбит в боровской модели водородоподобного атома. Ближайшей к ядру орбите соответствует $n = 1$, а для атома водорода $Z = 1$ и радиус первой орбиты равен $r_1 = 0,529 \cdot 10^{-10}$ м. Этот наименьший радиус орбиты иногда называют *боровским радиусом*.

Полная энергия электрона на n -й стационарной орбите:

$$E_n = W_k + W_n = -\frac{Ze^2}{8\pi\varepsilon_0 r_n}.$$

Подставив в полученную формулу выражение для r_n , получим формулу для энергии в стационарных состояниях:

$$E_n = -\frac{1}{n^2} \frac{Z^2 m e^4}{8h^2 \varepsilon_0^2}.$$

Из полученного соотношения видно, что квантуются не только радиусы орбит, но и энергии. Разрешенные значения энергии электрона называются *энергетическими уровнями атома*. Энергетические уровни на энергетической диаграмме изображаются горизонтальными линиями. Для атома водорода ($Z = 1$) низший энергетический уровень будет при $n = 1$ и составляет $E_1 = -2,17 \cdot 10^{-18}$ Дж = $-13,6$ эВ. Отрицательные энергии объясняются тем, что по абсолютной величине потенциальная энергия ($W_n < 0$) больше, чем кинетическая. Электрон, не связанный с атомом и не имеющий кинетическую энергию, обладает полной энергией $E_0 = 0$, что соответствует значению $n = \infty$. Чтобы вырвать электрон из атома, требуется затратить энергию, называемую *энергией связи* или *энергией ионизации*. Энергия ионизации E_u соответствует вырыванию электрона из низшего энергетического уровня E_1 и переводу его в состояние E_0 : $E_u = -E_1 = 13,6$ эВ.

Спектральный терм связан с энергией стационарного состояния формулой

$$T(n) = |E_n|/h = Z^2 R/n^2.$$

Учет движения ядра относительно общего центра масс его с электроном сводится к тому, что вместо массы электрона m в формулах необходимо ввести приведенную массу:

$$m_{np} = mM/(m + M),$$

где M – масса ядра атома.

Каким же образом такие частицы, как электроны, представляют собой в одно и то же время и частицы, и волны? Важнейшими характеристиками любой волны являются длина волны, частота и амплитуда. Длина волны (или частота) характеризует энергию соответствующего фотона ($E_\phi = h\nu = hc/\lambda$). Амплитуда электромагнитной волны (в частности, электрического поля E_o) определяет интенсивность волны: $I \sim E_o^2$. Формула де Бройля определяет длину волны частицы вещества как $\lambda = h/mv$. А что можно сказать об амплитуде волн частиц вещества, которых в квантовой механике называют *волновой функцией* и обозначают буквой Ψ ?

С точки зрения корпускулярной теории интенсивность света пропорциональна числу фотонов N , проходящих через единичную площадку за единицу времени: $I \sim N$. Таким образом, число фотонов пропорционально квадрату напряженности электрического поля: $N \sim E^2$. В любой точке квадрат напряженности электрического поля E^2 характеризует вероятность того, что фотон находится в данном месте.

Аналогичную интерпретацию можно использовать и в случае волн частиц вещества. Дифракционная картина, наблюдаемая для микрочастиц, также характеризуется вероятностным распределением потоков микрочастиц, рассеянных или отраженных по различным направлениям. Наличие максимумов в дифракционной картине с точки зрения волновой теории означает, что эти направления соответствуют наибольшей интенсивности волн де Бройля. С корпускулярной точки зрения интенсивность волн больше там, где имеется большее число частиц N , попавших в данную точку. Вероятность обнаружения микрочастиц больше в тех местах, где интенсивность волн де Бройля наибольшая.

В 1926 г. немецкий физик М. Борн предположил, что по волновому закону меняется не сама вероятность обнаружения частицы, а величина, названная *амплитудой вероятности* и обозначаемая как *волновая функция* (или пси – функция) $\Psi(x,y,z,t)$. Амплитуда вероятности может быть комплексной функцией. Если Ψ описывает ансамбль, состоящей из большого числа частиц, то число частиц, которые будут обнаружены в этой точке, пропорционально квадрату Ψ – функции $N \sim |\Psi|^2$. Для отдельной частицы квадрат модуля волновой функции (квадрат модуля волн де Бройля) определяет вероятность нахождения частицы в момент времени t в элементарном объеме dV с координатами от x до $x + dx$, от y до $y + dy$, от z до $z + dz$:

$$dW = |\Psi|^2 dV.$$

Величина $|\Psi|^2 = dW/dV$ имеет смысл *плотности вероятности*, т.е. определяет вероятность нахождения частицы в единичном объеме в окрестности точки с координатами x, y, z .

Вероятность обнаружения частицы в момент времени t в конечном объеме V согласно теореме сложения вероятностей:

$$W = \iiint_V dW = \iiint_V |\Psi|^2 dV .$$

Так как вероятность обнаружения существующей частицы в бесконечном объеме равна единице, то выполняется *условие нормировки вероятностей*:

$$\int_{-\infty}^{\infty} |\Psi|^2 dV = 1 .$$

Если событие может произойти несколькими взаимно исключаящими способами, то амплитуда вероятности этого события представляет собой сумму амплитуд вероятностей каждого из способов: $\Psi = \Psi_1 + \Psi_2$ (принцип суперпозиции). Это утверждение совпадает с правилом сложения амплитуд волн в оптике.

Если мы трактуем микрочастицы как волны, то Ψ описывает амплитуду соответствующей материальной волны. Если мы трактуем микрообъекты как частицы, то $|\Psi|^2$ характеризует вероятность обнаружения данной частицы в данной точке. Ψ – функция позволяет в квантовой механике вычислять средние значения физических величин, характеризующих данную частицу. Например, среднее расстояние $\langle r \rangle$ электрона от ядра вычисляют по формуле

$$\langle r \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} r |\Psi|^2 dV .$$

Результаты физических измерений всегда содержат некоторую погрешность. Можно ожидать, что по мере совершенствования измерительных приборов погрешность измерений удастся сделать сколь угодно малой. Однако, согласно квантовой механике, в действительности существует предел, ограничивающий точность определенных измерений. Он обусловлен двумя факторами: корпускулярно-волновым дуализмом и неизбежным взаимодействием наблюдаемого объекта с измерительным прибором.

В классической механике частица движется по определенной траектории, так что в любой момент времени точно известны ее координаты.

ната и импульс. Микрочастицы обладают волновыми свойствами, поэтому нельзя говорить о движении микрочастицы по определенной траектории и одновременно точно определить ее координаты и импульс. В этом заключается принцип неопределенности, впервые сформулированный немецким физиком В. Гейзенбергом в 1927 г.:

$$\Delta x \Delta p_x \geq \hbar, \Delta y \Delta p_y \geq \hbar, \Delta z \Delta p_z \geq \hbar.$$

Невозможно одновременно точно определить положение и импульс микрочастицы. Чем точнее мы пытаемся определить положение частицы, т.е. чем меньше Δx , Δy и Δz , тем больше будет неопределенность в импульсе Δp . Это связано не только с несовершенством способов измерения, это в первую очередь является следствием волновых свойств частиц. Нельзя говорить о движении микрочастицы по определенной траектории. Так, понятие «длина волны в данной точке» лишено физического смысла. Поскольку импульс выражается через длину волны де Бройля, то отсюда следует, что микрочастица с определенным импульсом имеет полностью неопределенную координату.

Один из вариантов принципа неопределенности связывает энергию и время. Неопределенность в моменте времени, когда частица находится в данном положении, составляет

$$\Delta t \approx \lambda/v.$$

Так как фотон может передать частице часть своей энергии ($E = h\nu = =h\nu/\lambda$) или всю энергию, неопределенность в энергии частицы составит $\Delta E \approx h\nu/\lambda$. Умножив эти соотношения, получаем $\Delta E \Delta t \approx h$. Более тщательный анализ привел Гейзенберга к неравенству

$$\Delta E \Delta t \geq \hbar.$$

Следовательно, частица, имеющая среднее время жизни Δt , не может быть охарактеризована определенным значением энергии. Разброс значения энергии ΔE возрастает с уменьшением среднего времени жизни. Из данного неравенства следует, что частота излучаемого фотона также должна иметь неопределенность $\Delta \nu \approx \Delta E/h$, т.е. линии спектра должны характеризоваться частотой, лежащей в пределах $\nu \pm \Delta E/h$. Спектральные исследования показывают, что линии испускания и поглощения, действительно, имеют *конечную естественную ширину*, измерив которую, можно оценить время нахождения атома в возбужденном состоянии.

Основное уравнение нерелятивистской квантовой механики было получено австрийским физиком Э. Шредингером в 1926 г. Как и урав-

нения движения Ньютона, основанные на опыте, уравнение Шредингера постулируется исходя из имеющихся экспериментальных данных о волновых свойствах микрочастиц. Справедливость уравнения Шредингера доказывается тем, что выводы квантовой механики, полученные с помощью данного уравнения в атомной и ядерной физике, находятся в хорошем согласии с опытом. **Общее уравнение Шредингера** имеет вид

$$\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \Psi - U(x, y, z, t) \Psi = -\frac{\hbar}{i} \frac{\partial \Psi}{\partial t},$$

где m – масса частицы; $U(x, y, z, t)$ – потенциальная энергия частицы в силовом поле, где оно движется; $i = \sqrt{-1}$ – мнимая единица;

$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ – оператор Лапласа.

Уравнение Шредингера справедливо для любой частицы, движущейся со скоростью $v \ll c$. При $v \sim c$ (в релятивистской области) оно заменяется уравнением Дирака. Уравнение Шредингера дополняется условиями, накладываемыми на волновую функцию: 1) Ψ – функция должна быть конечной, непрерывной и однозначной; 2) должны быть непрерывными производные по x, y, z и t ; 3) функция $|\Psi|^2$ должна быть интегрируема.

Рассмотренное уравнение называют *общим* или *временным уравнением Шредингера*, зависящим от времени. Для многих физических процессов, происходящих в микромире, важно знать *стационарные решения* данного уравнения, не содержащие времени, иными словами, важно найти решение уравнения Шредингера для состояний с фиксированными значениями энергии. Это возможно, если потенциальная энергия U не зависит от времени: $U(x, y, z)$. В этом случае решение уравнения можно искать в виде произведения

$$\Psi(x, y, z, t) = \psi(x, y, z) e^{-i(E/\hbar)t},$$

в котором произведено разделение переменных: ψ является функцией только координат частицы, $\varphi(t) = \exp[-i(E/\hbar)t]$ – функция времени, где E – полная энергия частицы. Подставляя разделенное решение в общее уравнение Шредингера, и после соответствующих преобразований приходим к уравнению

$$\Delta \psi + \frac{2m}{\hbar^2} (E - U) \psi = 0,$$

которое называется **стационарным уравнением Шредингера**. В это уравнение в качестве параметра входит полная энергия частицы E .

Рассмотрим *свободно движущуюся частицу* вдоль оси x , которой сопоставляется плоская волна де Бройля с длиной волны $\lambda = h/(mv) = h/p$. Волновое число частицы $k = 2\pi/\lambda = p/\hbar$. Учитывая соотношение неопределенностей можно ожидать, что частицу можно с равной вероятностью найти в любой точке на оси x . В качестве волновой функции можно взять обычное уравнение плоской бегущей волны

$$\Psi = Ae^{-i(\hbar)(Et - px)}$$

Здесь учтено, что $\omega = E/\hbar$ и $k = p/\hbar$, где полная энергия свободной частицы E совпадает с кинетической энергией.

Для свободной частицы, движущейся вдоль оси x , уравнение для стационарных состояний примет вид

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{2m}{\hbar^2} E \psi = 0.$$

Энергия свободной частицы $E = \hbar^2 k^2 / (2m)$ может принимать любые значения, так как волновое число k может принимать любые значения.

В классической электронной теории считалось, что движение электронов ограничено *потенциальным барьером* прямоугольной формы с плоским дном.

Рассмотрим более простой случай, одномерное движение электрона в потенциальной яме с бесконечно высоким барьером на границах, с абсолютно отражающими стенками и с потенциальной энергией, равной $U = 0$ внутри ямы. Расстояние между стенками ямы равно L (рис. 2.12). Применим к электрону одномерное стационарное уравнение Шредингера с учетом, что $U = 0$ ($0 \leq x \leq L$)

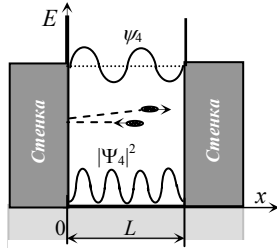


Рис. 2.12

$$\frac{d^2 \psi}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2} E \psi = 0.$$

Данное уравнение имеет решение, если внутри ямы образуются стоячие волны де Бройля, т.е. волновая функция обращается в нуль на стенках: $\psi(0) = \psi(L) = 0$. Другими словами, вероятность обнаружения частицы вне ямы равна нулю.

Решение будем искать в виде гармонического уравнения

$$\psi(x) = A\cos kx + B\sin kx,$$

где $k = \hbar/\sqrt{2mE}$ – волновое число; A и B – постоянные, которые можно определить из краевых условий.

Используя первое краевое условие $\psi(0) = A\cos(k \cdot 0) + B\sin(k \cdot 0) = 0$, получим, что $A = 0$. Из второго условия имеем $\psi(L) = B\sin kL = 0$. Последнее равенство имеет место, если $kL = n\pi$, где n – целое число.

Мы видим, что разрешены только такие значения волнового числа k_n , которые удовлетворяют равенству

$$k_n = n\pi/L, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

Мы добились, чтобы в яме укладывалось целое число полуволн, что совпадает с условием возникновения стоячей волны де Бройля.

В верхней части рис.2.12 представлен график волновой функции $\psi_4(x) = \sqrt{2/L} \sin(4\pi/L)x$ (нулевая линия – штриховая), в нижней части – плотность вероятности $|\psi|^2$ для частицы в состоянии с $n = 4$.

Значения импульса частицы, соответствующие разрешенным значениям волнового числа k_n , записываются в виде

$$p_n = \hbar k_n = n(\pi\hbar/L).$$

Этим импульсам соответствуют значения кинетической энергии

$$E_n = \frac{p_n^2}{2m} = n^2 \frac{\pi^2 \hbar^2}{2mL^2}.$$

Таким образом, энергия электрона в потенциальной яме произвольна. Она принимает лишь ряд *дискретных собственных значений* E_n .

Квантованные значения энергии E_n называются энергетическими уровнями, а числа n – квантовыми числами. Следует заметить, что наименьшая возможная энергия $\pi^2 \hbar^2 / 2mL^2$ получается при $n = 1$, а соответствующая волновая функция представляет собой в точности половину синусоиды. Эта энергия называется энергией основного состояния.

Поскольку энергия электрона в ящике может принимать лишь дискретные значения, частоты испускаемых фотонов также должны составлять дискретный набор значений. В атоме водорода электрон движется в потенциальной яме, образуемой электрическим полем протона $U(r) = -e^2/(4\pi\epsilon_0 r)$ (рис. 2.13). Формулу для энер-

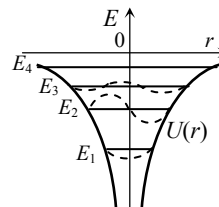


Рис.2.13

гетических уровней приближенно можно получить исходя из того, что на эффективной длине, дозволенной «потенциальной ловушкой» должно укладываться целое число полуволн де Бройля.

С помощью уравнения Шредингера решим задачу о движении частицы в потенциальной яме со стенками конечной высоты U_0 (рис. 2.14). Нам нужно найти волновые функции ψ_n и энергии E_n , которые удовлетворяли бы граничному условию $\psi \rightarrow 0$ при $|x| > x_0$. На первый взгляд кажется, что при $|x| > x_0$ функция $\psi(x)$ должна обращаться в нуль, так как в этой области величина $E - U$ отрицательна, и это соответствовало бы отрицательным значениям кинетической энергии, что в классической механике не имеет смысла. Однако уравнение Шредингера

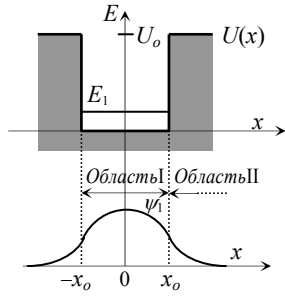


Рис. 2.14

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2} (E - U_0)\psi = 0$$

имеет решения и в области I, и в области II:

$$\psi_I = Ae^{+kx}, \text{ и } \psi_{II} = BAe^{-\kappa x}$$

где $k = \sqrt{2mE/\hbar^2}$; $\kappa = \sqrt{2m(U_0 - E)/\hbar^2}$.

Таким образом, вероятность обнаружения частицы оказывается отличной от нуля за пределами потенциальной ямы. Волна де Бройля на границе ямы испытывает отражение, но частично проходит в область вне ямы. Этот результат коренным образом отличается от выводов классической физики, согласно которой частица могла бы преодолеть потенциальный барьер при условии, что ее механическая энергия превышает глубину потенциальной ямы.

Квантовая механика приводит к принципиально новому выводу о возможности прохождения частиц сквозь потенциальные барьеры. Это явление называется *туннельным эффектом*.

При $x = x_0$ решения для обеих областей должны совпадать:

$$\psi_I(x_0) = \psi_{II}(x_0) \text{ или } Ae^{+kx_0} = Be^{-\kappa x_0}.$$

При $x = x_0$ одинаковы также и наклоны обеих кривых, так что

$$-kA \sin kx_0 = -\kappa B e^{-\kappa x_0}.$$

Разделив это соотношение на предыдущее, получим трансцендентное уравнение

$$k \operatorname{tg}(kx_0) = \kappa.$$

Уравнение может иметь несколько корней, которые можно найти либо методом итераций, либо графически. Эти корни определяют энергетические уровни частицы.

Вероятность просачивания частицы через потенциальный барьер характеризуется *прозрачностью* барьера D . Она зависит от формы потенциального барьера и его высоты U_0 . В случае прямоугольного потенциального барьера шириной $L = 2x_0$

$$D = D_0 \exp(-2\sqrt{2m(U_0 - E)}L/\hbar),$$

где m – масса частицы; E – ее энергия. Если потенциальный барьер имеет сложную форму, то прозрачность барьера:

$$D = D_0 \exp\left(-2\int_{x_1}^{x_2} \sqrt{2m(U(x) - E)} dx\right),$$

где x_1 и x_2 – координаты начала и конца потенциального барьера $U(x)$ для данного значения полной энергии E . В этих формулах $D_0 \approx 1$.

Рассмотрим применение уравнения Шредингера к движению частицы массой m под действием гармонической силы $F = -kx$, т.е. к *гармоническому осциллятору*. Здесь $k = m\omega_0^2$ – коэффициент квазиупругости, где ω_0 – циклическая частота собственных колебаний. Потенциальная энергия такой частицы определяется выражением $U(x) = kx^2/2 = m\omega_0^2 x^2/2$. График изменения потенциальной энергии в зависимости от смещения частицы x от положения равновесия представлена на рис. 2.15. В классической физике такая частица совершает гармонические колебания с частотой $\nu = \omega_0/2\pi$, и ее энергия $W = W_k + U$ в зависимости от x может принимать любое значение, в том числе равное нулю.

Рассмотрим приближенное решение квантово-механической задачи движения частицы в потенциальной яме шириной $L = 2x_0$, где x_0 – максимальное смещение, или амплитуда колебаний.

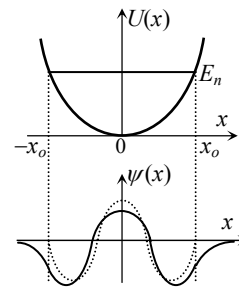


Рис. 2.15

Точное решение найдем из уравнения Шредингера, подставляя в него величину потенциальной энергии $U = 1/2 m \omega_0^2 x^2$:

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2} (E - \frac{1}{2} m \omega_0^2 x^2) \psi = 0.$$

Попробуем отыскать («угадать») решение в виде функции Гаусса

$$\psi(x) = e^{-ax^2}.$$

Функция Гаусса будет решением при условии, что

$$E_n = (n + 1/2) \hbar \omega_0.$$

Таким образом, разрешен лишь набор дискретных значений энергии. Расстояние между двумя соседними уровнями: $E_2 - E_1 = \hbar \omega_0$, т.е. энергетические уровни расположены на равных расстояниях. Отсюда видим, что гармонический осциллятор испускает фотоны, частота которых совпадает с частотой колебаний классического осциллятора в случае, когда переход происходит между соседними уровнями.

Решениями, соответствующими первым двум стоячим волнам, будут соответственно функции

$$\psi_1(x) = e^{-(m\omega_0/2\hbar)x^2}, \quad \psi_2(x) = x e^{-(m\omega_0/2\hbar)x^2}.$$

На рис. 2.15 показаны графики стоячей волны третьего порядка, полученные по приближенной формуле (штриховая линия) и по точному решению (сплошная линия).

В силу волновой природы имеется вероятность обнаружения электрона в любом месте атома, т.е. электрон как бы «размазан» в пространстве, подобно «облаку» отрицательного заряда. Для основного состояния атома водорода решение уравнения Шредингера дает

$$\psi_1(r) = \sqrt{1/(\pi \cdot r_1^3)} e^{-r/r_1},$$

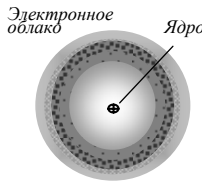


Рис. 2.16

где $\psi_1(r)$ – волновая функция, зависящая только от расстояния r до центра и не зависящая от угловых координат; постоянная r_1 совпадает с радиусом первой боровской орбиты. Следовательно, электронное облако в основном состоянии водорода сферически симметрично, как показано на рис. 2.16. Электронное облако характеризует размеры атома, но не имеет четко выраженной границы. Поэтому атомы также не имеют ни точной границы, ни

строго определенного размера. Размытое в пространстве электронное облако является результатом волновой природы электронов. Электронное облако можно также представить как распределение вероятностей для данного электрона.

Уравнению Шредингера для электрона, имеющего потенциальную энергию взаимодействия с ядром $U(r) = -Ze^2/(4\pi\epsilon_0 r)$ (в атоме водорода $Z = 1$), удовлетворяют *собственные функции* $\psi_{nml}(r, \vartheta, \varphi)$, определяемые тремя квантовыми числами: главным n , орбитальным l и магнитным m_l .

Главное квантовое число n определяет значения дискретных энергетических уровней электрона в атоме

$$E_n = -\frac{Z^2}{n^2} \frac{me^4}{8h^2\epsilon_0^2},$$

и может принимать целочисленные значения $n = 1, 2, 3, \dots$

Квантовое число n характеризует также размер электронного облака.

Орбитальное квантовое число l связано с моментом импульса электрона. Из решения уравнения Шредингера следует, что орбитальный момент импульса (*момент импульса*) электрона может принимать только дискретные значения, определяемые формулой

$$L = \sqrt{l(l+1)} \hbar,$$

где орбитальное квантовое число l может принимать значения $l = 0, 1, 2, \dots, (n-1)$, т.е. всего n значений.

В атоме водорода полная энергия (энергетический уровень) практически не зависит от l . Можно считать, что квантовое число l определяет форму электронного облака.

Магнитное квантовое число m_l характеризует ориентацию момента импульса электрона в атоме. Так как момент импульса – вектор, то он квантуется и по величине, и по направлению. В квантовой механике ориентацию момента импульса обычно задают относительно направления внешнего магнитного поля z . Вектор момента импульса \mathbf{L} может иметь лишь такие ориентации в пространстве, при которых его проекция на направление оси z может принимать дискретные значения, кратные \hbar :

$$L_z = m_l \hbar,$$

где $m_l = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm l$, т.е. всего $2l + 1$ значений.

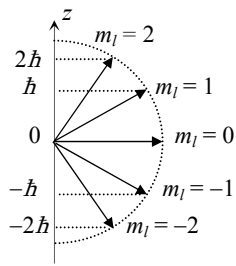


Рис. 2.17

Если $l = 2$, то m_l может быть равно $-2, -1, 0, +1, +2$, т.е. возможны пять различных ориентаций вектора \mathbf{L} , условно изображенные на рис. 2.17.

В 1896 г. голландским физиком П.Зееманом было обнаружено расщепление энергетических уровней в магнитном поле, что получило название *эффекта Зеемана*. (Расщепление энергетических уровней во внешнем электрическом поле называется *эффектом*

Штарка, в честь немецкого физика И. Штарка.) Отсюда следует, что энергетические состояния при наличии внешнего магнитного поля зависят не только от n и l , но и от m_l . Энергетический уровень с главным квантовым числом n в магнитном поле расщепляется на $2l + 1$ подуровней. Отсюда и название – «магнитное квантовое число».

Существует еще *спиновое квантовое число* s , существование которого не следовало из первоначального варианта теории Шредингера. Позднее П. Дирак модифицировал теорию Шредингера, показав, что спиновое квантовое число является релятивистским эффектом.

Исследования спектральных линий водорода с помощью спектральных аппаратов с большой разрешающей способностью показали, что каждая линия в действительности состоит из двух (или большего числа) близких линий (являются *дублетами*) даже в отсутствие магнитного поля. Это явление получило название *тонкой структуры*, которое можно объяснить *наличием у электрона собственного механического момента импульса – спина* \mathbf{L}_s . Спин электрона (и всех других микрочастиц) – квантовая величина, у которой нет классического аналога. Спин электрона \mathbf{L}_s – это внутреннее, неотъемлемое свойство электрона, как его заряд и масса. Спин электрона определяется выражением

$$L_s = \hbar \sqrt{s(s+1)},$$

где спиновое квантовое число имеет значение $s = 1/2$. Отсюда следует, что спин электрона имеет лишь одно–единственное значение:

$$L_s = \hbar \sqrt{\frac{1}{2}(\frac{1}{2}+1)} = \hbar \sqrt{\frac{3}{4}}.$$

Проекция спина \mathbf{L}_s на направление внешнего магнитного поля z может иметь два дискретных значения:

$$L_{sz} = \hbar m_s,$$

которым соответствуют значения *магнитного спинового квантового числа* $m_s = \pm 1/2$.

Хотя энергетический уровень атома водорода E_n зависит только от главного квантового числа n , однако каждому собственному значению E_n (кроме E_1) соответствует несколько *собственных функций* ψ_{nlm} , отличающихся значениями l и m_l . Поэтому атом водорода может иметь одно и то же значение энергии, находясь в несколько различных состояниях. Число различных состояний, соответствующих данному значению n :

$$\sum_{l=1}^{n-1} (2l+1) = n^2.$$

В спектроскопии квантовое число l кроме цифровых обозначений $l = 0, 1, 2, 3 \dots$ имеет еще соответствующие им буквенные обозначения $l = s, p, d, f \dots$. Например, состояние электрона, характеризующееся квантовым числом $l = 0$, называют s – состоянием, $l = 1 - p$ – состоянием и т.д. Значение главного квантового числа n указывается перед условным обозначением орбитального квантового числа l . Например, электроны в состояниях с $n = 2$ и $l = 0, 1$ обозначаются соответственно $2s$ и $2p$.

В квантовой механике вводятся *правила отбора*, ограничивающие число возможных переходов электронов в атоме. Для электрона, движущегося в центрально-симметричном поле ядра, могут осуществляться только такие переходы, для которых: 1) изменение квантового числа l удовлетворяет условию $\Delta l = \pm 1$; 2) изменение магнитного квантового числа m_l удовлетворяет условию $\Delta m_l = 0, \pm 1$. В оптических спектрах указанные правила отбора в основном выполняются.

С учетом правил отбора возможные энергетические состояния и переходы атома водорода могут быть представлены схемой, показанной на рис. 2.18. Серии Лаймана соответствуют переходы

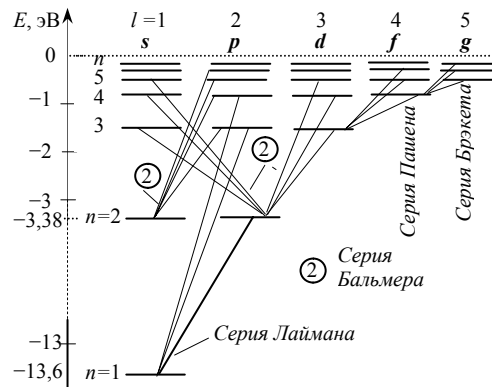


Рис. 2.18

$$np \rightarrow 1s \quad (n = 2, 3, \dots);$$

серии Бальмера – переходы

$$np \rightarrow 2s, ns \rightarrow 2p, nd \rightarrow 2p$$

($n = 3, 4 \dots$) и т.д.

Уровни s не расщепляются, так как для них $l = 0$ и квантовое число m_s имеет одно единственное значение ($m_s = \pm 1/2$).

Дублетный характер термов и соответственно спектральных линий для переходов $s \rightarrow p$ или $p \rightarrow s$ осуществляется для всех атомов с одним валентным электроном. Линии, соответствующие переходам $p \rightarrow d$ или $d \rightarrow p$, обладают более сложной структурой. При этом расщепление увеличивается с увеличением атомного номера.

Спектры щелочных металлов в общих чертах сходны со спектром водорода. Атомы щелочных металлов во внешней оболочке имеют всего один электрон, который слабо связан. Следовательно, у щелочного металла с порядковым номером Z устойчивую структуру образуют $Z - 1$ электронов. Эти электроны образуют оболочку, подобную электронной оболочке предшествующего по таблице инертного газа. В поле этого иона движется один электрон, подобно одному электрону атома водорода. Но этот электрон движется не в поле ядра, а в сложном поле иона. Это приводит к некоторому отличию термов щелочных металлов от термов водорода. Ридберг нашел для них следующую эмпирическую формулу:

$$T_n = R/(n + \alpha)^2,$$

где n – целое число; α – поправка, имеющая постоянное значение при вычислении каждой серии спектра, но разная для разных серий.

Каждый электрон в атоме находится в состоянии, которое характеризуется квантовыми числами n , l , m_l и m_s . Совокупность электронов, характеризующихся одним и тем же значением n , образует *электронный слой* (*электронную оболочку*). Электроны с одним и тем же орбитальным квантовым числом l образуют *электронную подоболочку* в пределах электронного слоя. Поскольку орбитальное квантовое число принимает значения от 0 до $n - 1$, число подоболочек равно порядковому номеру слоя. Количество электронов в подоболочке определяется магнитным (m_l) и спиновыми (m_s) квантовыми числами.

ми: максимальное число электронов в подоболочке с данным l равно $2(2l + 1)$.

Для объяснения возможных конфигураций электронов в атоме оказался необходим новый принцип, который был введен в 1925 г. австрийским физиком В. Паули: **в любом атоме не может быть двух электронов, находящихся в двух одинаковых стационарных состояниях, определяемых одинаковым набором четырех квантовых чисел n, l, m_l и m_s .**

Кроме того, **распределение электронов в атоме должно соответствовать минимуму энергии атома (принцип минимума энергии).**

Так как при заданном значении главного квантового числа n орбитальное квантовое число l изменяется от 0 до $n - 1$, то максимальное число электронов в n -м электронном слое:

$$Z(n) = \sum_{l=0}^{n-1} 2(2l + 1) = [2(n - 1) + 2] = 2n^2.$$

Кроме цифровых обозначений электронные слои обозначают еще заглавными буквами латинского алфавита: $K, L, M, N, O, P \dots$

Пример распределения электронов по электронным слоям и подоболочкам представлен в табл.2.1.

Таблица 2.1

Слой n	Подоболочка l	Максимальное число электронов в состояниях					Максимальное число электронов $2n^2$
		s 0	p 1	d 2	f 3	g 4	
1	K	2	–	–	–	–	2
2	L	2	6	–	–	–	8
3	M	2	6	10	–	–	18
4	N	2	6	10	14	–	32
5	O	2	6	10	14	18	50

Периодичность свойств химических элементов в периодической системе Д.И. Менделеева связана с определенной периодичностью в расположении электронов в атомах различных элементов. Теория периодической системы основывается на следующих положениях:

1) порядковый номер элемента Z равен общему числу электронов в атоме данного элемента; 2) распределение электронов в атоме по энергетическим состояниям происходит согласно принципу Паули и

принципу минимума энергии; 3) число электронных слоев равно номеру периода, к которому относится элемент; 4) число электронов во внешнем слое равно номеру группы (валентности), занимаемой элементом в периодической системе.

В случае многоэлектронного атома *полный угловой орбитальный момент* можно записать в виде суммы орбитальных моментов отдельных электронов:

$$\mathbf{L}_\Sigma = \mathbf{L}_1 + \mathbf{L}_2 + \dots + \mathbf{L}_Z.$$

Аналогичное предположение используется и для внутреннего электронного спинового момента:

$$\mathbf{S} = \mathbf{L}_{S1} + \mathbf{L}_{S2} + \dots + \mathbf{L}_{SZ}.$$

Полный угловой момент (полный момент импульса) представляет собой сумму \mathbf{L}_Σ и \mathbf{S} :

$$\mathbf{J} = \mathbf{L}_\Sigma + \mathbf{S}.$$

Поскольку результирующие орбитальный и спиновый моменты равны нулю в случае замкнутых оболочек ns^2 , np^6 , nd^{10} , nf^{14} ..., для определения \mathbf{L}_Σ , \mathbf{S} , \mathbf{J} необходимо рассмотреть лишь незаполненные оболочки. Сложение этих моментов происходит по квантово-механическим законам, так что полный момент импульса квантуется:

$$J_j = \hbar \sqrt{j(j+1)},$$

где j – соответствующее квантовое число. Состояния атома с различными значениями J_j обладают различной энергией, и в результате происходит расщепление каждого энергетического уровня на два. Не расщепляются только уровни s с квантовым числом $l = 0$, так как для них j имеет одно значение $j = 1/2$. Для обозначения атомных состояний применяются спектроскопические символы

$${}^{2S+1}L_j, \text{ где } L = 0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots$$

$$S \quad P \quad D \quad F \quad G \quad H, \dots$$

Как показывает опыт, фотоны, как и электроны, обладают собственным или спиновым моментом импульса. Спин фотона по величине вдвое больше спина электрона, т.е. равен \hbar . Как и спин электрона, он может давать на выделенное направление лишь две проекции $\pm\hbar$. Испуская или поглощая фотон, атом не только отдает или получает энергию, но и меняет свой момент импульса на величину, равную спину

фотона, т.е. на \hbar . Этому изменению момента импульса атома соответствует изменение орбитального квантового числа электрона, совершающего переход на единицу. Обозначая значения орбитального квантового числа после перехода через l' , имеем:

$$l = l' \pm 1.$$

Это условие, указывающее возможные переходы электрона с испусканием (поглощением) фотона, и носит название *правила отбора*. Такие переходы называются разрешенными.

Спектр излучения рентгеновской трубки представляет собой наложение сплошного спектра, обрывающегося со стороны коротких волн некоторой границей λ_{min} , и линейчатого спектра на фоне сплошного спектра. Характер сплошного спектра зависит только от приложенного к трубке напряжения U и совершенно не зависит от материала анода. Непрерывное рентгеновское излучение испускается бомбардируемыми анод электронами в результате их торможения при взаимодействии с атомами мишени и поэтому называется *тормозным спектром*. Типичный рентгеновский спектр показан на рис. 2.19. При повышении приложенного напряжения коротковолновая граница тормозного спектра смещается влево.

Из классической теории не вытекает наличие коротковолновой границы сплошного спектра, которое объясняется квантовой теорией. Очевидно, что максимальная энергия кванта рентгеновского излучения соответствует такому случаю, при котором вся кинетическая энергия электрона, приобретенная за счет электрического поля $W_k = eU$, переходит в энергию фотона:

$$E_{max} = h\nu_{max} = hc/\lambda_{min} = eU.$$

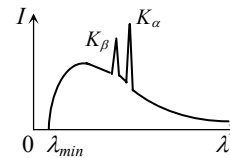


Рис.2.19

Отсюда граничная длина волны:

$$\lambda_{min} = hc/eU,$$

что хорошо согласуется с экспериментальными данными.

Отдельные резкие максимумы, обозначенные на рис. 9.36 символами K_α и K_β , при повышении напряжения остаются на месте, но их положение различно у мишеней из разных материалов. Это говорит о том, что соответствующие максимумам частоты характеризуют используемый материал анода. Поэтому линейчатый спектр называют *характеристическим рентгеновским излучением (спектром)*.

Характеристическое рентгеновское излучение можно объяснить следующим образом: приложенное к рентгеновской трубке высокое напряжение разгоняет электроны до высоких энергий, и при соударении с атомами мишени налетающие электроны могут выбить один из сильно связанных электронов внутренних слоев и перевести его на периферию атома. Через малый промежуток времени, порядка 10^{-8} с, на освободившееся место перейдет электрон из соседнего внутреннего слоя или с периферии атома. Этот процесс сопровождается испусканием фотона рентгеновского диапазона. Предположим, что под влиянием внешнего рентгеновского фотона высокой энергии выбивается один из двух электронов K -слоя атома (рис. 2.20). Тогда на его место может перейти электрон с более удаленных слоев. Такие переходы сопровождаются испусканием фотонов и возникновением спектральных линий K -серии: K_{α} ($L \rightarrow K$), K_{β} ($M \rightarrow K$), K_{γ} ($N \rightarrow K$)... Самой длинноволновой линией K -серии является линия K_{α} . Частоты линий возрастают в ряду $K_{\alpha} \rightarrow K_{\beta} \rightarrow K_{\gamma}$, поскольку энергия, высвобождаемая при переходе электрона на K -слой с более удаленных слоев, увеличивается. Интенсивности линий в ряду $K_{\alpha} \rightarrow K_{\beta} \rightarrow K_{\gamma}$, наоборот, убывают, так как вероятность переходов с более удаленных слоев меньше, чем из L -слоя. K -серия обязательно сопровождается испусканием других серий, так как при испускании ее линий появляются вакансии в слоях L, M, \dots , которые будут заполняться электронами, находящимися на более высоких слоях.

Таким же образом возникают и другие серии, наблюдаемые только для тяжелых элементов.

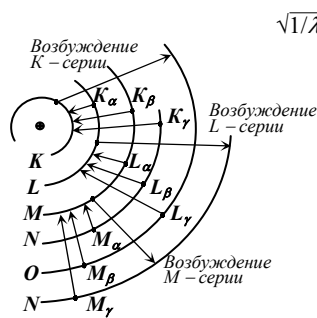


Рис. 2.20

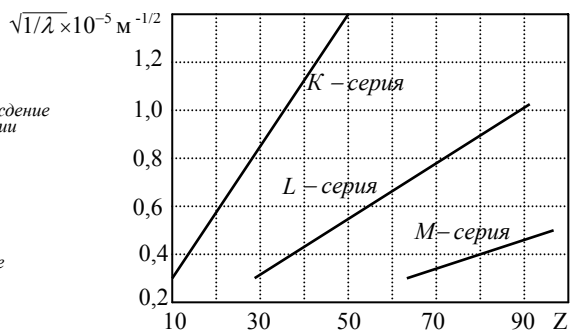


Рис. 2.21

Рентгеновские спектры имеют ряд преимуществ перед оптическими спектрами и определяются простой зависимостью частоты се-

рии от атомного номера. В 1914 г. английский физик Г. Мозли обнаружил, что график зависимости $\sqrt{1/\lambda}$ от порядкового номера элемента Z представляет собой прямую ($\sqrt{\nu} = aZ - b$: рис. 2.21). Этот результат носит название *закона Мозли*.

В многоэлектронном атоме электроны K -слоя движутся в поле ядра. Внешние электроны взаимодействуют с ними слабо. Электроны L -слоя движутся в поле ядра, экранированного двумя электронами K -слоя, и т.д. Для частот, испускаемых при переходе электрона между этими слоями, можно приближенно использовать формулу для частоты водородоподобных ионов, подставив вместо Z «эффективный заряд» $Z_{эф} = (Z - \sigma)$, в поле которого движется электрон. В результате частоты характеристического рентгеновского излучения могут быть определены по полуэмпирической формуле

$$\nu = R(Z - \sigma)^2 \left(\frac{1}{k^2} - \frac{1}{n^2} \right),$$

где $k = 1, 2, 3 \dots$ определяет рентгеновскую серию; n принимает целочисленные значения с $k + 1$ и определяет отдельную линию соответствующей серии; σ – постоянная экранирования (для K -серии близка к единице). Данную формулу также называют *законом Мозли*.

Несколько атомов, связанных между собой химическими связями, представляют молекулу – наименьшую частицу вещества, которая является носителем его основных физических и химических свойств. Понимание природы химической связи, обуславливающей образование из атомов молекул, кристаллических тел, может быть достигнуто на основании квантово-механической модели атома, учитывающей волновые свойства электрона.

Молекула в целом представляет собой квантовую систему, обладающую вполне определенными дискретными уровнями энергии. Соответственно большому числу частиц, составляющих эту систему (ядра, электроны), молекула обладает большим числом степеней свободы. Движения в молекуле можно разделить на поступательное, вращательное и колебательное. В первом приближении при малых изменениях расстояния между атомами, $|r - r_0| \ll r_0$, поступательному и вращательному движению соответствует только кинетическая форма энергии. Колебательному же движению, кроме кинетической энергии, соответствует и потенциальная энергия $U(r)$. Учитывая эти обстоятельства, энергию молекулы можно представить в виде суммы энер-

гии поступательного ($E_{пост}$), вращательного ($E_{вр}$), колебательного ($E_{кол}$) и электронного (E_e) движений :

$$E = E_{пост} + E_{вр} + E_{кол} + E_e.$$

При достаточно большом объеме пространства поступательная энергия имеет сплошной спектр, и ее среднее значение равно $\frac{3}{2}kT$, что при комнатных температурах составляет $\sim 0,04$ эВ.

Соотношения между дискретными энергетическими уровнями молекулы $E_e : E_{кол} : E_{вр} = 1 : \sqrt{m/M} : m/M$, где m – масса электрона; M – величина порядка массы ядер атомов в молекуле. С учетом соотношения $m/M \approx 10^{-5} \div 10^{-3}$ $E_e \gg E_{кол} \gg E_{вр}$. При этом $E_e \approx 1 \div 10$ эВ, $E_{кол} \approx 10^{-2} \div 10^{-1}$ эВ, $E_{вр} \approx 10^{-5} \div 10^{-3}$ эВ.

Основные газы атмосферы (N_2 и O_2) имеют симметричное строение, не имеют дипольных моментов, поэтому не обладают колебательными и вращательными спектрами и свободно пропускают инфракрасные лучи. Поглощение последних атмосферой в основном определяется содержанием паров воды (H_2O) и углекислого газа (CO_2), молекулы которых обладают значительным дипольным моментом. На рис. 2.22 представлен спектр поглощения углекислого газа. Спектр состоит из четырех полос поглощения, соответствующих длинам волн $\sim 1,9; 2,7; 4,3$ и 15 мкм. (Часто в спектроскопии применяется условная частота $\tilde{\nu} = 1/\lambda$, измеряемая в $см^{-1}$.)

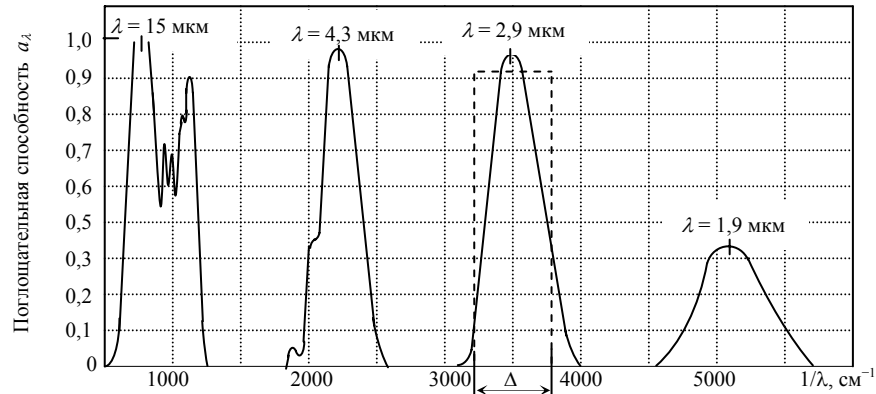


Рис. 2.22. Спектр поглощения CO_2 . $T = 833$ К

При использовании спектральных приборов высокой разрешающей способности, можно видеть, что полосы представляют собой

настолько тесно расположенные линии, что они с трудом разрешаются. Структура молекулярных спектров усложняется с увеличением числа атомов и практически становится непрерывной. Поэтому описание характеристик поглощения газа в зависимости от длины волны весьма сложно. Если давление, температура и состав газа постоянны, то спектральную поглощательную способность слоя газа толщиной l можно определить по формуле

$$a_\lambda = 1 - e^{-\alpha_\lambda l},$$

где α_λ – спектральный коэффициент поглощения газа.

При тепловых расчетах топочных устройств приходится вычислять энергию излучения продуктов сгорания углеводородных топлив, которые обладают селективным поглощением. Приближенно поверхностную плотность излучения в пределах полосы поглощения Δq_λ шириной $\Delta\lambda$, используя закон Кирхгофа, можно вычислить, интегрируя в пределах полосы:

$$\Delta q_\lambda = \int_{\Delta\lambda} q_\lambda d\lambda = \int_{\Delta\lambda} q_{b\lambda} (1 - e^{-\alpha_\lambda l}) d\lambda.$$

Вычисление интегралов в данной формуле для разных полос затруднено, так как для газов α_λ является сложной функцией состава газа, температуры и давления. Поэтому применяются упрощенные модели для описания изменения α_λ в зависимости от длины волны. Нулевым приближением можно считать модель прямо-угольной полосы, когда сложная полоса поглощения заменяется полосой эквивалентной ширины Δ , в пределах которой коэффициент поглощения $\bar{\alpha}_\lambda$ считается постоянным. Средний коэффициент поглощения $\bar{\alpha}_\lambda$ и эквивалентная ширина Δ подбираются из равенства энергий излучения в пределах действительной и эквивалентной полос

$$\Delta q_\lambda = \int_{\Delta\lambda} q_{b\lambda} (1 - e^{-\alpha_\lambda l}) d\lambda = (1 - e^{-\bar{\alpha}_\lambda l}) \int_{\Delta} q_{b\lambda} d\lambda.$$

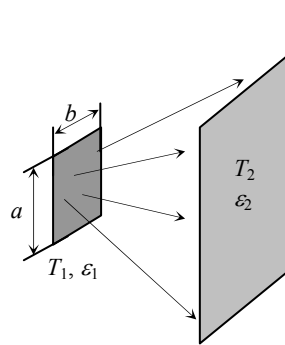
На рис. 2.22 штриховыми линиями показана эквивалентная прямо-угольная полоса для полосы $\lambda = 2,9$ мкм.

2.2. Примеры решения и оформления задач

Пример 1. Стальная крышка смотрового окна топки размерами $a \times b = 15 \times 25$ см накалилась докрасна. Измерение оптическим пирометром при длине волны $\lambda = 0,66$ мкм показало яркостную температуру, равную $T_y = 1650$ К. Считая, что спектральная излучательная способность окисленной поверхности крышки $\varepsilon_{0,5} = 0,6$, а интегральная излучательная способность $\varepsilon_1 = 0,75$ вычислить энергию, излучаемую крышкой в окружающее пространство в течение одной рабочей смены. Температуру помещения принять $T_2 = 300$ К, а интегральную излучательную способность стен помещения $\varepsilon_2 = 0,8$.

Дано:
 $a = 0,15$ м
 $b = 0,25$ м
 $\lambda = 0,66 \cdot 10^{-6}$ м
 $T_y = 1650$ К
 $\varepsilon_{0,66} = 0,6$
 $\varepsilon_1 = 0,75$
 $t = 8 \text{ ч} = 28800$ с
 $T_2 = 300$ К
 $\varepsilon_2 = 0,8$

Q



Анализ:

В теории теплообмена излучением кроме понятия поглощательной способности тел a используется понятие *излучательной способности*, или *степени черноты* ε . При термодинамическом равновесии эти величины равны:

$$a_\lambda = \varepsilon_\lambda, \quad a = \varepsilon.$$

Яркостная температура T_y – это температура абсолютно черного тела, имеющего такую же спектральную плотность излучения при данной длине волны, что и реальное тело: $q_{b\lambda}(T_y) = a_\lambda q_{b\lambda}(T)$, где T – термодинамическая температура тела. Для определения действительной температуры тела по яркостной температуре надо знать спектральную поглощательную способность тела (степень черноты) для данной длины волны и использовать формулу Планка для спектральной плотности излучения $q_{b\lambda}$. Если $\exp(c_2/\lambda T) \gg 1$, то формула Планка переходит в закон Вина:

$$q_{b\lambda} = c_1 / [\lambda^5 \exp(c_2/\lambda T)],$$

который при $\lambda T < 3000$ мкм·К имеет погрешность менее 1%. При использовании закона излучения Вина получается достаточно простая формула для пересчета температуры:

$$T = \frac{c_2 T_{\lambda}}{T_{\lambda} \ln \varepsilon_{\lambda} + c_2},$$

где $c_2 = 0,0144$ м·К.

Результирующую поверхностную плотность излучения между двумя параллельными плоскостями при отсутствии ослабляющей среды между ними приближенно можно вычислить по формуле

$$q = \frac{\sigma(T_1^4 - T_2^4)}{1/\varepsilon_1 + 1/\varepsilon_2 - 1},$$

где индекс 1 относится к горячей поверхности, в данном случае к крышке, а индекс 2 – к холодной. В общем случае расчет радиационного теплообмена между поверхностями – достаточно сложный процесс, где необходимо учитывать их взаимное расположение, температуры и радиационные свойства. В самом первом приближении данную формулу можно использовать для оценки энергии излучения крышки смотрового окна, так как температуры окружающих тел значительно меньше температуры крышки.

Энергия, излучаемая раскаленной крышкой в течение одной смены:

$$Q = q S t = \frac{\sigma(T_1^4 - T_2^4)}{1/\varepsilon_1 + 1/\varepsilon_2 - 1} ab t.$$

Если тело излучало бы в вакуум, то энергия излучения:

$$Q_0 = \varepsilon_1 q_b S t = \varepsilon_1 \sigma T^4 ab t.$$

Анализ размерности:

$$[Q] = [q] \cdot [S] \cdot [t] = \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{с} = \text{Дж}.$$

Решение:

Сначала вычислим действительную температуру излучающей крышки:

$$T_1 = \frac{c_2 T_{\lambda}}{T_{\lambda} \ln \varepsilon_{0,66} + c_2} = \frac{0,0144 \cdot 1650}{1650 \cdot 0,66 \cdot 10^{-6} \ln 0,6 + 0,0144} = 1716 \text{ К}.$$

Как видим, действительная температура тела больше яркостной температуры на 66 К.

Длительность рабочей смены возьмем $t = 8 \text{ ч} = 28800 \text{ с}$.

$$Q = \frac{\sigma(T_1^4 - T_2^4)}{1/\varepsilon_1 + 1/\varepsilon_2 - 1} ab t = \frac{5,67 \cdot 10^{-8} (1716^4 - 300^4)}{1/0,75 + 1/0,8 - 1} \cdot 0,15 \cdot 0,25 \cdot 28800 = 3,351 \cdot 10^8 \text{ Дж.}$$

Энергия, излучаемая за это же время самим телом, т.е. если бы окружающие тела имели бы температуру $T_2 = 0 \text{ К}$ и не отражали бы излучение:

$$Q_o = \varepsilon_1 \sigma T^4 ab t = 0,75 \cdot 5,67 \cdot 10^{-8} \cdot 1716^4 \cdot 0,15 \cdot 0,25 \cdot 28800 = 3,982 \cdot 10^8 \text{ Дж.}$$

Таким образом, собственное излучение тела на 16% больше, чем результирующее излучение. Это связано с тем, что нагретое тело поглощает часть излучения холодных тел, а также часть отраженного от этих тел собственного излучения.

Ответ:

Раскаленная крышка смотрового окна топки за одну рабочую смену излучает в окружающее пространство тепловую энергию:

$$Q = 3,351 \cdot 10^8 \text{ Дж.}$$

Пример 2. Определить максимальную кинетическую энергию и скорость электрона, выбитого с поверхности натрия светом с длиной волны $\lambda_1 = 0,4 \text{ мкм}$ и $\lambda_2 = 0,6 \text{ мкм}$. Какова максимальная длина волны света, который способен выбить электрон из металла?

Дано:

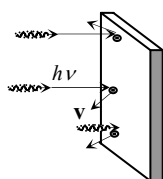
$$\lambda_1 = 0,4 \cdot 10^{-6} \text{ м}$$

$$\lambda_2 = 0,6 \cdot 10^{-6} \text{ м}$$

$$A = 2,27 \text{ эВ} =$$

$$= 3,63 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$$

$$\frac{W_{\text{кmax1}}, W_{\text{кmax2}},}{\nu_1, \nu_2, \lambda_0}$$



Анализ:

Из формулы Эйнштейна максимальная кинетическая энергия электрона, выбитого из металла светом:

$$W_{\text{кmax}} = h\nu - A \text{ или}$$

$$W_{\text{кmax}} = hc/\lambda - A,$$

где A – работа выхода электрона из металла. В приложении данного пособия для натрия приведено значение $A = 2,27 \text{ эВ}$.

Сначала определим красную границу фотоэффекта:

$$\lambda_0 = hc/A.$$

Если окажется, что длина волны падающего света $\lambda > \lambda_0$, то фотоэффекта не будет и не имеет смысла вычислять и кинетическую энергию электрона.

Предполагая, что скорость выбитых электронов будет $v < 0,1c$, сначала скорость можно определить из нерелятивистского выражения для кинетической энергии:

$$v = \sqrt{2W_{\kappa} / m},$$

где $m = 9,1 \cdot 10^{-31}$ кг – масса покоя электрона. Если наше предположение окажется неверным, тогда погрешность вычисления будет больше 1%. В этом случае придется учитывать зависимость массы электрона от скорости.

Анализ размерности:

$$[\lambda_0] = [h] \cdot [c] / [A] = (\text{Дж} \cdot \text{с} \cdot \text{м} / \text{с}) / \text{Дж} = \text{м}.$$

$$[W] = [h] \cdot [c] / [\lambda] = (\text{Дж} \cdot \text{с} \cdot \text{м} / \text{с}) / \text{м} = \text{Дж}.$$

$$[v] = [W]^{1/2} [m]^{-1/2} = (\text{Дж} / \text{кг})^{1/2} = \{(\text{кг} \cdot \text{м}^2 / \text{с}^2) / \text{кг}\}^{1/2} = \text{м} / \text{с}.$$

Решение:

$$\lambda_0 = hc/A = 6,625 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8 / 3,63 \cdot 10^{-19} = 0,5475 \cdot 10^{-6} \text{ м}.$$

Как видим $\lambda_2 > \lambda_0$, поэтому при данной длине волны фотоэффекта не будет.

$$W_{\kappa \max} = hc/\lambda_1 - A = 6,625 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8 / 0,4 \cdot 10^{-6} - 3,63 \cdot 10^{-19} = \\ = 1,34 \cdot 10^{-19} \text{ Дж} = 0,837 \text{ эВ}.$$

$$v_1 = \sqrt{2W_{\kappa \max} / m} = \sqrt{2 \cdot 1,34 \cdot 10^{-19} / 9,1 \cdot 10^{-31}} = 5,43 \cdot 10^5 \text{ м} / \text{с}.$$

Как видим, это не противоречит нашему предположению, что $v < 0,1c$.

Ответ:

Максимальная длина волны света, способного выбить из пластинки натрия электроны: $\lambda_0 = 0,5475 \cdot 10^{-6}$ м.

Максимальная кинетическая энергия электронов, выбитых светом с длиной волны $\lambda_1 = 0,4 \cdot 10^{-6}$ м: $W_{\kappa \max} = 1,34 \cdot 10^{-19}$ Дж = 0,837 эВ.

Максимальная скорость этих электронов: $v_1 = 5,43 \cdot 10^5$ м/с.

Свет с длиной волны $\lambda_2 = 0,6 \cdot 10^{-6}$ м не может выбить электроны с поверхности натрия.

Пример 3. Вычислить длину волны, соответствующей электрону, ускоренному разностью потенциалов $\Delta\varphi = 100$ В, а также импульс данного электрона. Фотоны с какой длиной волны обладают таким же импульсом?

Дано:

$$\left. \begin{array}{l} \Delta\varphi = 100 \text{ В} \\ m = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ кг} \\ \lambda_{\text{э}}, p, \lambda_{\text{ф}} \end{array} \right\}$$

Анализ:

Предположим, что скорость электрона намного меньше скорости света в вакууме. Тогда мы можем использовать формулы классической механики. Если это предположение окажется неверным, тогда придется все вычисления повторить по релятивистским формулам.

Работа электрического поля на ускорение электрона превращается в его кинетическую энергию:

$$mv^2/2 = e\Delta\varphi.$$

Отсюда скорость электрона:

$$v = \sqrt{2e\Delta\varphi/m}.$$

Импульс электрона:

$$p = mv = \sqrt{2em\Delta\varphi}.$$

По формуле де Бройля длина электронной волны:

$$\lambda_{\text{э}} = h/(mv) = h/p.$$

Из формулы для импульса фотона $p_{\text{ф}}$ определяем длину волны:

$$\lambda_{\text{ф}} = h/p_{\text{ф}}.$$

Так как по условию задачи $p_{\text{ф}} = p$, то длина световой волны будет равняться длине электронной волны: $\lambda_{\text{ф}} = \lambda_{\text{э}}$.

Анализ размерности:

$$[p] = \{[q] \cdot [m] \cdot [\varphi]\}^{1/2} = \{\text{Кл} \cdot \text{кг} \cdot \text{Дж/Кл}\}^{1/2} = \{\text{кг} \cdot \text{кг} \cdot \text{м}^2/\text{с}^2\}^{1/2} = \text{кг} \cdot \text{м}/\text{с}.$$

$$[\lambda] = [h]/[p] = \text{Дж} \cdot \text{с}/(\text{кг} \cdot \text{м}/\text{с}) = (\text{кг} \cdot \text{м}^2/\text{с}^2) \cdot \text{с}/(\text{кг} \cdot \text{м}/\text{с}) = \text{м}.$$

Решение:

Сначала вычислим скорость электрона:

$$v = \sqrt{2e\Delta\varphi/m} = \sqrt{2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 100 / 9,1 \cdot 10^{-31}} = 5,93 \cdot 10^6 \text{ м/с}.$$

Следовательно, можно пользоваться данным значением скорости.

$$p = \sqrt{2em\Delta\phi} = \sqrt{2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 100} = 5,4 \cdot 10^{-25} \text{ кг}\cdot\text{м/с}.$$

$$\lambda_0 = h/p = 6,625 \cdot 10^{-34} / 5,4 \cdot 10^{-25} = 1,23 \cdot 10^{-10} \text{ м}.$$

Ответ:

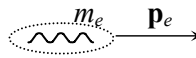
Импульс электрона, ускоренного разностью потенциалов 100 В составляет $p = 5,4 \cdot 10^{-25}$ кг·м/с.

Такому электрону соответствует дебройлевская длина волны $\lambda_0 = 1,23 \cdot 10^{-10}$ м. Для фотонов такая длина волны относится к рентгеновскому диапазону. Хотя это очень короткие волны, их можно обнаружить экспериментально за счет дифракции на кристаллах.

Пример 4. Найти длину волны де Бройля электрона при двух значениях его кинетической энергии: 1) $W_{K1} = 0,01$ МэВ, 2) $W_{K2} = 1$ МэВ.

<i>Дано:</i>	
$W_{K1} = 0,01 \text{ МэВ} = 1,6 \cdot 10^{-15} \text{ Дж}$	
$W_{K2} = 1 \text{ МэВ} = 1,6 \cdot 10^{-13} \text{ Дж}$	
$m_e = 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$	
λ_1, λ_2	

Анализ:



Любую движущуюся частицу можно представить в виде плоской волны с длиной волны

$$\lambda = \frac{h}{p},$$

где $h = 6,626 \cdot 10^{-34}$ Дж·с; p – импульс частицы.

Связь между импульсом частицы и ее кинетической энергией зависит от скорости частицы. Если скорость движения частицы много меньше скорости света в вакууме ($v \ll c$), то это случай нерелятивистский. Если скорость движения частицы соизмерима со скоростью света в вакууме, то это случай релятивистский. В первом случае (для небольших скоростей): $p = \sqrt{2mW_K}$. Поэтому длина волны де Бройля электрона определится формулой:

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2m_e W_K}}.$$

При релятивистских скоростях: $p = \frac{1}{c} \sqrt{W_K (W_K + 2E_o)}$,
 где $E_o = m_e c^2 = 8,16 \cdot 10^{-14}$ Дж – энергия покоя электрона. Соответственно формула для λ :

$$\lambda = \frac{hc}{\sqrt{W_K (W_K + 2E_o)}}.$$

Чтобы выяснить какие формулы применить, необходимо сравнить кинетическую энергию электрона с его энергией покоя. В первом случае $W_{K1} \ll E_o$, значит это случай нерелятивистский и можно использовать первую формулу. Во втором случае $W_{K2} > E_o$, следовательно, это случай релятивистский.

Анализ размерностей:

$$[\lambda_1] = \frac{[h]}{\sqrt{[m] \cdot [W]}} = \frac{\text{Дж} \cdot \text{с}}{\sqrt{\text{кг} \cdot \text{Дж}}} = \sqrt{\frac{\text{Дж}}{\text{кг}}} \cdot \text{с} = \sqrt{\frac{\text{кг} \cdot \text{м}^2}{\text{кг} \cdot \text{с}^2}} \cdot \text{с} = \text{м}.$$

$$[\lambda_2] = \frac{[h][c]}{[W]} = \frac{\text{Дж} \cdot \text{с} \cdot \text{м}/\text{с}}{\text{Дж}} = \text{м}.$$

Решение:

$$\lambda_1 = \frac{h}{\sqrt{2m_e W_K}} = \frac{6,626 \cdot 10^{-34}}{\sqrt{2 \cdot 9,11 \cdot 10^{-31} \cdot 1,6 \cdot 10^{-15}}} = 1,22 \cdot 10^{-10} \text{ м}.$$

$$\lambda_2 = \frac{hc}{\sqrt{W_K (W_K + 2E_o)}} = \frac{6,626 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{\sqrt{1,6 \cdot 10^{-13} (1,6 \cdot 10^{-13} + 2 \cdot 8,16 \cdot 10^{-14})}} = 8,7 \cdot 10^{-13} \text{ м}.$$

Ответ:

Длины волн де Бройля электрона для двух значений кинетической энергии движения:

$$\lambda_1 = 1,22 \cdot 10^{-10} \text{ м}; \quad \lambda_2 = 8,7 \cdot 10^{-13} \text{ м}.$$

Пример 5. На зеркальную пластинку с отражательной способностью $r = 0,75$ под углом $\varphi = 45^\circ$ падает узкий параллельный импульс света с энергией $E = 8$ Дж. Продолжительность импульса света $\Delta t = 10^{-4}$ с, а

диаметр пучка $d = 5$ мм. Определить давление импульса света на поверхность пластинки.

Дано:

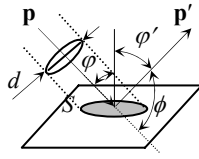
$$r = 0,75$$

$$\varphi = 45^\circ$$

$$\Delta t = 10^{-4} \text{ с}$$

$$d = 5 \text{ мм}$$

$$P_\phi$$



Анализ:

Давление света на поверхность S можно определить через изменение импульса фотонов Δp , отраженных от этой поверхности:

$$P_\phi = \frac{\Delta p}{\Delta t S}.$$

Пусть N – число фотонов в импульсе света. Полный импульс этих фотонов:

$$\mathbf{p} = N \frac{h\nu}{c} \mathbf{n} = \frac{E}{c} \mathbf{n},$$

где \mathbf{n} – единичный вектор в направлении движения налетающих фотонов. От поверхности пластинки отразится $N' = rN$ фотонов. Их общий импульс:

$$\mathbf{p}' = N' \frac{h\nu}{c} \mathbf{n}' = r \frac{E}{c} \mathbf{n}',$$

где \mathbf{n}' – единичный вектор в направлении движения отраженных фотонов.

Изменение импульса фотонов:

$$\Delta \mathbf{p} = \mathbf{p} - \mathbf{p}' = (E/c)(\mathbf{n} - r\mathbf{n}').$$

Возведем это выражение в квадрат:

$$|\Delta \mathbf{p}|^2 = \frac{E^2}{c^2} (1 + r^2 - 2r \cos \phi),$$

где $\phi = \pi - 2\varphi$ – угол между векторами \mathbf{n} и \mathbf{n}' . Учитывая, что $\cos \varphi = -\cos 2\varphi$, получаем выражение для модуля изменения импульса:

$$\Delta p = \frac{E}{c} \sqrt{1 + r^2 + 2r \cos 2\varphi}.$$

Площадь поверхности, на которую падает узкий пучок импульса света:

$$S = \pi d^2 / (4 \cos \varphi).$$

Поэтому давление импульса света:

$$P_\phi = \frac{4E \cos \varphi}{\pi d^2 c \Delta t} \sqrt{1 + r^2 + 2r \cos 2\varphi}.$$

Анализ размерности:

$$[p_\phi] = \frac{[E]}{[d]^2[c][t]} = \frac{\text{Дж}}{\text{м}^2 \cdot (\text{м/с}) \cdot \text{с}} = \frac{\text{Н} \cdot \text{м}}{\text{м}^3} = \frac{\text{Н}}{\text{м}^2}.$$

Решение:

$$p_\phi = \frac{4E \cos \varphi}{\pi d^2 c \Delta t} \sqrt{1 + r^2 + 2r \cos 2\varphi} = \frac{4 \cdot 8 \cdot \sqrt{2}}{\pi 5^2 \cdot 10^{-6} \cdot 10^{-4} \cdot 3 \cdot 10^8 \cdot 2} \sqrt{1 + 0,75^2} =$$

$$= 12 \text{ Па}.$$

Ответ:

Давление импульса света на отражающую поверхность

$$p_\phi = 12 \text{ Па}.$$

Пример 6. Область локализации электрона с кинетической энергией $W_\kappa = 5 \text{ эВ}$ имеет размер $l = 2 \text{ мкм}$. Оценить относительную неопределенность его скорости.

Дано:

$$\left. \begin{aligned} W_\kappa &= 5 \text{ эВ} = 8 \cdot 10^{-19} \text{ Дж} \\ l &= 2 \text{ мкм} = 2 \cdot 10^{-6} \text{ м} \\ m &= 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ кг} \end{aligned} \right\}$$

Анализ:

Неопределенность проекции импульса электрона на Δp_x и неопределенность его координаты Δx связаны соотношением

$$\Delta p_x \Delta x \geq \hbar.$$

Так как $\Delta p_x \approx m \Delta v$, а $\Delta x \approx l$ для неопределенности модуля скорости получаем формулу

$$\Delta v \geq \hbar / (m l),$$

где m – масса электрона. По условию задачи $W_\kappa \ll mc^2$, поэтому для кинетической энергии можно использовать классическую формулу и

$$v = \sqrt{2W_\kappa / m}.$$

Поэтому получаем формулу

$$\frac{\Delta v}{v} \approx \frac{\hbar}{l \sqrt{2W_\kappa m}}.$$

Анализ размерности:

$$[\Delta v/v] = [\hbar] \cdot [l]^{-1} [W]^{-1/2} [m]^{-1/2} = \text{Дж} \cdot \text{с} \cdot \text{м}^{-1} \text{Дж}^{-1/2} \text{кг}^{-1/2} = \text{кг}^{1/2} \cdot \text{м} \cdot \text{с}^{-1} \cdot \text{кг}^{-1/2} = 1.$$

Решение:

$$\frac{\Delta v}{v} \approx \frac{\hbar}{L\sqrt{2W_{\kappa}m}} = \frac{1,0546 \cdot 10^{-34}}{2 \cdot 10^{-6} \sqrt{2 \cdot 8 \cdot 10^{-19} \cdot 9,1 \cdot 10^{-31}}} \approx 4 \cdot 10^{-6}.$$

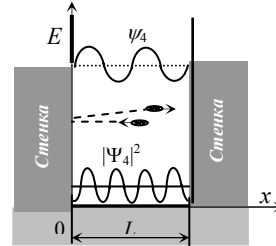
Ответ:

Относительная неопределенность скорости электрона, имеющего кинетическую энергию $W_{\kappa} = 5$ эВ, составляет $\Delta v/v \approx 4 \cdot 10^{-6}$.

Пример 7. Электрон находится в бесконечно глубокой одномерной потенциальной яме шириной $L = 0,1$ м на втором энергетическом уровне. В каких точках ямы плотность вероятности обнаружения частицы совпадает с классической плотностью вероятности? Вычислите импульс и кинетическую энергию электрона на данном уровне.

<p>Дано</p> <p>$m = 9,1 \cdot 10^{-31}$ кг</p> <p>$L = 0,1$ м</p> <p>$n = 4$</p> <p>$W = W_{\text{кл}}$</p> <p>x, p_n, E_n</p>

Анализ:



Волновая функция ψ , описывающая состояние частицы в бесконечно глубокой одномерной потенциальной яме шириной L , имеет вид:

$$\psi_n = \sqrt{\frac{2}{L}} \sin \frac{n\pi x}{L}, \quad (1)$$

где n – номер энергетического уровня ($n = 1, 2, 3, \dots$); x – координата частицы в яме ($0 \leq x \leq L$).

Плотность вероятности обнаружения электрона в точке с координатой x равна квадрату модуля волновой функции:

$$W = |\psi|^2. \quad (2)$$

Если частица находится на энергетическом уровне n :

$$W = \frac{2}{L} \sin^2 \frac{n\pi x}{L}. \quad (3)$$

Выражение для классической плотности вероятности имеет вид:

$$W_{\text{кл}} = 1/L. \quad (4)$$

Приравняв по условию выражения (3) к (4), получим:

$$\sin^2\left(\frac{n\pi x}{L}\right) = \frac{1}{2}. \quad (5)$$

Решая уравнение (5), найдем:

$$x = \left(k \pm \frac{1}{4}\right) \frac{L}{n}, \quad k = 0, \pm 1, \pm 2 \dots$$

Импульс электрона p_n и его кинетическую энергию E_n для стационарных состояний можно вычислить по формулам, имеющимся в учебном пособии:

$$p_n = \hbar k_n = n(\pi\hbar/L);$$

$$E_n = \frac{p_n^2}{2m} = n^2 \frac{\pi^2\hbar^2}{2mL^2}.$$

Таким образом, импульс и энергия электрона в потенциальной яме произвольны. Они принимают лишь ряд *дискретных собственных значений* p_n и E_n .

Анализ размерности:

$$[p_n] = \frac{[\hbar]}{[L]} = \frac{\text{Дж}\cdot\text{с}}{\text{м}} = \frac{\text{кг}\cdot\text{м}}{\text{с}}.$$

$$[E_n] = \frac{[\hbar]^2}{[m][L]^2} = \frac{\text{Дж}^2\cdot\text{с}^2}{\text{кг}\cdot\text{м}^2} = \text{Дж}.$$

Решение:

Координаты точек x , где вероятность обнаружения электрона совпадает с классической равномерной вероятностью для уровня $n = 4$ определяется по формуле:

$$x = \left(k \pm \frac{1}{4}\right) \frac{L}{4}, \quad k = 0, \pm 1, \pm 2 \dots$$

В пределах ямы ($0 \leq x \leq L$) таких точек восемь, что видно и на графике $|\psi_4|^2$, представленной в нижней части потенциальной ямы:

$$x = \left(\frac{L}{16}, \frac{3L}{16}, \frac{5L}{16}, \frac{7L}{16}, \frac{9L}{16}, \frac{11L}{16}, \frac{13L}{16}, \frac{15L}{16}\right).$$

$$p_4 = \frac{n\pi\hbar}{L} = \frac{4 \cdot 3,1415 \cdot 1,0546 \cdot 10^{-34}}{0,1} = 1,325 \cdot 10^{-32} \frac{\text{кг}\cdot\text{м}}{\text{с}}.$$

$$E_4 = n^2 \frac{\pi^2 \hbar^2}{2mL^2} = 4^2 \frac{\pi^2 \hbar^2}{2 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 10^{-2}} = 9,65 \cdot 10^{-35} \text{ Дж.}$$

Ответ:

Координаты точек x , где вероятность обнаружения электрона совпадает с классической равномерной вероятностью:

$$x = \left(\frac{L}{16}, \frac{3L}{16}, \frac{5L}{16}, \frac{7L}{16}, \frac{9L}{16}, \frac{11L}{16}, \frac{13L}{16}, \frac{15L}{16} \right).$$

Импульс электрона на уровне $n = 4$:

$$p_n = 1,325 \cdot 10^{-32} \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}}.$$

Дискретное значение энергии:

$$E_4 = 9,65 \cdot 10^{-35} \text{ Дж.}$$

Пример 8. Электрон находится в одномерной потенциальной яме шириной $l = 0,1$ нм в основном состоянии. Найти энергию основного состояния, если на краях ямы ψ – функция в шесть раз меньше, чем в середине ямы.

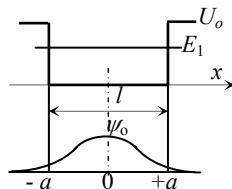
Дано:

$$m = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$$

$$L = 0,1 \text{ нм}$$

$$\psi(a) = \psi(0)/6$$

$$E_1$$



Анализ:

Запишем одномерное уравнение Шредингера в области $+a \geq x \geq -a$ ($a = L/2$), в которой потенциальная энергия равна нулю:

$$\frac{d^2 \psi(x)}{dx^2} + k^2 \psi_n(x) = 0,$$

где $k^2 = 2mE/\hbar^2$. Решение этого уравнения можно искать в виде

$$\psi_n(x) = A \sin kx + B \cos kx.$$

По условию задача симметричная относительно центра ямы:

$$\psi_n(-a) = \psi_n(+a).$$

Это может быть только при условии, что $A = 0$. Учитывая требование $\psi_n(a) = \psi_n(0)/6$, приходим к уравнению

$$\cos(ka) = 1/6.$$

Решение этого уравнения, соответствующее минимальному значению энергии (т.е. основному состоянию), имеет вид

$$k_1 = 1,403/a.$$

В результате для энергии частицы в основном состоянии получаем выражение

$$E_1 = \hbar^2 k_1^2 / (2m) = 1,97 \hbar^2 / (2ma^2) .$$

Анализ размерности:

$$[E] = \frac{[h]^2}{[m][l]^2} = \frac{(\text{Дж} \cdot \text{с})^2}{\text{кг} \cdot \text{м}^2} = \text{Дж}.$$

Решение:

$$E_1 = 1,97 \hbar^2 / (2ma^2) = \frac{1,97(1,0546 \cdot 10^{-34})^2}{2 \cdot 9,11 \cdot 10^{-31} \cdot (5 \cdot 10^{-11})^2} = 4,81 \cdot 10^{-18} \text{ Дж} = 25,32 \text{ эВ}.$$

Ответ:

Энергия основного состояния электрона в одномерной потенциальной яме: $E_1 = 4,81 \cdot 10^{-18} \text{ Дж} = 25,32 \text{ эВ}$.

Пример 9. Сколько различных состояний может иметь электрон с главным квантовым числом $n = 3$?

Анализ и решение:

При $n = 3$ орбитальное квантовое число l может принимать значения: 0, 1, 2. При $l = 2$ магнитное квантовое число m_l может принимать значения: -2, -1, 0, 1, 2, что дает пять различных состояний. В каждом из этих состояний спиновое квантовое число m_s может быть либо +1/2, либо -1/2. Поэтому при $l = 2$ электрон может находиться в $2 \cdot 5 = 10$ различных состояниях. При $l = 1$ магнитное квантовое число m_l может принимать значения: -1, 0, 1; а так как спин m_s может быть либо +1/2, либо -1/2, получаем еще шесть различных разрешенных состояний. Наконец, при $l = 0$ магнитное квантовое число m_l может быть $m_l = 0$. Поэтому существуют только два разрешенных состояния для двух значений m_s . Таким образом, общее число состояний составляет $10 + 6 + 2 = 18$.

Ответ:

С главным квантовым числом $n = 3$ электрон может иметь 18 различных разрешенных состояний.

Пример 10. Определить максимальную энергию при рентгеновском излучении свинца и длину волны, соответствующую этой энергии.

Дано:

$$\left. \begin{array}{l} Z = 82 \\ E_{max}, \lambda_{min} \end{array} \right\}$$

Анализ:

Частоту характеристического рентгеновского излучения и энергию фотона можно вычислить, используя закон Мозли:

$$\nu = R(Z - \sigma)^2 \left(\frac{1}{k^2} - \frac{1}{n^2} \right).$$

Максимальная энергия фотона рентгеновского излучения будет при переходе свободного электрона с нулевой энергией ($n = 4$) на вакантное место в K – слое ($k = 1$). Учитывая, что в этом случае $\sigma = 2$ и $\lambda_{min} = c/\nu_{max}$, можно записать

$$\nu_{max} = R(Z - \sigma)^2, \quad 1/\lambda_{min} = (R/c) (Z - \sigma)^2 = R'(Z - \sigma)^2.$$

Значение $R' = 1,0974 \cdot 10^7 \text{ м}^{-1}$ приведено в приложении. Также можно заметить, что $E_u = hR = 13,6 \text{ эВ}$ соответствует энергии ионизации атома водорода, т.е. энергии, необходимой, чтобы электрон из основного энергетического состояния перевести в свободное состояние. Таким образом,

$$E_{max} = h R(Z - \sigma)^2, \quad \lambda_{min} = 1/\{ R'(Z - \sigma)^2 \}.$$

Анализ размерностей:

$$[E_{max}] = [h] \cdot [R] = \text{Дж} \cdot \text{с} \cdot \text{с}^{-1} = \text{Дж}.$$

$$[\lambda_{min}] = [R']^{-1} = \text{м}.$$

Решение:

$$E_{max} = h R(Z - \sigma)^2 = 13,6 \cdot 80^2 = 8,704 \cdot 10^4 \text{ эВ} = 1,39 \cdot 10^{-14} \text{ Дж}.$$

$$\lambda_{min} = 1/\{ R'(Z - \sigma)^2 \} = 1/(1,0974 \cdot 10^7 \cdot 80^2) = 1,42 \cdot 10^{-11} \text{ м} = 0,142 \text{ \AA}.$$

Ответ:

Максимальная энергия фотона рентгеновского излучения свинца

$$E_{max} = 8,704 \cdot 10^4 \text{ эВ} = 1,39 \cdot 10^{-14} \text{ Дж}.$$

Длина волны излучения, соответствующая этой энергии:

$$\lambda_{min} = 1,42 \cdot 10^{-11} \text{ м} = 0,142 \text{ \AA}.$$

2.3. Основные законы и формулы по ядерной физике

По оценке Резерфорда, размеры ядер атомов имеют порядок $d_n \approx 10^{-15} - 10^{-14}$ м (диаметр атома $d_a \sim 10^{-10}$ м). В 1932 г. советский физик Д.Д. Иваненко установил протонно – нейтронную модель ядра. Согласно этой модели **ядро состоит из частиц двух типов – протонов и нейтронов**. Протон представляет собой ядро простейшего атома – водорода. Он имеет положительный заряд, равный элементарному заряду: $q_p = +e$. Масса покоя протона $m_p = 1,6726 \cdot 10^{-27}$ кг. Нейтрон не имеет электрического заряда, т.е. электрически нейтрален, чем и объясняется его название. Масса покоя нейтрона чуть больше массы протона: $m_n = 1,6750 \cdot 10^{-27}$ кг. Эти частицы, представляющие собой два составных элемента атомного ядра, объединяют общим наименованием – *нуклоны*. Они считаются двумя зарядовыми состояниями одной частицы.

Для измерения массы ядер и элементарных частиц используется **атомная единица массы (а.е.м.), за которую принимается 1/12 часть массы атома изотопа углерода C^{12}** :

$$1 \text{ а.е.м.} = 1,6606 \cdot 10^{-27} \text{ кг.}$$

$$m_p \approx m_n \approx 1 \text{ а.е.м.}$$

Массы часто выражают в единицах энергии – электрон-вольтах (эВ). Масса и энергия связаны формулой Эйнштейна $E = mc^2$. Отсюда $1 \text{ а.е.м.} = 1,6606 \cdot 10^{-27} \text{ кг} \cdot (2,998 \cdot 10^8 \text{ м/с})^2 / 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ Дж/эВ} = 931,5 \text{ МэВ}$.

Число протонов в ядре атома N_p равняется порядковому номеру атома в периодической системе элементов (*атомному номеру Z*): $N_p = Z$, его называют еще *зарядовым числом*; следовательно, заряд ядра $q_y = Ze$. Число нуклонов в ядре $A = N_p + N_n$ называется *массовым числом*. Поэтому число нейтронов в ядре $N_n = A - Z$. Протону и нейтрону (нуклонам) приписывается массовое число, равное единице, электрону – нулевое значение A . Массовое число равняется целому числу, ближайшему к атомной массе, выраженной в *а.е.м.*

Атомные ядра химических элементов обозначают символом X_Z^A , где X – символ химического элемента; Z – число протонов в ядре; A – массовое число (общее число нуклонов ядра).

Ядра, содержащие одинаковое число протонов, но разное количество нейтронов (разное значение A), называются *изотопами* одного элемента. Например, у водорода имеется четыре изотопа: Н – легкий

водород (ядро: H_1^1 – протон), D – дейтерий (ядро: H_1^2 или d – дейтрон), T – тритий (ядро: H_1^3), четырехнуклонный водород (ядро: H_1^4).

Нуклоны в атомных ядрах являются фермионами и имеют спин $\hbar/2$. Ядро атома имеет собственный момент импульса – *спин ядра*

$$L_{я} = \hbar \sqrt{I(I+1)},$$

где I – *внутреннее (полное) спиновое квантовое число*. Число I принимает целочисленные или полуцелые значения 0, $1/2$, 1, $3/2$ и т.д.

Ядерные частицы имеют собственные магнитные моменты, которыми определяется магнитный момент ядра P_{mj} в целом. Единицей магнитных моментов ядер служит ядерный магнетон $\mu_{я}$:

$$\mu_{я} = e\hbar / (2m_p),$$

где e – элементарный заряд; m_p – масса протона. Ядерный магнетон в $m_p/m_e = 1836,5$ раза меньше магнетона Бора, следовательно магнитные свойства атомов определяются магнитными свойствами его электронов.

За исключением изотопов водорода, в ядрах других элементов наряду с нейтронами имеется не менее двух протонов. При расстояниях $r \sim 10^{-15}$ м возникают огромные кулоновские силы отталкивания между одноименно заряженными протонами. Так как существует много стабильных ядер, то между нуклонами должно существовать особое *ядерное (сильное) взаимодействие* – притяжение между нуклонами, не зависящее от их зарядов и обеспечивающее устойчивость ядер.

Энергия, которую необходимо затратить, чтобы разделить ядро на составляющие его нуклоны, называется энергией связи ядра.

Из закона сохранения энергии следует, что энергия связи ядра равняется разности между энергией всех свободных нуклонов, составляющих ядро, и энергией ядра:

$$E_{св} = [Zm_p + (A - Z)m_n - m_{я}]c^2,$$

где $m_{я}$ – масса ядра. Отсюда вытекает, что суммарная масса нуклонов ($Zm_p + (A - Z)m_n$), составляющих ядро, больше массы ядра $m_{я}$. ***Уменьшение массы ядра по сравнению с суммарной массой составляющих нуклонов называется дефектом массы*** и объясняется выделением энергии связи при образовании ядра:

$$\Delta m_{\text{я}} = Zm_p + (A - Z)m_n - m_{\text{я}}$$

Дефект массы ядра можно вычислить, используя вместо массы ядра $m_{\text{я}}$ массу атома $M_{\text{а}}$, если вместо массы протона m_p взять массу атома легкого водорода m_{H} :

$$\Delta m_{\text{я}} = Zm_{\text{H}} + (A - Z)m_n - M_{\text{а}}.$$

Энергия связи, приходящаяся на один нуклон, называется *удельной энергией связи ядра*:

$$w_{\text{св}} = E_{\text{св}}/A.$$

Если ядро имеет наименьшую возможную энергию $E_{\text{min}} = -E_{\text{св}}$, то оно находится в основном энергетическом состоянии. Если энергия ядра $E > E_{\text{min}}$, то оно находится в возбужденном энергетическом состоянии. Энергетические уровни ядра отстоят друг от друга на \sim МэВ.

Критерием устойчивости атомных ядер является соотношение между числом протонов и нейтронов в устойчивом ядре для данных изобаров ($A = \text{const}$). Условие минимума энергии ядра приводит к соотношению между $Z_{\text{уст}}$ и A

$$Z_{\text{уст}} = A/(1,98 + 0,015A^{2/3}).$$

Под устойчивым ядром понимается ядро, которое существует сколько угодно долго. Ядро, которое в результате радиоактивного распада превращается в другое ядро, называется *нестабильным*

Превращение неустойчивых изотопов одного химического элемента в изотопы другого элемента, которое сопровождается испусканием радиоактивных лучей, называется естественной радиоактивностью. Как уже было отмечено, А. Беккерель, занимаясь исследованием фосфоресценции, обнаружил, что один из минералов, содержащий уран, обладает способностью засвечивать фотопластинку, завернутую в светонепроницаемую бумагу. Это указывало на то, что минерал самопроизвольно испускает какое-то новое излучение, способное проникать через слои непрозрачных веществ, вызывать люминесценцию, ионизировать газы.

Проведенные исследования показали, что радиоактивное излучение возникает в результате распада неустойчивого ядра. Излучение неустойчивых ядер, встречающихся в природе, называется *естественной радиоактивностью*, а такие ядра – *естественно радиоактивными ядрами*. Нестабильные ядра, возникающие как продукты ядер-

ных реакций, называются *искусственными изотопами*, а их радиоактивность – *искусственной радиоактивностью*.

Примерно в 1898 г. Резерфорд и другие исследователи, изучая природу радиоактивного излучения, обнаружили, что пучок, испускаемый радиоактивным образцом, в электрическом и магнитном полях расщепляется на три пучка (рис. 2.25). Эти три вида излучения были названы первыми тремя буквами греческого алфавита соответственно α –, β – и γ –излучением (лучами). По отклонению α – и β –излучения в электрическом и магнитном полях был определен их удельный заряд.

Альфа–лучи (частицы) обладают положительным зарядом $q_\alpha = +2e$. Масса α –частицы совпадает с массой изотопа гелия He_2^4 , т.е. α –частицы представляют собой поток атомных ядер гелия, движущихся со скоростью $v = 14\,000 \div 20\,000$ км/с. Пролетая сквозь вещество, α –излучение ионизирует его атомы, действуя на них своим электрическим полем. Израсходовав энергию на ионизацию атомов, α –частица останавливается; при этом она захватывает два электрона и превращается в атом гелия. Путь R , проходимый α –частицей в веществе, называется ее *пробегом* или *проникающей способностью*. Проникающая способность α –излучения небольшая: в воздухе $R = 2 \div 10$ см, в алюминии $R \approx 0,05$ мм.

β –лучи обладают отрицательным зарядом ($q_e = -e$), масса их равняется массе электрона, т.е. они представляют собой поток быстрых электронов. Скорость их составляет примерно $v \approx 160\,000$ км/с. В отличие от α –излучения β –излучение имеет *сплошной энергетический спектр*, т.е. содержит частицы со всевозможными значениями энергии. Ионизирующая способность β –лучей примерно на два порядка меньше, чем у α –излучения, а проникающая способность гораздо больше – поглощается слоем алюминия толщиной примерно $R \approx 2$ мм. Поглощение потока электронов с одинаковыми скоростями в однородном веществе подчиняется экспоненциальному закону:

$$N = N_0 e^{-\mu x},$$

где N_0 и N – число электронов на входе и выходе слоя вещества толщиной x ; μ – коэффициент поглощения. Бета – излучение сильно рас-

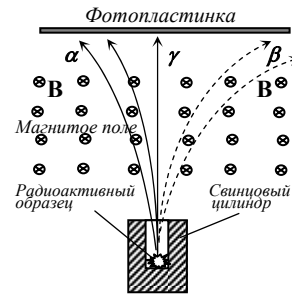
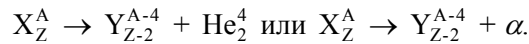


Рис. 2.25

сеивается в веществе, поэтому μ зависит не только от вещества, но и от размеров и формы тел.

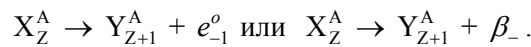
Гамма – излучение не отклоняется электрическим и магнитным полями, обладает относительно слабой ионизирующей способностью и очень большой проникающей способностью (например, в свинце пробег составляет $R \approx 5$ см). Гамма – излучение представляет собой фотоны очень высокой энергии, т.е. коротковолновое электромагнитное излучение с длиной волны $\lambda < 10^{-10}$ м.

При испускании α - частицы исходное (*материнское*) ядро X_Z^A теряет два протона и два нейтрона. Следовательно, при α - распаде заряд ядра уменьшается на два, а массовое число – на четыре, и получается *дочернее ядро* Y_{Z-2}^{A-4} (элемент в периодической системе смещается на две клетки влево):



Альфа – распад является свойством тяжелых ядер с массовыми числами $A > 200$ и зарядовыми числами $Z > 82$. Сильное взаимодействие не в состоянии обеспечить стабильность таких ядер. Вследствие короткодействия сильное взаимодействие связывает только соседние нуклоны, образуя обособленные α - частицы. Кулоновское отталкивание действует в объеме всего ядра, и образовавшаяся α - частица подвержена большему действию сил отталкивания со стороны остальных протонов ядра, чем отдельные протоны. Ядро He_2^4 сильно связано, и его масса значительно меньше массы четырех отдельных нуклонов.

При *бета – распаде* массовое число ядра не изменяется (так как масса электрона примерно в 1836 раз меньше массы протона), заряд ядра увеличивается на единицу, и элемент смещается в периодической системе на один номер вправо:

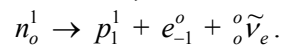


Испускаемый при β - распаде электрон e_{-1}^0 рождается внутри самого ядра: один из нейтронов превращается в протон, и при этом испускает электрон $n_o^1 \rightarrow p_1^1 + e_{-1}^0$.

Если вычислить энергию, выделяемую при β - распаде, например, для второго примера, то разность масс составляет 0,000168 *а.е.м.*, что соответствует энергии 156 кэВ. В действительности тщательные из-

мерения показали, что лишь небольшое число β – частиц обладает кинетической энергией, близкой к этому вычисленному значению. Подавляющее число испущенных электронов имеет несколько меньшую энергию. Таким образом, как бы нарушается закон сохранения энергии. Эксперименты показали, что при β – распаде импульс и момент импульса также не сохраняются. В 1930 г. В. Паули высказал гипотезу, что при β – распаде помимо электрона испускается еще одна частица, которую очень трудно обнаружить. Новую частицу, которая уносит часть энергии, импульса и момента импульса, назвали *нейтрино*. Ее принято обозначать греческой буквой ${}^0_0\nu_e$. Впоследствии оказалось, что при β – распаде испускается не нейтрино, а *антинейтрино* ${}^0_0\bar{\nu}_e$, античастица по отношению к нейтрино. Нейтрино имеет нулевой заряд, спин $\hbar/2$ и нулевую (а скорее, $< 10^{-4} m_e$) массу покоя. Эта частица по своим свойствам очень напоминает фотон: она нейтральна и движется со скоростью света.

Таким образом, процесс превращения нейтрона в протон, который происходит выполнением законов сохранения электрических зарядов, импульса и массовых чисел, имеет вид



Данное превращение энергетически возможно, так как масса покоя нейтрона больше массы покоя протона.

Гамма – излучение сопровождает α – и β – распады, а также возникает при ядерных реакциях, при торможении заряженных частиц, их распаде и т.д. Распад ядра с испусканием γ – излучения во многом напоминает испускание фотонов возбужденными атомами. Ядро может находиться в возбужденном состоянии. При переходе в состояние с более низкой энергией, или основное состояние, ядро испускает фотон. *Разрешенные энергетические уровни ядра* находятся значительно дальше друг от друга, чем энергетические уровни атома: расстояние между соседними уровнями в ядре порядка $10^3 \div 10^6$ эВ. Следовательно, энергии испускаемых фотонов могут изменяться от нескольких кэВ до нескольких МэВ. Отвечающее данному распаду γ – излучение имеет всегда одну и ту же энергию, т.е. спектр является линейчатым. Гамма – излучение испускается дочерним ядром, которое в момент своего образования, оказываясь возбужденным, за время примерно $10^{-13} \div 10^{-14}$ с переходит в основное состояние. Возвращаясь в основное состояние, возбужденное ядро может пройти через ряд промежуточ-

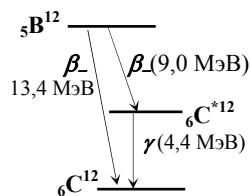


Рис. 2.25

ных состояний, поэтому γ – излучение одного и того же радиоактивного изотопа может содержать несколько групп γ – квантов, отличающихся одна от другой своей энергией. На рис. 2.25 показано, как ядро бора B_5^{12} в результате β – распада может перейти либо непосредственно в основное состояние ядра C_6^{12} либо в возбужденное состояние ядра C_6^{*12} с последующим переходом в основное состояние с испусканием γ – кванта.

Радиоактивное вещество содержит огромное число радиоактивных ядер. Процесс распада является случайным процессом, и ядра распадаются на протяжении некоторого времени, подчиняясь законам статистики. Число ядер dN , распавшихся в среднем за очень короткий промежуток времени dt , пропорционально dt и полному числу радиоактивных ядер N в данный момент времени t :

$$dN = -\lambda N dt,$$

где λ – *постоянная радиоактивного распада*; знак « \rightarrow » указывает на то, что общее число радиоактивных ядер с течением времени уменьшается. λ имеет смысл вероятности распада за 1 с и равняется доле ядер, распадающихся в единицу времени. Чем больше λ , тем выше скорость распада и активность изотопа.

Если N_0 – число материнских ядер при $t = 0$, то

$$N = N_0 e^{-\lambda t}.$$

Данное соотношение называется *законом радиоактивного распада*, и на рис. 2.26 показан примерный график этого процесса.

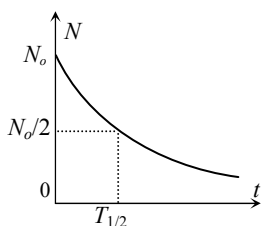


Рис. 2.26

откуда

Скорость распада радиоактивного изотопа часто характеризуется *периодом полураспада* $T_{1/2}$ – *временем, в течение которого количество радиоактивных ядер данного изотопа уменьшается наполовину*, т.е.

$$N_0/2 = N_0 e^{-\lambda T_{1/2}},$$

$$T_{1/2} = \ln 2 / \lambda = 0,693 / \lambda.$$

Периоды полураспада для естественно-радиоактивных изотопов имеют значения от десятиллионных долей секунды и многих миллиардов лет.

Величина, обратная постоянной радиоактивного распада $\tau = 1/\lambda$, называется *средней продолжительностью жизни (среднее время жизни) радиоактивного изотопа*.

Число распадов за одну секунду называется активностью нуклида:

$$A = \frac{|dN|}{dt} = \lambda N = \frac{N \ln 2}{T_{1/2}}.$$

Единица активности в СИ – *беккерель* (Бк): 1 Бк = 1 распад в секунду. Внесистемная единица – *кюри* (Ки): 1 Ки = $3,7 \cdot 10^{10}$ Бк.

Если дочернее ядро оказывается также радиоактивным, то возникает цепочка радиоактивных превращений. Естественно-радиоактивные ядра образуют три радиоактивных семейства, называемые семейством урана (U_{92}^{238}), семейством тория (Th_{90}^{232}) и семейством актиния (Ac_{89}^{235}). Все семейства после цепочки α - и β -распадов заканчиваются на устойчивых ядрах изотопов свинца: Pb_{82}^{206} , Pb_{82}^{208} и Pb_{82}^{207} . Если происходит цепочка радиоактивных распадов и за время dt из общего числа N_m материнских ядер распадается $\lambda_m N_m dt$ ядер, а за это же время распадается $\lambda_d N_d dt$ дочерних ядер, то общее изменение числа ядер дочернего вещества за единицу времени:

$$\frac{dN_d}{dt} = \lambda_m N_m - \lambda_d N_d.$$

В случае подвижного равновесия между материнским и дочерним веществами $dN_d/dt = 0$ выполняется *условие радиоактивного равновесия* $\lambda_m N_m = \lambda_d N_d$, откуда

$$\frac{N_m}{N_d} = \frac{\lambda_d}{\lambda_m} = \frac{T_m}{T_d},$$

где T_m и T_d – периоды полураспада соответственно материнского и дочернего ядер.

Для грубых оценок используется эмпирический закон Гейгера – Нэттола (1912 г.), устанавливающий зависимость между периодом полураспада и энергией вылетающих частиц. Этот закон обычно вы-

ражают в виде связи между пробегом (R_α) α - частиц в воздухе и постоянной радиоактивного распада:

$$\ln \lambda = A + B \ln R_\alpha,$$

где A и B – эмпирические постоянные, причем B – одинаковая для всех радиоактивных семейств.

Резонансным поглощением γ – излучения ядрами называется поглощение ядром γ – квантов такой частоты ν , что энергия $h\nu$ фотона равна разности энергий одного из возбужденных и основного энергетических состояний ядра.

В актах излучения и поглощения ядром γ – квантов учитывается *отдача ядра*. При переходе ядра из возбужденного состояния с энергией E в основное состояние (энергия которого принята равной нулю) γ – фотон приобретает энергию

$$h\nu_{изл} = E_\phi = E - W_\gamma,$$

где W_γ – энергия отдачи ядра.

При возбуждении ядра и переходе его в состояние с энергией E из основного состояния γ – фотон должен обладать энергией

$$E'_\phi = h\nu_{погл} = E + W_\gamma.$$

Частоты в максимумах линий излучения $\nu_{изл}$ и поглощения $\nu_{погл}$ сдвинуты друг относительно друга на величину $\nu_{погл} - \nu_{изл} = \Delta\nu$ такую, что $h\Delta\nu = 2W_\gamma$.

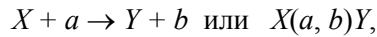
Энергия отдачи ядра W_γ определяется по импульсу фотона p_ϕ , который в процессах излучения и поглощения γ – фотона равен по модулю импульсу ядра ($p_\phi = p_\gamma$):

$$W_\gamma = \frac{p_\gamma^2}{2M_\gamma} = \frac{p_\phi^2}{2M_\gamma} = \left(\frac{h\nu}{c}\right)^2 \frac{1}{2M_\gamma},$$

где M_γ – масса ядра. Для ядра Ir_{77}^{191} с энергией возбужденного состояния $E = 129$ кэВ вычисления дают $W_\gamma = 0,05$ эВ и максимумы линий излучения и поглощения сдвинуты по частоте так, что $h\Delta\nu = 0,1$ эВ, что значительно превышает естественную ширину уровня.

Воздействуя на атомные ядра частицами высокой энергии можно искусственно превратить одни химические элементы в другие. **Процесс превращения атомных ядер, обусловленный воздействием на них быстрых элементарных частиц или взаимодействием их с другими ядрами, называется ядерной реакцией.**

Обычно в ядерных реакциях участвуют два ядра и две частицы, и символически ядерная реакция записывается в виде



где X и Y – исходное и конечное ядра, a и b – бомбардирующая и испускаемая в ядерной реакции частицы. В ряде случаев ядерные реакции протекают через промежуточный этап по следующей схеме



Первая стадия – это захват ядром X частицы a , приблизившейся к нему на расстояние действия ядерных сил (примерно $2 \cdot 10^{-15}$ м), и образование промежуточного ядра C , называемого *составным* (или *компаунд – ядром*). Энергия частицы a быстро распределяется между нуклонами составного ядра, в результате оно оказывается в возбужденном состоянии. Один из нуклонов составного ядра (или их комбинация, например дейтрон d – ядро тяжелого изотопа водорода – дейтерия, содержащее один протон и один нейтрон) или α - частица может получить энергию, достаточную для вылета из ядра. В результате во второй стадии ядерной реакции компаунд – ядро распадается на ядро Y с испусканием частицы b .

В любой ядерной реакции электрический заряд и число нуклонов сохраняются: сумма зарядов (нижних индексов) и массовых чисел (верхних индексов) исходных ядер и частиц, равна сумме зарядов и массовых чисел продуктов ядерной реакции. Выполняются также **законы сохранения энергии, импульса и момента импульса.**

Ядерная реакция характеризуется **энергией ядерной реакции Q , равной убыли внутренней энергии ядер и частиц**, причем исходные и образовавшиеся ядра и частицы сопоставляют в их основных состояниях. Пользуясь законом пропорциональности массы и энергии, баланс **энергии ядерных реакций** можно определить по массам покоя исходных $\sum_{исх} m$ и конечных продуктов $\sum_{прод} m$ ядерных реакций:

$$Q = [\sum_{исх} m - \sum_{прод} m] c^2 .$$

Если массы взять в *а.е.м.*, то для определения энергии в МэВ, можно пользоваться коэффициентом $(1,66056 \cdot 10^{-27} \text{ кг}) c^2 / (1,602 \cdot 10^{-19} \text{ Дж/эВ}) = 931,5 \text{ МэВ/а.е.м.}$, и формулу записать в виде

$$Q = 931,5 [\sum_{исх} m - \sum_{прод} m] , \text{ МэВ.}$$

Обозначим сумму кинетических энергий исходного ядра и частиц, выраженную в МэВ, через $W_{X,a}$ и образовавшихся – через $W_{Y,b}$, то по закону сохранения энергии

$$(m_X + m_a) 931,5 \text{ МэВ} + W_{X,a} = (m_Y + m_b) 931,5 \text{ МэВ} + W_{Y,b} + \Sigma h \nu,$$

$\Sigma h \nu$ – энергия в МэВ, излучаемая при реакции. Поэтому

$$Q = W_{Y,b} - W_{X,a} + \Sigma h \nu.$$

Прирост кинетической энергии частиц при ядерной реакции в сумме с энергией фотонов, излучаемых при этой реакции, часто называют *освобожденной энергией*.

Если $Q < 0$, то реакция идет с поглощением энергии и называется *эндотермической*, если $Q > 0$, то реакция идет с выделением энергии и называется *экзотермической*.

Эндотермическая ядерная реакция оказывается возможной при некоторой наименьшей (*пороговой*) кинетической энергии частицы $W_{\text{порог}}$, вызывающей ядерную реакцию

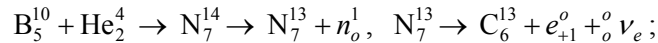
$$W_{\text{порог}} = \frac{m_X + m_a}{m_X} |Q|,$$

где m_X – масса неподвижного ядра – мишени; m_a – масса налетающей на ядро частицы (или ядра).

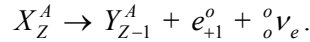
Если испущенная частица тождественна с захваченной ($b \equiv a$), то уравнение ядерной реакции описывает *рассеяние* частицы: *упругое* – при $W_b = W_a$, *неупругое* – при $W_b \neq W_a$. Если же испущенная частица не тождественна с захваченной ($b \neq a$), то имеем дело с ядерной реакцией в прямом смысле слова. Если ядерная реакция протекает без образования составного ядра, они называются *прямыми ядерными взаимодействиями*.

В 1932 г американский физик К. Андерсон обнаружил античастицу электрона – *позитрон* в составе космического излучения. Существование позитронов было доказано наблюдением их треков в камере Вильсона, помещенной в магнитном поле. Эти частицы отклонялись как положительно заряженные движущиеся частицы. Анализ треков показал, что позитрон e_{+1}^0 обладает массой покоя, в точности равной массе покоя электрона, спином $\hbar/2$ и положительный электрический заряд $+e$.

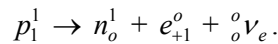
В 1934 г. Жолио-Кюри – Фредрик и Ирен бомбардируя различные ядра α - частицами обнаружили искусственно – радиоактивные ядра, испытывающие β_- – распад, а бомбардировка ядер B, Al и Mg привела к искусственно – радиоактивным ядрам, претерпевающим β_+ -распад или *позитронный распад*:



Спектр β_+ – распада, как и энергетический спектр β_- – распада, непрерывен. Бета плюс распад условно записывается в виде правила смещения



Процесс β_+ – распада протекает так, как если бы один из протонов ядра превратился в нейтрон, испустив при этом позитрон и нейтрино:

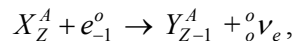


Масса покоя протона меньше, чем у нейтрона, поэтому данный процесс для свободного протона наблюдаться не может. Для протонов ядра за счет перераспределения энергии между нуклонами эта реакция оказывается энергетически возможной.

Позитроны в составе космического излучения возникают при взаимодействии γ - квантов большой энергии ($E_\gamma > 1,02 \text{ МэВ} = 2m_e c^2$) с атмосферой Земли по схеме $\gamma \rightarrow e_{-1}^o + e_{+1}^o$. Для выполнения данного соотношения необходимо, чтобы фотон обладал целым спином, равным 0 или 1, так как спины электрона и позитрона равны $1/2$. Эксперименты показали, что спин фотона действительно равен \hbar .

При столкновении позитрона и электрона происходит их *аннигиляция* – электронно-позитронная пара превращается в два γ – кванта: $e_{-1}^o + e_{+1}^o \rightarrow 2\gamma$. В этих процессах материя в форме вещества превращается в материю в форме электромагнитного поля и наоборот.

Превращение протона в нейтрон может происходить посредством *электронного захвата*, или *e-захвата*, при котором ядро самопроизвольно захватывает электрон с одной из внутренних слоев атома, испуская нейтрино: $p_1^1 + e_{-1}^o \rightarrow n_o^1 + {}^o_0\nu_e$. Схема e-захвата:

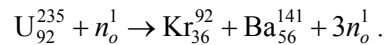


т.е. один из протонов ядра превращается в нейтрон, заряд ядра убывает на единицу и элемент в периодической системе смещается влево так же, как и при позитронном распаде.

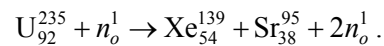
Все ядерные реакции сопровождаются испусканием тех или иных элементарных частиц. Продукты многих ядерных реакций оказываются радиоактивными. Их называют *искусственно – радиоактивными изотопами*.

Наиболее эффективными для воздействия на ядро являются нейтральные частицы (особенно нейтроны), поскольку между ними и ядрами нет электростатического отталкивания.

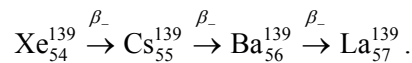
В 1938–1939 гг. практически одновременно в СССР (Г.Н. Флеров, К.Н. Петржак), Германии (О. Ган и Ф. Штрассман), Италии (Э. Ферми), Великобритании (О. Фриш) и Австрии (Л. Мейтнер) была открыта *реакция деления ядер урана, обстреливаемых нейтронами. При облучении урана нейтронами в результате деления ядра образуются элементы из середины периодической системы, которые называют осколками деления*. Деление ядра сопровождается испусканием двух или трех нейтронов. Типичной является реакция деления



Оказалось, что изотоп урана U^{235} делится легче, чем более распространенный изотоп U^{238} . При этом реакция деления не является однозначной, и осколки могут быть разными. Например, кроме вышеприведенной реакции, возможна следующая реакция:



Осколок деления Xe^{139} в результате трех актов β_- – распада превращается в стабильный изотоп лантана La_{57}^{139} :



В результате реакции деления высвобождается огромное количество энергии, так как масса ядра U^{235} значительно больше суммарной массы осколков деления: для урана удельная энергия связи составляет примерно 7,6 МэВ/нуклон, а у осколков деления с середины графика на рис. 10.1 удельная энергия связи ядер составляет примерно 8,5 МэВ/нуклон. Разность энергий (или масс) между исходным ядром урана и осколками деления составляет примерно 0,9 МэВ на нуклон.

Учитывая, что общее количество нуклонов, участвующих в процессе деления ^{236}U , выделяющаяся при делении ядра урана энергия равна $Q = 0,9 \text{ МэВ/нуклон} \cdot 236 \text{ нуклонов} \approx 200 \text{ МэВ}$. Энергия, освобождающаяся при делении всех ядер, содержащихся в 1 кг U^{235} , равна примерно $2,3 \cdot 10^{10} \text{ Вт} \cdot \text{час}$. Такая энергия выделяется при взрыве 25 млн кг тротила. Энергия деления распределяется между осколками (основная доля), нейтронами, а также между продуктами последующего распада осколков деления.

Большинство нейтронов при делении испускается практически мгновенно ($t \leq 10^{-14} \text{ с}$), поэтому называются *мгновенными*. Около 0,7% от всех нейтронов испускается осколками деления спустя некоторое время после деления ($0,05 \leq t \leq 60 \text{ с}$) и называются *запаздывающими*. Энергия испущенных нейтронов меняется в широких пределах от 0 до 7 МэВ, причем на один нейтрон в среднем приходится энергия около 2 МэВ.

Вероятность деления ядер определяется энергией нейтронов. Например, если высокоэнергетические нейтроны вызывают деление практически всех ядер ($A > 210$). Нейтроны, обладающие *энергией активации* (минимальной энергией, необходимой для осуществления реакции деления ядра) порядка 1 МэВ, вызывают деление ядер урана U^{238} , тория Th^{232} , протактиния Pa^{231} и плутония Pu^{239} . Тепловыми нейтронами делятся ядра U^{235} , Pu^{239} , U^{233} и Th^{230} . Тяжелые ядра способны к делению, если для них выполняется условие $Z^2/A \geq 17$, где Z^2/A – *параметр деления*. Если $Z^2/A \geq (Z^2/A)_{\text{крит}} = 49$ (*критический параметр*), ядра совершенно неустойчивы и не могут существовать. При $Z^2/A < (Z^2/A)_{\text{крит}}$ возможно *самопроизвольное деление ядра*, происходящее аналогично α -распаду за счет туннельного эффекта.

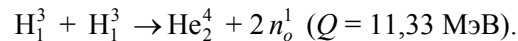
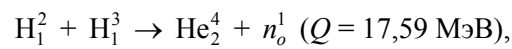
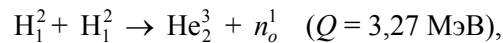
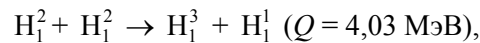
Не все испускаемые нейтроны вызывают деление ядер. Во-первых, из-за конечных размеров *активной зоны* (пространство, где происходит цепная реакция) и большой проникающей способности нейтронов часть из них покидает активную зону. Во-вторых, часть нейтронов захватывается ядрами неделящихся примесей. Кроме того, могут иметь место процессы радиационного захвата и неупругого рассеяния. Коэффициент размножения зависит от природы делящегося вещества, а для данного изотопа – от его количества, а также размеров и формы активной зоны. Минимальные размеры, при которых возможно осуществление цепной реакции, называются *критическими размерами*. Минимальная масса делящегося вещества, находящегося в системе критических размеров, необходимая для осуществления цеп-

ной реакции, называется *критической массой* (характерные значения составляют несколько килограммов).

Цепные реакции делятся на *управляемые* и *неуправляемые*. При $k = 1$ идет *самоподдерживающаяся реакция*, при которой число нейтронов с течением времени не изменяется (управляемая реакция в ядерных реакторах). При $k < 1$ идет *затухающая реакция*. При $k > 1$ идет *развивающаяся реакция* (взрыв *атомной бомбы*). Чтобы не было взрыва атомной бомбы при хранении, делящееся вещество делится на части, удаленные друг от друга, с массами ниже критической.

Вторым путем выделения внутриядерной энергии, помимо деления тяжелых ядер, является *реакция синтеза атомных ядер* – образование из легких ядер более тяжелых.

Масса любого стабильного ядра меньше суммы масс составляющих его протонов и нейтронов. Например, масса изотопа He^4 меньше суммы масс двух протонов и двух нейтронов. Следовательно, если два протона и два нейтрона привести в соприкосновение, чтобы образовалось ядро гелия, то это сопровождалось бы уменьшением массы. Уменьшение массы проявляется в выделении огромного количества энергии. Удельная энергия связи ядер резко увеличивается при переходе из ядер тяжелого водорода (дейтерия H_1^2 и трития H_1^3) к литию Li_3^6 и особенно к гелию He_2^4 . Поэтому реакция синтеза легких ядер в более тяжелые должны сопровождаться выделением большого количества энергии, что действительно подтверждается расчетами. Наиболее вероятно осуществление термоядерного реактора на следующих реакциях синтеза с участием дейтерия H_1^2 и трития H_1^3



Энергия, выделяющаяся в реакции ядерного синтеза, в расчете на данную массу горючего больше, чем при делении ядра. Кроме того, при ядерном синтезе не столь остро стоит проблема захоронения радиоактивных отходов. В качестве горючего термоядерного реактора можно использовать дейтерий, в изобилии встречающийся в воде.

2.4. Примеры решения задач по ядерной физике

Пример 1. Определить энергию связи и удельную энергию связи ядра изотопа гелия He_2^4 .

Анализ и решение:

Исходя из условной записи изотопа, его порядковый номер $Z = 2$, т.е. число протонов ядра $N_p = Z = 2$. Массовое число данного изотопа (верхний индекс) $A = 4$. Поэтому число нейтронов $N_n = A - Z = 2$. Дефект массы ядра определяется как разность суммарной массы всех нуклонов, составляющих ядро и массы ядра:

$$\Delta m_{\text{я}} = [Zm_p + (A - Z)m_n - m_{\text{я}}].$$

Массу нейтрального изотопа He_2^4 берем из таблицы приложения $m_{(\text{He})} = 4,002603 \text{ а.е.м.}$ Массу нейтрона $m_n = 1,008665 \text{ а.е.м.}$

В справочниках во многих случаях приводятся массы нейтральных изотопов, т.е. ядер с Z электронами, так как на опыте измеряются массы нейтральных атомов. Следовательно, при сравнении масс ядер необходимо учитывать массы электронов. Поэтому при вычислении дефекта массы ядра через массу $m_{(\text{He})}$ будем использовать не массу протона m_p , а массу нейтрального изотопа H_1^1 : $m_{\text{H}} = 1,007825 \text{ а.е.м.}$ Тогда дефект массы ядра

$$\begin{aligned} \Delta m_{\text{я}} &= Z m_{\text{H}} + (A - Z)m_n - m_{(\text{He})} = 2 \cdot 1,007825 + 2 \cdot 1,008665 - 4,002603 = \\ &= 0,030377 \text{ а.е.м.} \end{aligned}$$

Мы видим, что измеренная масса изотопа He_2^4 на $0,030377 \text{ а.е.м.}$ меньше суммарной массы нуклонов. Эта масса (энергия) превращается в энергию излучения и кинетическую энергию при образовании их нуклонов ядра, т.е. в энергию связи ядра:

$$E_{\text{св}} = \Delta m_{\text{я}} c^2 = \Delta m_{\text{я}} (931,5 \text{ МэВ/ а.е.м.}) = 0,030377 \cdot 931,5 = 28,3 \text{ МэВ.}$$

Удельная энергия связи ядра, т.е. энергия, которая приходится на один нуклон ядра:

$$w_{\text{св}} = E_{\text{св}}/A = 28,3/4 = 7,1 \text{ МэВ/нуклон.}$$

Ответ:

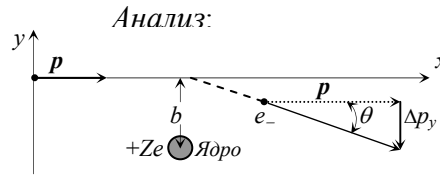
Энергия связи ядра изотопа He_2^4 : $E_{\text{св}} = 28,3 \text{ МэВ.}$

Удельная энергия связи ядра: $w_{\text{св}} = 7,1 \text{ МэВ/нуклон.}$

Пример 2. Электрон с энергией $E = 10$ ГэВ «нацелен» в край ядра свинца радиусом $R = 7,5$ фм. Каким будет классический угол рассеяния электрона?

Дано:

$$\begin{array}{l} E = 10 \text{ ГэВ} = 1,6 \cdot 10^{-10} \text{ Дж} \\ Z = 82 \\ R = 7,5 \text{ фм} = 7,5 \cdot 10^{-15} \text{ м} \\ \hline \theta \end{array}$$



Если электрон высокой энергии проходит на расстоянии b от ядра с зарядом Ze , то он испытывает отклонение на угол θ . По закону Кулона чем ближе электрон к ядру, тем больше действующая на него сила и, следовательно, больше угол, на который он отклоняется.

Пусть Δp_y – изменение импульса электрона за счет действия кулоновской силы. Из второго закона Ньютона в дифференциальной форме изменение импульса электрона можно определить через y -составляющую силы со стороны ядра:

$$\Delta p_y = \int F_y dt = e \int E_y dt = e \int E_y \frac{ds}{v},$$

где промежуток времени действия силы dt выражен через элементарное перемещение ds рассеянного электрона и его скорость v . Для малых углов рассеяния $ds \approx dx$, и, следовательно,

$$\Delta p_y \approx \frac{e}{v} \int E_y dx = \frac{e}{2\pi v b} \int E_y 2\pi b dx.$$

Заметим, что $d\sigma = 2\pi b dx$ – это площадь цилиндрической поверхности радиусом b . Тогда изменение импульса можно записать в виде

$$\Delta p_y \approx \frac{e}{2\pi b v} \iint_{\sigma} \mathbf{E} \cdot d\boldsymbol{\sigma},$$

где интеграл берется по поверхности цилиндра, на оси которого находится ядро. Для вычисления интеграла воспользуемся теоремой Гаусса, согласно которой $\iint_{\sigma} \mathbf{E} \cdot d\boldsymbol{\sigma} = 4\pi k_0 q_{\text{вн}}$. Таким образом, поскольку

полный заряд внутри цилиндра равен Ze , мы имеем

$$\Delta p_y \approx \frac{e}{2\pi b v} 4\pi k_0 Ze = \frac{k_0 Ze^2}{bv}.$$

Из рисунка следует, что $\Delta p_y = p \operatorname{tg} \theta$. Подставляя это соотношение в предыдущее выражение, находим

$$p \operatorname{tg} \theta \approx 2k_0Ze^2/(b v),$$

откуда

$$b \approx \frac{k_0Ze^2}{p v \operatorname{tg}(\theta/2)}.$$

Если бы заряд ядра был распределен по поверхности сферы радиусом R , то учитывая, что энергия электрона $E = p v$, найдем

$$\operatorname{tg} \frac{\theta}{2} = \frac{k_0Ze^2}{ER}.$$

При выводе формулы мы не принимали во внимание волновую природу электрона. В случае равномерно заряженного шара электроны, проникшие внутрь ядра, будут испытывать действие силы, создаваемой внутренним зарядом, и, следовательно, будут отклоняться на несколько больший угол.

Анализ размерности:

$$[\operatorname{tg} \theta] = \frac{[k_0][e]^2}{[E][R]} = \frac{(\text{Н} \cdot \text{м}^2 / \text{Кл}^2) \cdot \text{Кл}^2}{(\text{Н} \cdot \text{м}) \cdot \text{м}} = 1.$$

Решение:

$$\operatorname{tg} \frac{\theta}{2} = \frac{k_0Ze^2}{ER} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 82(1,6 \cdot 10^{-19})^2}{1,6 \cdot 10^{-10} \cdot 7,5 \cdot 10^{-15}} = 0,0157, \text{ откуда } \theta = 1,8^\circ.$$

Ответ:

Если бы у ядра свинца весь заряд был распределен по его поверхности, то согласно классической физике, электроны с энергией $E = 10$ ГэВ не могли бы рассеиваться на углы больше, чем $\theta_{\max} = 1,8^\circ$.

Пример 3. В лаборатории имеется 1,49 мкг чистого N_7^{13} с периодом полураспада 10,0 мин. 1) Сколько ядер N_7^{13} содержалось первоначально в образце? 2) Чему равна начальная активность? 3) Чему равна активность через 1 час? 4) Через какое время активность упадет менее чем до одного распада в секунду?

Дано:
 $m = 1,49$ мкг
 $t_1 = 1$ ч
 $T = 10,0$ мин
 1) N_0 ; 2) a_0 ;
 3) a_1 ; 4) t

Анализ и решение:

1) Общее число ядер образца в данный момент:

$$N_0 = N_A m / \mu,$$

где $N_A = 6,02 \cdot 10^{23}$ – число Авогадро; $\mu = 13$ г – атомная масса изотопа. Таким образом,
 $N_0 = N_A m / \mu = 6,02 \cdot 10^{23} \cdot 1,49 \cdot 10^{-9} / 13 \cdot 10^{-3} = 6,9 \cdot 10^{16}$ ядер.

2) Начальная активность

$$a_0 = \frac{dN}{dt} = \lambda N_0 = \frac{0,693 N_0}{T} = \frac{0,693 \cdot 6,9 \cdot 10^{16}}{10 \cdot 60} = 8,0 \cdot 10^{13} \text{ расп./с.}$$

В формуле для активности не учитывали знак минус, показывающий уменьшение количества радиоактивных изотопов.

3) Активность в момент времени t_1 :

$$a = \lambda N = \lambda N_0 e^{-\lambda t} = a_0 e^{-\lambda t} = 8,0 \cdot 10^{13} e^{-(0,0016 \cdot 3600)} = 1,23 \cdot 10^{12} \text{ с}^{-1}.$$

4) Определим момент времени t , по истечении которого

$$a = \lambda N_0 e^{-\lambda t} = 1. \text{ Отсюда } e^{-\lambda t} = 1 / \lambda N_0. \text{ Поэтому}$$

$$t = \frac{\ln(\lambda N_0)}{\lambda} = \frac{\ln(0,0016 \cdot 6,9 \cdot 10^{16})}{0,0016} = 2,76 \cdot 10^4 \text{ с.}$$

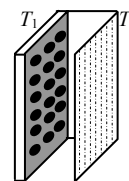
Ответ:

- 1) Начальное количество ядер в образце $N_0 = 6,9 \cdot 10^{16}$ ядер.
- 2) Начальная активность препарата $a_0 = 8,0 \cdot 10^{13}$ расп./с.
- 3) Активность препарата через 1 ч $a = 1,23 \cdot 10^{12}$ расп./с.
- 4) Через $t = 2,76 \cdot 10^4$ с или $t = 7,66$ час активность упадет менее чем до одного распада в секунду.

2.5. Расчетно – графическая работа РГР 32

Задачи 321. Варианты: 1, 6, 11, 16, 21, 26, 31

В так называемых трубчатых печах с излучающими стенками теплота от раскаленной стенки печи с температурой T_1 тепловоспринимающей поверхности труб в основном передается за счет теплообмена излучением. Пусть площади S излучающей стенки и трубчатого экрана одинаковы. Яркостная температура стенки, измеренная при длине волны $\lambda = 0,66$ мкм, $T_{я1}$. Спектральная степень черноты стенки при этом ε_λ , а интегральные степени черноты стенки и трубчатого экрана – соответственно ε_1 и ε_2 . Действительная температура труб T_2 . Пренебрегая влиянием продуктов сгорания в объеме печи, определить количество теплоты, которое передается за одну рабочую смену нагреваемому продукту в трубах.



№ вар	1	6	11	16	21	26	31
$S, \text{ м}^2$	81	76	91	96	101	86	71
$T_{я1}, \text{ К}$	1510	1560	1610	1460	1520	1426	1530
ε_λ	0,61	0,66	0,71	0,63	0,65	0,68	0,64
ε_1	0,77	0,76	0,75	0,78	0,74	0,8	0,75
ε_2	0,75	0,76	0,8	0,71	0,72	0,69	0,74
$T_2, \text{ К}$	810	760	740	750	770	720	780

Задание 25. Варианты: 2, 7, 12, 17, 22, 27, 32

Углекислый газ с начальными термодинамическими параметрами p, t подвергают адиабатическому сжатию, после чего его давление увеличивается в k раз. Определить спектральную поверхностную плотность излучения сжатого газового слоя толщиной l для длины волны λ , если коэффициент поглощения для этого случая α .

№ вар.	2	7	12	17	22	27	32
$p, \text{ атм}$	2	1,7	1,2	1,7	1,2	1,7	1,2
$t, \text{ }^\circ\text{C}$	2	7	12	18	22	27	32
k	12	17	14	15	11	13	12
$l, \text{ м}$	2	2,7	1,2	1,7	2,2	2,7	3,2
$\lambda, \text{ мкм}$	2,9	1,9	1,91	15	2,92	2,97	4,3
$\alpha, \text{ м}^{-1}$	2,9	0,19	0,18	17	2,7	2	3,2

Задачи 321. Варианты: 3, 8, 13, 18, 23, 28, 33

Металлический шар радиусом R и теплоемкостью C при температуре T выведен в космическое пространство. Найти закон изменения температуры шара со временем, если интегральная поглощательная способность a . Через какое время температура шара уменьшится в k раз?

№ вар.	3	8	13	18	23	28	33
R , см	5	8	13	6	4	8	3
C , Дж/К	14	18	12	16	24	29	13
T , К	1300	1080	1130	1380	1230	1280	1330
a	0,4	0,48	0,42	0,36	0,44	0,39	0,43
k	4	8	12	16	24	9	3

Задачи 321. Варианты: 4, 9, 14, 19, 24, 29, 34

Максимум спектральной поверхностной плотности излучения Солнца соответствует длине волны λ_m . Определить интегральную поверхностную плотность собственного и отраженного излучения от поверхности Земли, принимая Солнце за абсолютно черное тело. Интегральная степень черноты поверхности Земли летом ε , температура $t_{3л}$, угол между нормалью к поверхности и направлением солнечных лучей θ_l . Какими станут эти величины зимой если степень черноты уменьшится в 10 раз, температура станет $t_{3з}$, а угол θ_l увеличиться на $\Delta\theta_l = 30^\circ$?

№ вар.	4	9	14	19	24	29	34
λ_m , мкм	0,5	0,529	0,524	0,519	0,514	0,529	0,514
ε	0,54	0,49	0,44	0,59	0,44	0,49	0,64
$t_{3л}$, $^\circ\text{C}$	14	19	17	21	16	29	22
θ_l , $^\circ$	44	39	41	43	42	38	40
$t_{3з}$, $^\circ\text{C}$	-14	-9	-4	-5	-24	-29	-14

Задачи 321. Варианты: 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35

Размеры топчного отверстия прямоугольной формы печи $c \times b$. Интегральная поглощательная способность топки a . Длина волны, на которую приходится максимум спектральной излучательной

способности λ_m . Какое количество тепла излучается через топочное отверстие за время t ?

№ вар.	5	10	15	20	25	30	35
c , см	55	70	65	60	75	60	65
b , см	40	60	45	40	55	50	50
a	0,85	0,9	0,85	0,8	0,9	0,86	0,83
λ_m , мкм	1,45	1,41	1,35	1,47	1,45	1,46	1,45
t , ч	5	9	3	7	1	6	3

Задачи 322. Варианты: 1, 7, 13, 19, 25, 31

Шарик из металла Me , отдаленный от других тел, облучают монохроматическим излучением с длиной волны λ . До какого максимального потенциала зарядится шарик, теряя фотоэлектроны? Определить красную границу фотоэффекта для данного металла и максимальную скорость фотоэлектронов. Какая длина волны де Бройля соответствует таким электронам? Напишите электронную конфигурацию атома.

№ вар.	1	7	13	19	25	31
Me	Ba	K	Na	Li	Cs	Al
λ , нм	111	70	130	190	250	131

Задачи 322. Варианты: 2, 8, 14, 20, 26, 32

Плоский электрод из металла Me освещается монохроматическим излучением с длиной волны λ . Определить, на какое максимальное расстояние от поверхности электрода может удалиться фотоэлектрон, если вне электрода имеется задерживающее электрическое поле напряженностью E . Определить неопределенность в координате x фотоэлектрона, если неопределенность импульса составляет $\Delta p_x = \xi p_x$. Напишите электронную конфигурацию атома.

№ вар.	2	8	14	20	26	32
λ , нм	102	80	94	90	60	140
E , В/см	12	18	14	20	26	32
Me	Al	Ba	W	Au	Ag	Pt
ξ , %	0,02	0,08	0,04	0,03	0,06	0,03

Задачи 322. Варианты: 3, 9, 15, 21, 27, 33

Фотон с энергией E_ϕ рассеялся под углом θ на первоначально покоящемся электроне. Определить: 1) частоту и длину волны рассеянного фотона, а также изменение длины волны; 2) массу и импульс падающего фотона; 3) кинетическую энергию электрона отдачи.

№ вар.	3	9	15	21	27	33
E_ϕ , кэВ	230	290	250	210	270	330
θ , °	40	100	45	120	180	30

Задачи 322. Варианты: 4, 10, 16, 22, 28, 34

Лазер излучил в импульсе длительностью Δt пучок света диаметром d с энергией E . Найти среднее давление такого светового импульса, если пучок сфокусировать в пятнышко на поверхность с отражательной способностью r , под углом φ к нормали. Сколько фотонов падает на поверхность за это время? Определить неопределенность в энергии импульса.

№вар	4	10	16	22	28	34
Δt , мс	0,4	0,2	0,16	0,22	0,28	0,34
E , Дж	14	10	16	22	28	17
λ , мкм	0,63	0,53	0,49	0,42	0,48	0,47
d , мкм	13	13	16	22	28	34
r	0,63	0,73	0,69	0,62	0,68	0,75

Задачи 322. Варианты: 5, 11, 17, 23, 29, 35

Постоянная кристаллической решетки металлической пластинки d . Чему равна длина волны рентгеновских лучей, падающих на кристалл, если дифракционный максимум k -го порядка наблюдается под углом отражения θ ? Чему равны масса и импульс фотона? Какое напряжение надо подать между электродами рентгеновской трубки, чтобы данная длина волны совпала с коротковолновой границей тормозного излучения?

№вар	5	11	17	23	29	35
d , Å	1,5	1,1	1,07	1,3	1,9	1,25
k	1	2	1	2	1	2
θ , °	35	61	37	48	27	55

Задачи 322. Варианты: 6, 12, 18, 24, 30, 36

При поочередном освещении поверхности некоторого металла светом с длинами волн λ_1 и λ_2 обнаружили, что соответствующие максимальные скорости фотоэлектронов отличаются друг от друга в κ раз. Найти работу выхода с поверхности этого металла. Какие длины волны де Бройля соответствуют вылетевшим фотоэлектронам?

№ вар	6	12	18	24	30	36
λ_1 , нм	365	312	313	248	330	254
λ_2 , нм	546	577	408	316	400	310
κ	1,985	36,2	1,49	1,3	1,34	2,08

Задачи 323. Варианты: 1, 8, 15, 22, 29

Частица a находится в бесконечно глубокой одномерной потенциальной яме шириной L на энергетическом уровне n . В каких точках ямы плотность вероятности обнаружения частицы совпадает с классической плотностью вероятности? Вычислите импульс и кинетическую энергию частицы на данном уровне.

№ вар	1	8	15	22	29
a	e	p	α	e	p
n	1	2	3	2	3
L , мкм	1	4	1	2	3

Задачи 323. Варианты: 2, 9, 16, 27, 30

Вычислить радиус k -й орбиты, скорость электрона на ней, потенциальную и кинетическую энергию электрона атома водорода и иона He^+ . Сколько спектральных линий может испускать атом, возбужденный до такого уровня (учитывая правила отбора)? Вычислить частоты этих линий. Найти энергию, необходимую для удаления электрона с соответствующего уровня.

№ вар.	2	9	16	27	30
k	3	6	4	7	5

Задачи 323. Варианты: 3, 10, 17, 24, 31

Определить длины и частоты K -серии характеристического рентгеновского спектра, если анод рентгеновской трубки изготовлен из материала с порядковым номером Z . Какая разность потенциалов должна быть приложена к электродам рентгеновской трубки, чтобы данная частота совпала с коротковолновой границей сплошного спектра? Под каким углом наблюдается дифракционный максимум k -го порядка, когда данное излучение отражается от кристалла с постоянной d ? Напишите электронную конфигурацию атома.

№ вар.	3	10	17	24	31
Z	26	28	47	78	26
k	3	1	1	2	2
d , пм	300	209	215	210	340

Задание 323. Варианты: 4, 11, 18, 25, 32

Оценить длину волны излучения, возникающего при переходе атома с порядковым номером Z из состояния с квантовым числом n в K – слой. Напишите электронную конфигурацию данного атома. Сколько электронов у данного атома с квантовым числом m_l ?

№ вар.	4	11	18	25	32
Z	40	11	28	25	32
n	4	3	4	3	4
m_l	-2	0 и 1	2	-1	-3 и 3

Задачи 323. Варианты: 5, 12, 19, 26, 33

Протон находится в одномерной потенциальной яме высотой U_0 и шириной L в основном состоянии. Найти энергию основного состояния, если на краях ямы ψ – функция в η раз меньше, чем в середине ямы. Вычислить прозрачность потенциального барьера.

№ вар.	5	12	19	26	33
U_0 , МэВ	150	160	190	260	130
$L, 10^{-15}$ м	2,5	2,2	1,9	2,6	3,3
η	5	6	9	8	7

Задачи 323. Варианты: 6, 13, 20, 27, 34

Определить количество электронных слоев и подслоев для атома с порядковым номером Z . Сделать символическую запись электронного строения данного атома. Вычислить механические орбитальные моменты электронов и проекции моментов импульса электронов на направление внешнего магнитного поля для l подслоев.

№ вар.	6	13	20	27	34
Z	6	13	20	27	34
l	1	2	3	3	3

Задачи 323. Варианты: 7, 14, 21, 28, 35

Считая, что для всех элементов L -серии постоянная экранирования σ приблизительно равна 5,5, вычислите длины волн всех линий данной серии для металла с порядковым номером Z . Какую наименьшую разность потенциалов надо приложить к рентгеновской трубке, чтобы получить все линии L -серии, если в качестве материала анода взять данный металл? Напишите электронную конфигурацию атома.

№ вар.	7	14	21	28	35
Z	57	74	21	28	79

Задачи 324. Варианты: 1, 8, 15, 22, 29

Определить дефект массы ядра, энергию связи и удельную энергию связи для изотопа X_Z^A , а также число протонов, нейтронов. За какое время количество радиоактивных ядер уменьшится в 4 раза? Какое ядро образуется после β_- -распада?

№вар	1	8	15	22	29
Z	4	8	6	11	19
A	10	15	14	24	40

Задачи 324. Варианты: 2, 9, 16, 23, 30

Вычислить радиоактивность ν моля изотопа X_Z^A . За какое время радиоактивность уменьшится в шесть раз? Определить дефект массы ядра, энергию связи и удельную энергию связи для изотопа. Какое ядро образуется после β_- -распада?

№вар	2	9	16	23	30
v	2	8	16	22	26
Z	27	36	16	38	49
A	60	85	35	90	112

Задачи 324. Варианты: 3, 10, 17, 24, 31

Частица a налетает на ядро X_Z^A со скоростью v_0 . Определить скорость отдачи ядра, если угол между направлением движения частицы и направлением вылета ядра отдачи составляет φ . Определить дефект массы, энергию связи и удельную энергию связи ядра.

№ вар.	3	10	17	24	31
a	α	n	d	p	α
v_0 , км/с	30	10^3	$1,7 \cdot 10^4$	$2,1 \cdot 10^4$	310
A	75	22	35	52	69
Z	33	10	17	24	31
$\varphi, ^\circ$	30	45	60	30	60

Задачи 324. Варианты: 4, 11, 18, 25, 32

Какую долю кинетической энергии теряет нейтрон при упругом столкновении с покоящимся ядром X_Z^A ? Определить дефект массы, энергию связи и удельную энергию связи для данного ядра.

№ вар.	4	11	18	25	32
A	9	23	16	24	32
Z	4	11	8	12	16

Задачи 324. Варианты: 5, 12, 19, 26, 33

Какой изотоп образуется из ядра X_Z^A после n α -распадов и k β -распадов? Определить дефект массы, энергию связи ядра.

№ вар.	5	12	19	26	33
Z	90	92	93	94	95
A	232	238	239	239	243
n	4	3	1	1	0
k	2	3	2	1	4

Задачи 324. Варианты: 6, 13, 20, 27, 34

Какую массу m_2 радиоактивного изотопа Bi_{83}^{211} надо добавить к массе m_1 не радиоактивного изотопа Bi_{83}^{209} , чтобы через время t после этого отношение числа распавшихся атомов к числу не распавшихся было равно k ? Определить дефекты масс и энергии связи ядер.

№ вар.	6	13	20	27	34
m_1 , мг	6	13	20	27	34
t , мин.	6	13	20	27	34
k , %	60	43	20	27	34

Задачи 324. Варианты: 7, 14, 21, 28, 35

Точечный источник γ -излучения X_Z^A массой m находится в центре сферического, свинцового контейнера с толщиной стенок l и наружным радиусом R . Вычислить дефект масс радиоактивного изотопа. Определить интенсивность потока излучения на выходе контейнера, если при каждом распаде выделяется два γ -кванта, а линейный коэффициент поглощения μ .

№ вар.	7	14	21	28	35
Z	83	82	27	14	87
A	211	211	60	31	223
m , г	7	14	21	28	35
l , см	0,7	1,4	2,1	0,8	0,35
R см	17	14	21	28	5
μ , см ⁻¹	0,7	0,64	0,71	0,68	0,65

Задачи 325. Поставить недостающие обозначения в сокращенной форме записи ядерной реакции. Вычислить энергию ядерной реакции. Какая суммарная энергия ядерной реакции, если в реакции участвует 0,5 молей исходного вещества?

Вариант

- | | | |
|---|---|---|
| 1) $\text{Be}^9(d, x)\text{Li}^7$. | 2) $\text{N}^{15}(x, p)\text{O}^{18}$. | 3) $\text{H}^2(d, p)\text{X}$. |
| 4) $\text{H}^2(x, \alpha)n$. | 5) $\text{Li}^6(d, \alpha)\text{X}$. | 6) $\text{X}(p, \alpha)\text{He}^3$. |
| 7) $\text{Be}^9(d, x)\text{B}^{10}$. | 8) $\text{X}(d, n)\text{Be}^8$. | 9) $\text{H}^2(x, p)\text{He}^4$. |
| 10) $\text{X}(\alpha, p)\text{O}^{17}$. | 11) $\text{Al}^{27}(x, p)\text{Si}^{30}$. | 12) $\text{Al}^{27}(n, x)\text{Na}^{24}$. |
| 13) $\text{Li}^7(p, n)\text{X}$. | 14) $\text{X}(\alpha, p)\text{O}^{17}$. | 15) $\text{Li}^7(x, n)\text{Be}^7$. |
| 16) $\text{Li}^7(\alpha, x)\text{B}^{10}$. | 17) $\text{Be}^9(n, \gamma)\text{X}$. | 18) $\text{X}(d, \alpha)\text{N}^{14}$. |
| 19) $\text{B}^{10}(x, \alpha)\text{Li}^7$. | 20) $\text{Be}^9(\alpha, x)\text{C}^{12}$. | 21) $\text{Na}^{23}(p, x)\text{Ne}^{20}$. |
| 22) $\text{X}(p, n)\text{Ar}^{37}$. | 23) $\text{O}^{17}(d, n)\text{X}$. | 24) $\text{B}^{10}(x, \alpha)\text{Be}^8$. |
| 25) $\text{C}^{13}(x, n)\text{N}^{14}$. | 26) $\text{X}(n, \alpha)\text{Be}^9$. | 27) $\text{Be}^9(x, \alpha)\text{Li}^7$. |
| 28) $\text{N}^{14}(n, x)\text{C}^{14}$. | 29) $\text{X}(p, \alpha)\text{Na}^{22}$. | 30) $\text{N}^{15}(p, x)\text{C}^{12}$. |
| 31) $\text{Li}^7(x, n)\text{Be}^7$. | 32) $\text{N}^{14}(n, p)\text{X}$. | 33) $\text{Al}^{27}(\gamma, p)\text{X}$. |
| 34) $\text{Be}^7(e^-, \nu_e)\text{X}$. | 35) $\text{Be}^9(x, n)\text{C}^{12}$. | 36) $\text{X}(n, \alpha)\text{Li}^7$. |

Задачи 326. Нечетные варианты

Углекислый газ с начальными термодинамическими параметрами p, t подвергают адиабатическому сжатию, после чего его давление увеличивается в k раз. Полосы поглощения газа имеют следующие интервалы: $\Delta\lambda_1 = 1,8 - 2,0$ мкм; $\Delta\lambda_2 = 2,6 - 2,8$ мкм; $\Delta\lambda_3 = 4,0 - 4,6$ мкм, $\Delta\lambda_4 = 9,0 - 19$ мкм. Считая, что в этих интервалах спектральные коэффициенты поглощения постоянны и средние значения равны $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$, определить интегральную поверхностную плотность излучения сжатого газового слоя толщины l . Вычислить интегральную степень черноты газового слоя.

№ вар.	p , атм	t , °C	n	α_1 , м ⁻¹	α_2 , м ⁻¹	α_3 , м ⁻¹	α_4 , м ⁻¹	l , см
1	1	11	11	0,31	1,5	3,1	11	51
3	1,3	3	13	0,33	1,3	3	13	53
5	1,05	5	15	0,35	1,45	2,5	10	55
7	1,07	7	12	0,27	1,47	2,7	7	57
9	1,09	9	9	0,29	1,49	2,9	9	59
11	1,1	11	11	0,3	1,51	2,8	11	61
13	1,3	13	13	0,33	1,53	3,3	12	63
15	1,15	15	14	0,34	1,45	3,5	15	65
17	1,17	17	12	0,32	1,57	3,4	14	67
19	1,19	19	9	0,39	1,9	2,9	9	69
21	1,21	21	11	0,31	1,61	3,6	10	71
23	1,23	23	13	0,23	1,63	3,3	11	73
25	1,25	25	12	0,25	1,65	3,5	12	75
27	1,27	8	10	0,27	1,48	3,6	13	77
29	1,29	10	11	0,29	1,52	3,7	14	79
31	1,31	12	12	0,32	1,54	3,8	9	81
33	1,03	14	13	0,33	1,56	3,33	10	83
35	1,05	16	10	0,35	1,58	3,35	11	85

Задачи 326. Четные варианты

Продукты сгорания газообразного топлива поглощают в трех интервалах длин волн: $\Delta\lambda_1 = 1,8 - 2,0$ мкм; $\Delta\lambda_2 = 2,5 - 3$ мкм; $\Delta\lambda_3 = 4 - 8$ мкм. Средние спектральные коэффициенты поглощения для соответствующих интервалов: α_1 , α_2 , α_3 . Максимум спектральной излучательной способности при температуре пламени приходится на длину волны излучения λ_m . Определить интегральную поверхностную плотность теплового излучения пламени, если его толщина l . Какие относительные соотношения теплового излучения в соответствующих спектральных диапазонах к интегральному излучению?

№ вар.	$\alpha_1, 1/\text{м}$	$\alpha_2, 1/\text{м}$	$\alpha_3, 1/\text{м}$	$\lambda_m, \text{МКМ}$	$l, \text{м}$
2	0,2	2	0,22	1,2	0,2
4	0,4	4	0,24	1,24	0,4
6	0,6	1,6	0,26	1,26	0,6
8	0,8	1,8	0,28	1,28	0,28
10	0,1	2,0	0,30	1,30	0,30
12	0,12	2,2	0,32	1,32	0,32
14	0,14	2,4	0,34	1,34	0,34
16	0,16	2,6	0,36	1,36	0,36
18	0,18	2,8	0,38	1,38	0,38
20	0,20	3,0	0,40	1,40	0,40
22	0,22	3,2	0,42	1,42	0,42
24	0,24	3,4	0,44	1,44	0,44
26	0,26	3,6	0,46	1,46	0,46
28	0,28	3,8	0,48	1,48	0,48
30	0,30	3,0	0,50	1,3	0,50
32	0,32	3,2	0,52	1,32	0,62
34	0,34	3,4	0,48	1,34	0,64

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Решение физических задач является одной из важнейших компонент учебного процесса по физике. Они способствуют приобщению студентов к самостоятельной работе, учат анализировать изучаемые физические явления, использовать на практике полученные теоретические знания.

Часто студенты испытывают затруднения при выполнении домашних заданий. Данное учебное пособие предназначено в помощь студентам, изучающим раздел курса общей физики «Оптика и атомная физика» при подготовке к коллоквиуму и выполнении расчетно-графических заданий. В пособии приведены основные определения и формулы с краткими пояснениями, примеры решения типичных задач разной степени трудности. Решения сопровождаются необходимыми указаниями и комментариями. Даны задания для двух расчетно-графических работ, приведены необходимые справочные данные.

ЛИТЕРАТУРА

1. Детлаф, А.А., Курс физики : учебное пособие для вузов / А.А. Детлаф, Б.М. Яворский. – М. : Высш. шк., 2001. – 718 с.
2. Трофимова, Т.И. Курс физики : учебное пособие для вузов / Т.И. Трофимова. - М. : Высш. шк., 2001. – 478 с.
3. Вафин, Д.Б. Физика. Часть 2 : учебное пособие / Д.Б. Вафин. – 2-е изд. – Казань : Изд-во МОиН РТ, 2011. – 460 с.
4. Кухлинг, Х. Справочник по физике / Х. Кухлинг. – М. : Мир, 1982. – 520 с.

П Р И Л О Ж Е Н И Е

Некоторые основные физические постоянные

Скорость света в вакууме	$c = 2,99792458 \cdot 10^8 \text{ м/с}$
Ускорение свободного падения	$g = 9,80665 \text{ м/с}^2$
Гравитационная постоянная	$\gamma = 6,672 \cdot 10^{-11} \text{ м}^3/(\text{кг} \cdot \text{с}^2)$
Универсальная газовая постоянная	$R = 8,31451 \text{ Дж}/(\text{моль} \cdot \text{К})$
Нормальный молярный объем	$V_{\text{м}} = 22,4141 \text{ м}^3/\text{кмоль}$
Постоянная Авогадро	$N_{\text{А}} = 6,0221367 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$
Число Лошмидта	$N_{\text{Л}} = 2,686754 \cdot 10^{25} \text{ м}^{-3}$
Постоянная Больцмана	$k = 1,380658 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/К}$
Постоянная Планка	$h = 6,626176 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$
	$\hbar = h/2\pi = 1,0546 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$
Постоянная Стефана – Больцмана	$\sigma = 5,67051 \cdot 10^{-8} \text{ Вт} \cdot \text{м}^{-2} \cdot \text{К}^{-4}$
Постоянная Вина (смещения)	$b_1 = 2,8978 \cdot 10^{-3} \text{ м} \cdot \text{К}$
Электрическая постоянная	$\epsilon_0 = 8,85418782 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}$
Магнитная постоянная	$\mu_0 = 1,25663706 \cdot 10^{-6} \text{ Гн/м}$
Число Фарадея	$F = 9,648531 \cdot 10^4 \text{ Кл/моль}$
Масса покоя электрона	$m_e = 9,1093897 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$
Элементарный заряд	$e = 1,60217733 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$
Удельный заряд электрона	$-e/m_e = -1,7588047 \cdot 10^{11} \text{ Кл/кг}$
Магнитный момент электрона	$\mu_e = 928,47701 \cdot 10^{-26} \text{ Дж/Тл}$
Магнетон Бора	$\mu_{\text{В}} = eh/(2m_e) = 9,274015 \cdot 10^{-24} \text{ Дж/Тл}$
Масса покоя протона	$m_p = 1,6726231 \cdot 10^{-27} \text{ кг} = 1,00727647 \text{ а.е.м.}$
Магнитный момент протона	$\mu_p = 1,41060761 \cdot 10^{-26} \text{ Дж/Тл}$
Масса покоя нейтрона	$m_n = 1,6749286 \cdot 10^{-27} \text{ кг} = 1,0086649 \text{ а.е.м.}$
Магнитный момент нейтрона (скаляр. вел.)	$\mu_n = 0,96623707 \cdot 10^{-26} \text{ Дж/Тл}$
Атомная единица массы	$1 \text{ а.е.м.} = m(C^{12})/12 = 1,6605655 \cdot 10^{-27} \text{ кг} =$ $= 931494,32 \text{ кэВ}$
Радиус Бора	$a_0 = 5,29177249 \cdot 10^{-11} \text{ м}$
Постоянная Ридберга	$R = 3,2898419499 \cdot 10^{15} \text{ с}^{-1}$ $R' = R/c = 1,09737315 \cdot 10^7 \text{ м}^{-1}$
Ядерный магнетон	$\mu_N = eh/(2m_p) = 5,0507866 \cdot 10^{-27} \text{ Дж/Тл}$
Комптоновская длина волны	$\lambda_C = h/(m_e c) = 2,42631058 \cdot 10^{-12} \text{ м}$

Показатели преломления n

(относительно воздуха при $t = 20^\circ\text{C}$ и $p = 0,1013$ МПа для $\lambda = 589,3$ нм)

Вещество	n	Вещество	n
Алмаз	2,4173	Коричное масло	1,604
Аммиак	1,325	Кронглас FK 3	1,4644
Анилин	1,586	BK 1	1,5100
Бензол	1,5014	SK 1	1,6102
Вода	1,3330	Плексиглас	1,491
Лед (при $t = 0^\circ\text{C}$)	1,31	Полистирол	1,588
Глицерин	1,4695	Окись алюминия	1,76
Исландский шпат, (n_e)	1,4864	Сероуглерод	1,6277
Исландский шпат, (n_o)	1,6584	Флинтглас F3	1,6128
Канадский бальзам	1,542	SF 4	1,7550
Кварцевое стекло	1,4584	Четыреххлористый углерод	1,4607
Кедровое масло	1,505	Этиловый спирт	1,3617

Показатели преломления воды для различных λ (при 293 К)

λ , нм	n
434,1	1,3403
486,1	1,3371
546,0	1,3345
589,3	1,3330
656,2	1,3311
768,2	1,3289

Показатели преломления двояколучепреломляющих кристаллов ($\lambda = 589$ нм)

Кристалл	n_e	n_o
Лед	1,309	1,313
Кварц	1,544	1,553
Кальцит	1,658	1,486
Доломит	1,681	1,500
Каломель	2,655	1,979
Исл. шпат	1,486	1,658
Турмалин	1,623	1,642
Апатит	1,636	1,643

Спектральные поглощательные способности a_λ (ϵ_λ) (у металлов поверхности не окисленные, $t = 20^\circ\text{C}$)

Металл	λ , мкм							
	0,5	1,0	1,5	2,0	3,0	4,0	5,0	7,0
Алюминий	0,09	0,06	0,05	0,04	0,03	0,02	0,02	0,02
Никель	0,32	0,26	0,2	0,1	0,06	0,05	0,045	0,04
Железо	0,45	0,4	0,3	0,2	0,15	0,1	0,08	0,05
Вольфрам (1500К)	0,47	0,38	0,28	0,2	0,13	0,1	0,09	0,08
Медь	0,45	0,05	0,04	0,03	0,02	0,02	0,02	0,02

Интегральные поглощательные способности (степени черноты ε)

Материал	Температура, К					
	300	500	700	900	1100	1300
Малоуглеродистая сталь: гладкая, неокисленная	0,11	0,14	0,18	0,22	0,27	0,29
	0,86	0,88	0,90	0,94	0,93	0,92
Нержавеющая сталь: неокисленная	0,15	0,16	0,17	0,18	0,19	0,2
	0,4	0,45	0,5	0,53	0,58	0,62
Белый шамот	0,85	0,65	0,5	0,4	0,35	0,3
Коричневый шамот	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0,45

Работа выхода электрона из металла A

Металл	A , эВ	Металл	A , эВ	Металл	A , эВ
Алюминий	3,74	Калий	2,15	Никель	4,84
Барий	2,29	Кобальт	4,25	Платина	5,29
Висмут	4,62	Литий	2,39	Серебро	4,28
Вольфрам	4,50	Медь	4,47	Титан	3,92
Железо	4,36	Молибден	4,27	Цезий	1,89
Золото	4,58	Натрий	2,27	Цинк	3,74
$W + Cs$	1,6	$W + Th$	2,63	$Pt + Cs$	1,4

Граница K – серии для различных металлов λ , пм

Вольфрам	Золото	Медь	Платина	Серебро
17,8	15,3	138	15,8	48,4

Астрономические постоянные

Радиус Земли	$6,378 \cdot 10^6$ м	Радиус Луны	$1,737 \cdot 10^6$ м
Средняя плотность Земли	$5,52 \cdot 10^3$ кг/м ³	Масса Луны	$7,35 \cdot 10^{22}$ кг
Масса Земли	$5,976 \cdot 10^{24}$ кг	Ср. расстояние до Луны	$3,844 \cdot 10^8$ м
Радиус Солнца	$6,96 \cdot 10^8$ м	Расстояние до Солнца ср. (астрономическая един.)	$1,496 \cdot 10^{11}$ м
Средняя плотность Солнца	$1,41 \cdot 10^3$ кг/м ³		
Масса Солнца	$1,989 \cdot 10^{30}$ кг	Период обращения Луны	27 сут 7,7 ч
Радиус Марса	$3,43 \cdot 10^6$ м	Масса Марса	$6,4 \cdot 10^{23}$ кг

Массы и периоды полураспада некоторых изотопов

Порядковый номер Z	Элемент	Символ	Массовое число A	Масса, а.е.м.	Период полураспада T	Энергия распада W_{max} , МэВ		
						α	β	γ
1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	Нейтрон	n	1	1,008665	10,6 мин			
1	Водород	H	1	1,007825				
	Дейтерий	d	2	2,014102				
	Тритий	T	3	3,014102	12,33 года		0,018	
2	Гелий	He	3	3,016029				
			4	4,002603				
3	Литий	Li	6	6,015123				
			7	7,016005				
4	Бериллий	Be	7	7,016930	53,3 сут			0,477
			8	8,005305				
			9	9,012183				
			10	10,013534	1,6·10 ⁶ лет		0,555	
5	Бор	B	10	10,012938				
			11	11,009305				
6	Углерод	C	11	11,011433	20,4 мин		0,97	0,511
			12	12,000000				
			13	13,003355				
			14	14,003242	5730 лет		0,158	
7	Азот	N	13	13,005739	9,96 мин		1,19 β_+	
			14	14,003074				
			15	15,000109				
8	Кислород	O	15	15,003065	122 с		1,73 β_+	0,511
			16	15,994915				
			17	16,999131				
			18	17,999159				
9	Фтор	F	18	18,000937	109,77 мин			
			19	18,998403				
10	Неон	Ne	20	19,992439				
			22	21,991384				
11	Натрий	Na	22	21,994435	2,602 года		1,82 β_+	1,275
			23	22,989770				
			24	23,990964	14,9 ч		1,39	1,368
12	Магний	Mg	24	23,985045				
			25	24,98584				
13	Алюминий	Al	27	26,981541				
14	Кремний	Si	28	27,976928				
			30	29,97377				
			31	30,975364	2,62 ч		1,48	1,26

1	2	3	4	5	6	7	8	9
15	Фосфор	P	31	30,973763				
			32	31,973908	14,36 сут		1,71	
16	Сера	S	32	31,972072				
			33	32,971459	87,24 сут		0,167	
			35	34,969033				
17	Хлор	Cl	35	34,968853				
			37	36,965903				
18	Аргон	Ar	37	36,966778	34,8 сут			
			40	39,962383				
19	Калий	K	39	38,963708				
			40	39,964000	1,28·10 ⁶ лет		1,314	
20	Кальций	Ca	40	39,962591				
21	Скандий	Sc	45	44,955914				
22	Титан	Ti	48	47,947947				
23	Ванадий	V	51	50,943963				
24	Хром	Cr	52	51,940510				
25	Марганец	Mn	55	54,938046				
26	Железо	Fe	56	55,934939				
27	Кобальт	Co	59	58,933198				
			60	59,933820	5,271 года		1,48	1,173
28	Никель	Ni	58	59,930789				
29	Медь	Cu	63	62,929599				
			65	64,927792				
30	Цинк	Zn	64	63,929145				
			66	65,926035				
31	Галлий	Ga	69	68,925581				
32	Германий	Ge	72	71,922080				
			74	73,921179				
33	Мышьяк	As	75	74,921596				
34	Селен	Se	80	79,916521				
35	Бром	Br	79	78,918336				
36	Криптон	Kr	84	83,911506				
			85	84,912538	10,7 лет		0,67	0,51
37	Рубидий	Rb	85	84,911799				
			87	86,909184	4,8·10 ¹⁰ лет		0,274	
38	Стронций	Sr	88	87,905625				
			90	89,907746	28,8 года			
39	Иттрий	Y	89	88,905856				
40	Цирконий	Zr	90	89,904708				
41	Ниобий	Nb	93	92,906378				
42	Молибден	Mo	98	97,905405				
43	Технеций	Tc	98	97,907210	4,2·10 ⁶ лет		4,0	0,76
44	Рутений	Ru	102	101,904348				
45	Родий	Rh	103	102,90550				
46	Палладий	Pd	106	105,90348				
47	Серебро	Ag	107	106,905095				

1	2	3	4	5	6	7	8	9
48	Кадмий	Cd	114	113,903361				
49	Индий	In	112	111,90387	14,4 мин		0,66	0,617
			115	114,90388	4,4·10 ¹⁴ лет		0,48	
50	Олово	Sn	120	119,902199				
51	Сурьма	Sb	121	120,903824				
			124	123,90595	60,2 сут		2,3	1,691
52	Теллур	Te	130	129,90623	2·10 ²¹ лет			
53	Иод	I	127	126,904477				
			128	127,905814	24,99 мин		2,12	0,528
			131	130,906118	8,04 сут		0,61	0,364
54	Ксенон	Xe	132	131,90415				
			136	135,90543				
55	Цезий	Cs	133	132,90543				
56	Барий	Ba	137	136,90582				
			138	137,90524				
			139	138,90542	1,4 ч		2,3	1,43
57	Лантан	La	139	138,90636				
58	Церий	Ce	140	139,90544				
59	Празеодим	Pr	141	140,90766				
60	Неодим	Nd	142	141,90773				
61	Прометий	Pm	145	144,91275	17,7 года	2,24		0,072
62	Самарий	Sm	152	151,91974				
63	Европий	Eu	153	152,92124				
64	Гадолиний	Gd	158	157,92411				
65	Тербий	Tb	159	158,92535				
66	Диспрозий	Dy	164	163,92918				
67	Гольмий	Ho	165	164,93033				
68	Эрбий	Er	166	165,93031				
69	Тулий	Tm	169	168,93423				
70	Иттербий	Yb	174	173,93887				
71	Лютеций	Lu	175	174,94079				
72	Гафний	Hf	180	179,94656				
73	Тантал	Ta	181	180,94801				
74	Вольфрам	W	184	183,95095				
75	Рений	Re	187	186,95577	5·10 ¹⁰ лет		0,003	
			188	187,95553	17 ч		2,12	0,478
76	Осмий	Os	191	190,96094	15,4 сут		0,143	0,129
			192	191,96149				
77	Иридий	Ir	191	190,96060				
78	Платина	Pt	195	194,96479				
79	Золото	Au	197	196,96656				
80	Ртуть	Hg	200	199,968316				
			202	201,97063				

1	2	3	4	5	6	7	8	9
81	Таллий	Tl	205	204,974410				
82	Свинец	Pb	206	205,97446				
			207	206,97589				
			208	207,97664				
			210	209,98418	22,3 года	3,72	0,061	0,047
			211	210,98874	36,1 мин		1,36	0,427
			212	211,99188	10,64 ч		0,58	0,30
			214	213,99980	26,8 мин		1,03	0,352
83	Висмут	Bi	209	208,98039				
			211	210,98726	2,15 мин	6,62		0,351
84	Полоний	Po	210	209,98286	138,38 сут	5,305		0,803
			214	213,99519	164 мкс	7,69		
85	Астатин	At	218	218,00870	~2 с	6,7		
86	Радон	Rn	208	207,989737	24,35 мин	6,141		0,952
			222	222,017574	3,8235 сут	5,49		0,51
87	Франций	Fr	223	223,019734	21,8 мин	1,15		0,234
88	Радий	Ra	226	226,025406	$1,62 \cdot 10^3$ лет	4,78		0,186
89	Актиний	Ac	227	227,027751	21,773 года	4,95	0,046	0,19
90	Торий	Th	228	228,02873	1,9131 года	5,34		
			232	232,038054	$1,41 \cdot 10^{10}$ лет	4,01		0,132
			231	231,035881	$3,28 \cdot 10^4$ лет	5,01		0,36
91	Протактиний	Pa	231	231,035881	$3,28 \cdot 10^4$ лет	5,01		0,36
92	Уран	U	232	232,03714	72 года	5,32		0,129
			233	233,039629	$1,592 \cdot 10^5$ лет	4,82		0,042
			235	235,043925	$7,038 \cdot 10^8$ лет	4,36		0,185
			236	236,045563	$2,342 \cdot 10^7$ лет	4,49		
			238	238,050786	$4,468 \cdot 10^9$ лет	4,19		0,048
			239	239,054291	23,5 мин		1,29	0,075
93	Нептуний	Np	239	239,052932	2,35 сут	0,713		0,209
94	Плутоний	Pu	239	239,052158	$2,41 \cdot 10^4$ лет	5,15		0,52
95	Америций	Am	243	243,061374	$7,37 \cdot 10^3$ лет	5,28		0,075
96	Кюрий	Cm	245	245,065487	$8,5 \cdot 10^3$ лет	5,36		0,173
97	Берклий	Bk	247	247,07003	$1,4 \cdot 10^3$ лет	5,69		0,27
98	Калифорний	Cf	249	249,074849	351 год	5,81		0,388
99	Эйнштейний	Es	254	254,08802	276 сут	6,43		0,063
100	Фермий	Fm	253	253,08518	3,0 сут	6,94		0,272
101	Менделевий	Md	255	255,0911	27 мин	7,33		0,43
102	Нобелий	No	255	255,0933	3,1 мин	8,12		
103	Лоуренций	Lr	257	257,0998	0,646 с	8,86		
104	Резефордий	Rf	261	261,1087	1,1 мин	8,28		
105	Ганий	Ha	262	262,1138	34 с	8,66		
106			263	263,1184	0,9 с	9,25		

Электронные конфигурации атомов

Z	Сим вол	Основная кон-фигурация	Энергия ионизации, эВ	Z	Сим вол	Основная кон-фигурация	Энергия ионизации, эВ
1	H	1s ¹	13,595	53	I	4d ¹⁰ 5s ² 5p ⁵	10,454
2	He	1s ²	24,581	54	Xe	4d ¹⁰ 5s ² 5p ⁶	12,127
3	Li	[He]2s	5,390	55	Cs	[Xe]6s ¹	3,893
4	Be	2s ²	9,320	56	Ba	6s ²	5,210
5	B	2s ² 2p ¹	8,296	57	La	5d ¹ 6s ²	5,61
6	C	2s ² 2p ²	11,256	58	Ce	4f ¹ 5d ¹ 6s ²	6,54
7	N	2s ² 2p ³	14,545	59	Pr	4f ³ 6s ²	5,48
8	O	2s ² 2p ⁴	13,614	60	Nd	4f ⁴ 6s ²	5,51
9	F	2s ² 2p ⁵	17,418	61	Pm	4f ⁵ 6s ²	5,
10	Ne	2s ² 2p ⁶	21,559	62	Fm	4f ⁶ 6s ²	5,6
11	Na	[Ne]3s	5,138	63	Eu	4f ⁷ 6s ²	5,67
12	Mg	3s ²	7,644	64	Gd	4f ⁷ 5d ¹ 6s ²	6,16
13	Al	3s ² 3p ¹	5,984	65	Tb	4f ⁹ 6s ²	6,74
14	Si	3s ² 3p ²	8,149	66	Dy	4f ¹⁰ 6s ²	6,82
15	P	3s ² 3p ³	10,484	67	Ho	4f ¹¹ 6s ²	
16	S	3s ² 3p ⁴	10,357	68	Er	4f ¹² 6s ²	
17	Cl	3s ² 3p ⁵	13,01	69	Tm	4f ¹³ 6s ²	
18	Ar	3s ² 3p ⁶	15,755	70	Yb	4f ¹⁴ 6s ²	6,22
19	K	[Ar]4s	4,339	71	Lu	4f ¹⁴ 5d ¹ 6s ²	6,15
20	Ca	4s ²	6,111	72	Hf	4f ¹⁴ 5d ² 6s ²	7,0
21	Sc	3d ¹ 4s ²	6,54	73	Ta	4f ¹⁴ 5d ³ 6s ²	7,88
22	Ti	3d ² 4s ²	6,83	74	W	4f ¹⁴ 5d ⁴ 6s ²	7,98
23	V	3d ³ 4s ²	6,74	75	Re	4f ¹⁴ 5d ⁵ 6s ²	7,87
24	Cr	3d ⁵ 4s ¹	6,76	76	Os	4f ¹⁴ 5d ⁶ 6s ²	8,7
25	Mn	3d ⁵ 4s ²	7,432	77	Ir	4f ¹⁴ 5d ⁷ 6s ²	9,2
26	Fe	3d ⁶ 4s ²	7,87	78	Pt	4f ¹⁴ 5d ⁸ 6s ²	8,88
27	Co	3d ⁷ 4s ²	7,86	79	Au	4f ¹⁴ 5d ¹⁰ 6s ¹	9,22
28	Ni	3d ⁸ 4s ²	7,633	80	Hg	[Au]6s ²	10,434
29	Cu	3d ¹⁰ 4s ¹	7,724	81	Tl	6s ² 6p ¹	6,106
30	Zn	3d ¹⁰ 4s ²	9,391	82	Pb	6s ² 6p ²	7,415
31	Ga	3d ¹⁰ 4s ² 4p ¹	6,00	83	Bi	6s ² 6p ³	7,287
32	Ge	3d ¹⁰ 4s ² 4p ²	7,88	84	Po	6s ² 6p ⁴	8,43
33	As	3d ¹⁰ 4s ² 4p ³	9,81	85	At	6s ² 6p ⁵	
34	Se	3d ¹⁰ 4s ² 4p ⁴	9,75	86	Rn	6s ² 6p ⁶	10,745
35	Br	3d ¹⁰ 4s ² 4p ⁵	11,84	87	Fr	[Rn]7s ¹	
36	Kr	3d ¹⁰ 4s ² 4p ⁶	13,996	88	Rd	7s ²	5,277
37	Rb	[Kr]5s ¹	4,176	89	Ac	6d ¹ 7s ²	6,9
38	Sr	5s ²	5,692	90	Th	6d ² 7s ²	
39	Y	4d ¹ 5s ²	6,377	91	Pa	5f ² 6d ¹ 7s ²	
40	Zr	4d ² 5s ²	6,835	92	U	5f ³ 6d ¹ 7s ²	4,0
41	Nb	4d ⁴ 5s ¹	6,881	93	Np	5f ⁴ 6d ¹ 7s ²	
42	Mo	4d ⁵ 5s ¹	7,10	94	Pu	5f ⁶ 7s ²	
43	Te	4d ⁵ 5s ²	7,228	95	Am	5f ⁷ 7s ²	
44	Ru	4d ⁷ 5s ¹	7,365	96	Cm	5f ⁷ 6d ¹ 7s ²	
45	Rh	4d ⁸ 5s ¹	7,461	97	Bk	5f ⁸ 6d ¹ 7s ²	
46	Pd	4d ¹⁰	8,33	98	Cf	5f ¹⁰ 7s ²	
47	Ag	4d ¹⁰ 5s ¹	7,574	99	Ts	5f ¹¹ 7s ²	
48	Cd	4d ¹⁰ 5s ²	8,991	100	Fm	5f ¹² 7s ²	
49	In	4d ¹⁰ 5s ² 5p ¹	5,785	101	Mv	5f ¹³ 7s ²	
50	Sn	4d ¹⁰ 5s ² 5p ²	7,342	102	No	5f ¹⁴ 7s ²	
51	Sb	4d ¹⁰ 5s ² 5p ³	8,639				
52	Te	4d ¹⁰ 5s ² 5p ⁴	9,01				

[He] – значит, внутренние слои как у данного элемента

Пер.	Группа 1	Группа 2	Группа 3	Группа 4	Группа 5	Группа 6	Группа 7	Группа 8						
1	1 H ^{1,008} Водород	Периодическая система элементов					1 H ^{1,008} Водород	2 He ^{4,003} Гелий						
2	3 Li ^{6,941} Литий	4 Be ^{9,012} Бериллий	5 B ^{10,81} Бор	6 C ^{12,01} Углерод	7 N ^{14,01} Азот	8 O ^{16,0} Кислород	9 F ^{19,00} Фтор	10 Ne ^{20,18} Неон						
3	11 Na ^{22,99} Натрий	12 Mg ^{24,31} Магний	13 Al ^{26,98} Алюминий	14 Si ^{28,09} Кремний	15 P ^{30,97} Фосфор	16 S ^{32,06} Сера	17 Cl ^{35,45} Хлор	18 Ar ^{39,95} Аргон						
4	19 K ^{39,098} Калий	20 Ca ^{40,08} Кальций	21 Sc ^{44,96} Скандий	22 Ti ^{47,90} Титан	23 V ^{50,94} Ванадий	24 Cr ^{52,0} Хром	25 Mn ^{54,94} Марганец	26 Fe ^{55,85} Железо	27 Co ^{58,9} Кобальт	28 Ni ^{58,7} Никель				
	29 Cu ^{63,55} Медь	30 Zn ^{65,38} Цинк	31 Ga ^{69,72} Галлий	32 Ge ^{72,59} Германий	33 As ^{74,92} Мышьяк	34 Se ^{78,96} Селен	35 Br ^{79,90} Бром	36 Kr ^{83,3} Криптон						
5	37 Rb ^{85,47} Рубидий	38 Sr ^{87,62} Стронций	39 Y ^{88,91} Иттрий	40 Zr ^{91,22} Цирконий	41 Nb ^{92,91} Ниобий	42 Mo ^{95,94} Молибден	43 Tc ^{98,91} Технеций	44 Ru ^{101,1} Рутений	45 Rh ^{102,9} Родий	46 Pd ^{106,4} Палладий				
	47 Ag ^{107,9} Серебро	48 Cd ^{112,4} Кадмий	49 In ^{114,8} Индий	50 Sn ^{118,7} Олово	51 Sb ^{121,8} Сурьма	52 Te ^{127,60} Теллур	53 I ^{126,90} Йод	54 Xe ^{131,3} Ксенон						
6	55 Cs ^{132,9} Цезий	56 Ba ^{137,3} Барий	*57 La ^{138,9} Лантан	72 Hf ^{178,5} Гафний	73 Ta ^{180,9} Тантал	74 W ^{183,85} Вольфрам	75 Re ^{186,21} Рений	76 Os ^{190,2} Осмий	77 Ir ^{192,2} Иридий	78 Pt ^{195,1} Платина				
	79 Au ^{197,0} Золото	80 Hg ^{200,6} Ртуть	81 Tl ^{204,4} Таллий	82 Pb ^{207,2} Свинец	83 Bi ^{209,0} Висмут	84 Po ⁽²⁰⁹⁾ Полоний	85 At ⁽²¹⁰⁾ Астат	86 Rn ⁽²²²⁾ Радон						
7	87 Fr ⁽²²³⁾ Франций	88 Ra ^{226,03} Радий	**89 Ac ⁽²²⁷⁾ Актиний	104 Ku ⁽²⁶¹⁾ Курчатовий	105 Ns ⁽²⁶¹⁾ Нильсборгий				* Лантаноиды					
	58 Ce ¹⁴⁰ Церий	59 Pr ¹⁴¹ Прозермий	60 Nd ¹⁴⁴ Неодим	61 Pm ⁽¹⁴⁵⁾ Прометий	62 Sm ¹⁵⁰ Самарий	63 Eu ¹⁵² Европий	64 Gd ¹⁵⁷ Гадолиний	65 Tb ¹⁵⁹ Тербий	66 Dy ¹⁶² Диспрозий	67 Ho ¹⁶⁵ Гольмий	68 Er ¹⁶⁷ Эрбий	69 Tm ¹⁶⁹ Тулий	70 Yb ¹⁷³ Иттербий	71 Lu ¹⁷⁵ Люциий
	90 Th ²³² Торий	91 Pa ²³¹ Протактиний	92 U ²³⁸ Уран	93 Np ²³⁷ Нептуний	94 Pu ⁽²⁴⁴⁾ Плутоний	95 Am ⁽²⁴³⁾ Америций	96 Cm ⁽²⁴⁷⁾ Кюрий	97 Bk ⁽²⁴⁷⁾ Берклий	98 Cf ⁽²⁵¹⁾ Калифорний	99 Es ⁽²⁵⁴⁾ Эйнштейний	100 Fm ⁽²⁵⁷⁾ Фермий	101 Md ⁽²⁵⁸⁾ Менделевий	102 No ⁽²⁵⁹⁾ Нобелий	103 Lr ⁽²⁶⁰⁾ Лоуренций

Длины волн некоторых спектральных линий

Символ	Элемент	λ , нм	Символ	Элемент	λ , нм
<i>Ca</i>	Кальций	393,3666	<i>Tl</i>	Таллий	535,046
<i>Ca</i>	Кальций	396,8468	<i>Hg</i>	Ртуть	546,0740
<i>Hg</i>	Ртуть	404,6561	<i>Hg</i>	Ртуть	576,9596
<i>H</i>	Водород	410,1735	<i>Hg</i>	Ртуть	579,0654
<i>Ca</i>	Кальций	422,6728	<i>He</i>	Гелий	587,5618
<i>Fe</i>	Железо	430,7905	<i>Na</i>	Натрий	588,9953
<i>H</i>	Водород	434,0465	<i>Na</i>	Натрий	589,5923
<i>Hg</i>	Ртуть	435,8343	<i>Li</i>	Литий	610,3642
<i>Fe</i>	Железо	438,3547	<i>Zn</i>	Цинк	636,2347
<i>Cd</i>	Кадмий	441,463	<i>Cd</i>	Кадмий	643,8470
<i>He</i>	Гелий	447,1477	<i>H</i>	Водород	656,2725
<i>Sr</i>	Стронций	460,7331	<i>He</i>	Гелий	667,8149
<i>Fe</i>	Железо	468,0298	<i>Li</i>	Литий	670,7844
<i>Cd</i>	Кадмий	479,9914	<i>O</i>	Кислород	686,72
<i>H</i>	Водород	486,1327	<i>He</i>	Гелий	706,5188
<i>He</i>	Гелий	492,1929	<i>O</i>	Кислород	760,82
<i>Cd</i>	Кадмий	508,5824	<i>K</i>	Калий	766,4907
<i>Fe</i>	Железо	527,0360	<i>K</i>	Калий	769,8979

Длины волн линий гелия λ , нм

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
728,1	706,5	667,8	587,6	501,6	492,2	471,3	447,1	438,8	412,1	402,6

Значения поправок Ридберга α для атома *Na*

Уровень <i>n</i>	Квантовое число <i>l</i>		
	<i>s</i> (<i>l</i> = 0)	<i>p</i> (<i>l</i> = 1)	<i>d</i> (<i>l</i> = 2)
3	-1,373	-0,883	-0,013
4	-1,358	-0,867	-0,011
5	-1,353	-0,862	

Некоторые внесистемные единицы и коэффициенты пересчета

Длина	1 Å = 10 ⁻¹⁰ м	Сила	1 дин = 10 ⁻⁵ Н
1 ферми	– 1 фм = 10 ⁻¹⁵ м	Давление	1 ат = 0,981·10 ⁵ Па
Масса	1 а.е.м. = 1,66056·10 ⁻²⁷ кг	Энергия	1 кВт·ч = 3,6·10 ⁶ Дж
Время	1 мин = 60 с		1 эВ = 1,6022·10 ⁻¹⁹ Дж
Объем	1 л = 10 ⁻³ м ³	Плоский угол	1° = (π/180) рад

Размеры некоторых атомов и атомных ядер

Размеры	Å
Порядок величины диаметра атомного ядра	10^{-5} – 10^{-4}
Радиус ядра атома гелия He	$2 \cdot 10^{-5}$ – $3 \cdot 10^{-5}$
Радиус ядра атома урана U	$8,5 \cdot 10^{-5}$
Порядок величины диаметра атома	1
Радиус атома водорода H	0,53
Радиус атома гелия He	1,05
Радиус атома урана U	1,5
Порядок расстояния между атомами кристалла	1
Порядок объема атомного ядра	10^{-15} – 10^{-16} Å ³
Порядок объема атома	1 Å ³

Приставки к единицам СИ

Приставка	Обозначение	Значение	Приставка	Обозначение	Значение
дека	да	10^1	деци	д	10^{-1}
гекто	г	10^2	санتي	с	10^{-2}
кило	к	10^3	милли	м	10^{-3}
мега	М	10^6	микро	мк	10^{-6}
гига	Г	10^9	нано	н	10^{-9}
тера	Т	10^{12}	пико	п	10^{-12}
пета	П	10^{15}	фемто	ф	10^{-15}
экса	Э	10^{18}	атто	а	10^{-18}

Учебное издание

Вафин Данил Биаллович
доктор технических наук

**ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ
РАБОТЫ ПО ФИЗИКЕ**

ЧАСТЬ 3
УЧЕБНОЕ ПОСОБИЕ

Корректор Габдурахимова Т.М.
Худ. редактор Фёдорова Л.Г.

Сдано в набор 04.02.2012.
Подписано в печать 09.02.2012.
Бумага писчая. Гарнитура Таймс.
Усл. печ. л. 10,25. Тираж 120.
Заказ №9.

НХТИ (филиал) ФГБОУ ВПО «КНИТУ»,
г. Нижнекамск, 423570, ул. 30 лет Победы, д. 5а.