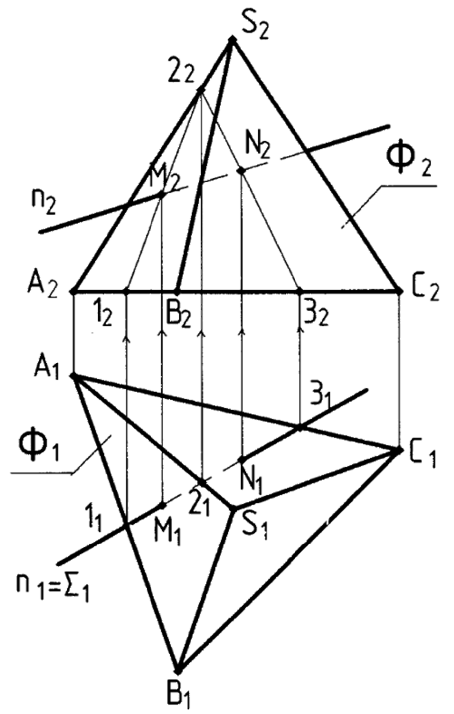
Министерство образования и науки Российской Федерации
Нижнекамский химико-технологический институт (филиал)
Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения
высшего профессионального образования
«Казанский национальный исследовательский технологический университет»
(НХТИ ФГБОУ ВПО «КНИТУ»)

НАЧЕРТАТЕЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ

Методические указания
к практическим занятиям
для студентов технического направления
заочной формы обучения

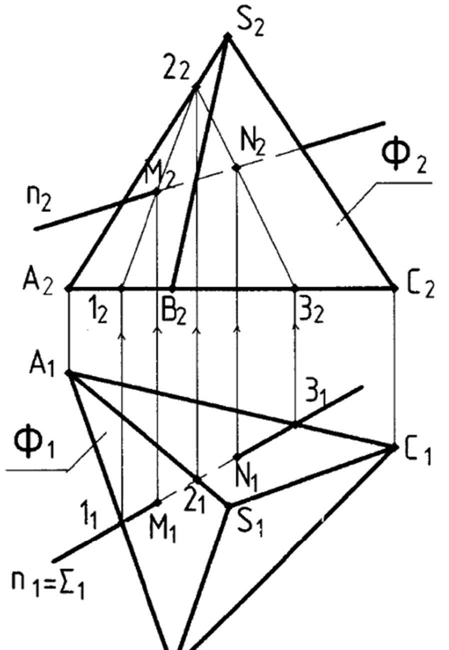


Нижнекамск

2016

НАЧЕРТАТЕЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ

Методические указания
к практическим занятиям
для студентов технического направления
заочной формы обучения



Нижнекамск

2016

УДК 744
М 25

Маркова, О. А.
М 25 Начертательная геометрия. Методические указания к практическим занятиям для студентов технического направления заочной формы обучения / к.п.н., доц. О.А. Маркова. – Нижнекамск, 2016. - 35 с.

Настоящие методические указания содержат теорию, примеры и задачи к практическим занятиям в условиях ограниченного аудиторного времени. В работе охвачены все основные темы начертательной геометрии.

Методические указания предназначены для студентов технического направления заочного отделения, обучающихся в учреждениях высшего профессионального образования по программам бакалавриата.

Подготовлены на кафедре «Техника и физика низких температур», одобрены и разрешены к печати на заседании методической комиссии механического факультета НХТИ ФГБОУ ВПО «КНИТУ».

Рецензенты:

Закиров М.А., кандидат технических наук, доцент НХТИ;
Макусева Т.Г., кандидат педагогических наук, доцент НХТИ.

УДК 744

ВВЕДЕНИЕ

Настоящие методические указания содержат теорию, примеры и задачи к практическим занятиям для студентов технического направления заочной формы обучения. Целью данных методических указаний является приобретение навыков в решении геометрических задач в условиях ограниченного аудиторного времени.

Начертательная геометрия изучает методы построения изображений геометрических объектов на плоскости и разрабатывает способы решения пространственных задач по изображениям этих объектов. Следовательно, для выполнения задач в начертательной геометрии всегда используют графические построения. Практически все решения разнообразных геометрических задач основываются на одних и тех же или подобных графических действиях.

Весь материал данных методических указаний разбит на четыре занятия. В начале описания каждого занятия даются примеры, позволяющие выделить основные теоретические положения изучаемой темы, сконцентрировать на них внимание студентов и, тем самым, подвести их к решению задач. Выбор наиболее рационального способа выполнения задания играет главную роль, но всегда рекомендуется пользоваться общепринятой поэтапной схемой решения задач, а именно:

1. анализ условия задачи;
2. выбор способа и составление рационального плана решения задачи;
3. графическая реализация плана;
4. проверка и анализ полученного результата.

Часть предлагаемых задач может быть решена на практических занятиях самостоятельно или при помощи преподавателя, часть разобрана на доске, часть задана для домашнего решения. Преподаватель, руководствуясь учебными и рабочими планами, сам решает в какой форме проводить контроль и оценивание графических знаний, приобретенных компетенций студентов.

Занятие № 1. «Точка, прямая, плоскость»
1.1. Тема «Проецирование точки»

Теоретическое положение

Если некоторую точку А спроецировать на три плоскости проекций π_1, π_2 и π_3, то получим три проекции данной точки - горизонтальную A_1, фронтальную A_2 и профильную A_3 (рис. 1). Из наглядного чертежа видно, что все три проекции точки взаимосвязаны между собой.

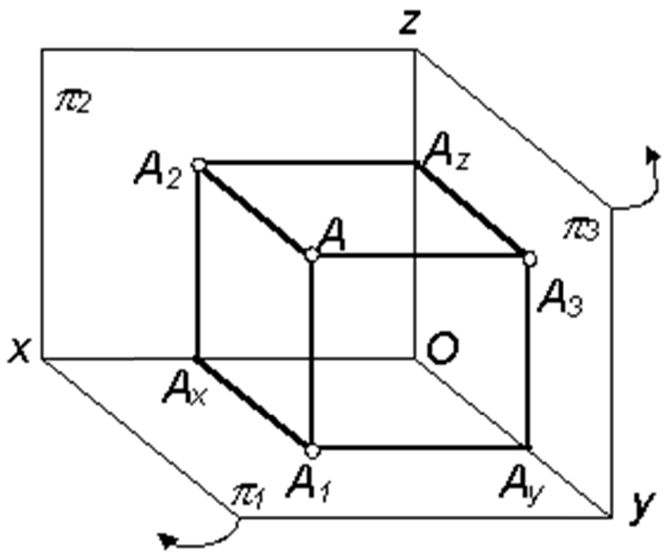


Рис. 1. Наглядный чертеж точки А

Необходимо отметить:

1) две проекции точки определяют положение третьей ее проекции;

2) любая точка пространства задается координатами:

$AA_3 = A_1A_Z = A_X0 = A_2A_Z$ - расстояние от А до π_3 - это координата X,

$AA_2 = A_1A_X = Ay0 = A_3A_Z$ - расстояние от А до π_2 - координата Y,

$AA_1 = A_2A_X = A_Z0 = A_3Ay$ - расстояние от А до π_1 - координата Z;

3) любую проекцию точки на чертеже определяют две координаты -

A_1 - X и Y; A_2 - X и Z; A_3 - Y и Z.

Для того чтобы построить для этой точки комплексный чертеж или эпюр Монжа пространственное (наглядное) изображение необходимо преобразовать в плоскостное. При этом плоскости проекций разворачиваются следующим образом: фронтальная плоскость π_2 остается на месте, горизонтальная π_1 поворотом вниз вокруг оси X, а профильная π_3 поворотом вправо вокруг оси Z совмещаются с фронтальной плоскостью (оба поворота на 90 градусов).

Пример №1: Построение проекций (эпюра) точки А (25; 10; 20) по заданным координатам.

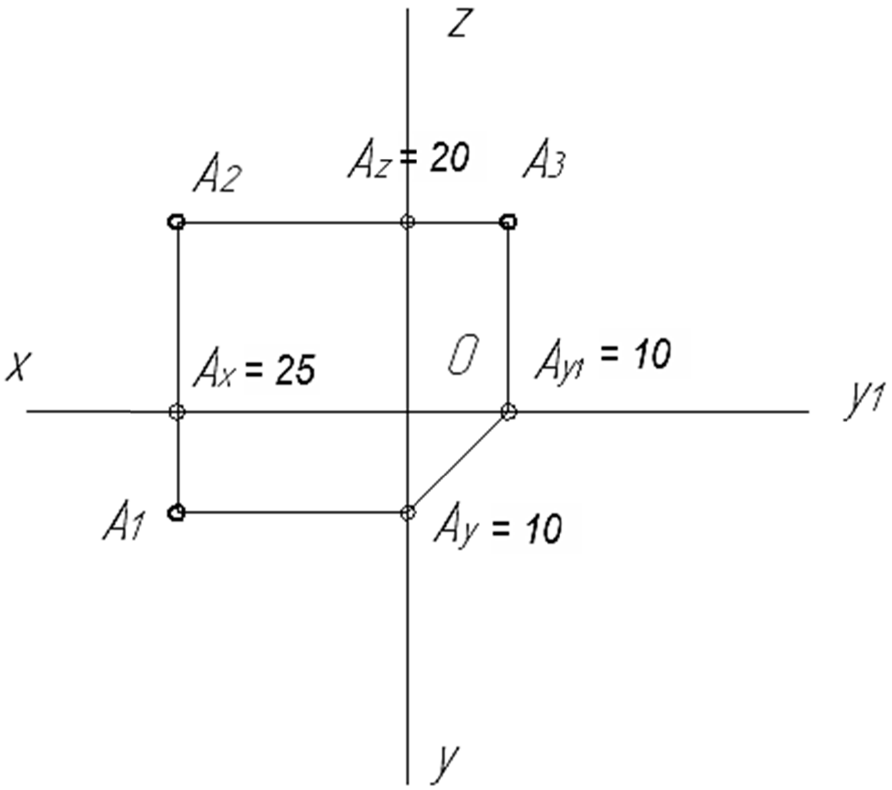


Рис. 2. Эпюр точки А

Решение (рис. 2)

1. Проводим координатные оси X, Y, Z.

2. Откладываем координаты по трем осям.

3. Находим фронтальную A_2 и горизонтальную A_1 проекции точки А.

4. С помощью переноса Ау, строим профильную проекцию точки А - A_3.

1.2. Тема «Проецирование прямой»

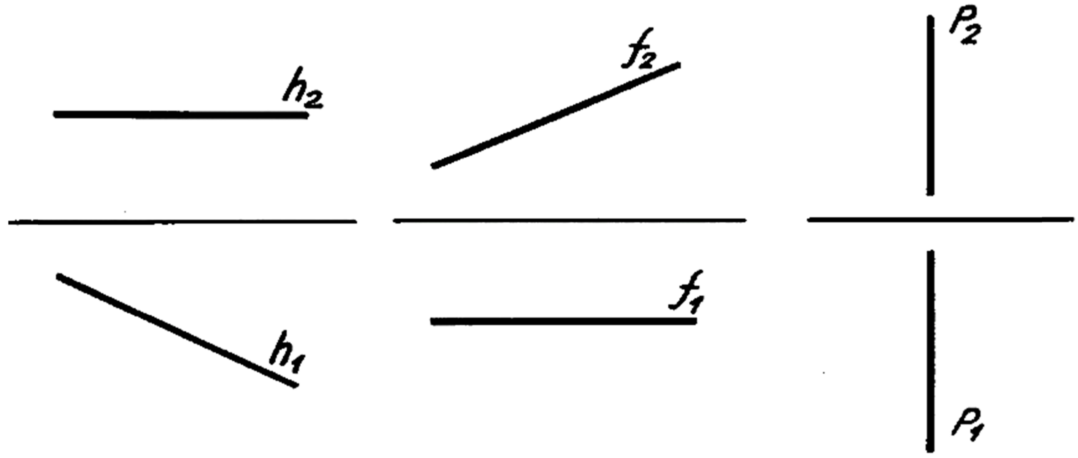
Теоретические положения

1. Прямая линия определяется двумя точками. Для отображения прямой на плоскости достаточно спроецировать на эту плоскость две ее точки.

2. Любая прямая неограниченна и не имеет определенной длины, поэтому и задается на чертеже чаще всего отрезком. Минимальное, но достаточное количество проекций прямой на комплексном чертеже или эпюре - две проекции.

3. Прямая, не параллельная и не перпендикулярная ни одной из плоскостей проекций, называется прямой общего положения.

4. Прямые частного положения расположены параллельно или перпендикулярно плоскостям проекций. Прямая, параллельная одной плоскости проекций, называется прямой уровня (рис. 3).



а) б) в)

Рис. 3. Прямые уровня

Прямая, параллельная плоскости π_1, называется горизонталью или горизонтальной прямой, и обозначается *h* (H) (рис. 3, а). Прямая, параллельная плоскости π_2, называется фронталью или фронтальной прямой и обозначается *f* (F) (рис. 3, б). Прямая, параллельная плоскости π_3, называется профильной прямой и обозначается *p* (P) (рис. 3, в). Прямая, параллельная двум плоскостям проекций и перпендикулярная третьей, называется проецирующей прямой. Прямые, перпендикулярные плоскости проекций π_1, π_2, π_3 называются соответственно горизонтально, фронтально и профильно проецирующими прямыми.

Пример №2: На эпюре прямая общего положения AB задана двумя проекциями A_1B_1 и A_2B_2. Рассмотрим построение третьей проекции отрезка - A_3B_3 (рис. 4, а).

Построение:

1. На осях Z и Y определяем координаты точки A - A_Z и A_Y (рис. 4, б).
2. Строим точку схода A_Y для профильной проекции (рис. 4, в).
3. Проводим перпендикуляры из A_Y и A_Z и обозначим полученную профильную проекцию точки - A_3 (рис. 4, г).
4. На осях Z и Y откладываем координаты точки B - B_Z и B_Y (рис. 4, д).
5. Определяем точку схода B_Y для профильной проекции (рис. 4, е).
6. Строим перпендикуляры: $B_ZB_3 \perp Z$, $B_YB_3 \perp Y$. Обозначим профильную проекцию точки - B_3 (рис. 4, ж).
7. Соединяем полученные проекции A3 и B3 - это и будет искомая проекция отрезка AB прямой общего положения на профильной плоскости проекций (рис. 4, з).

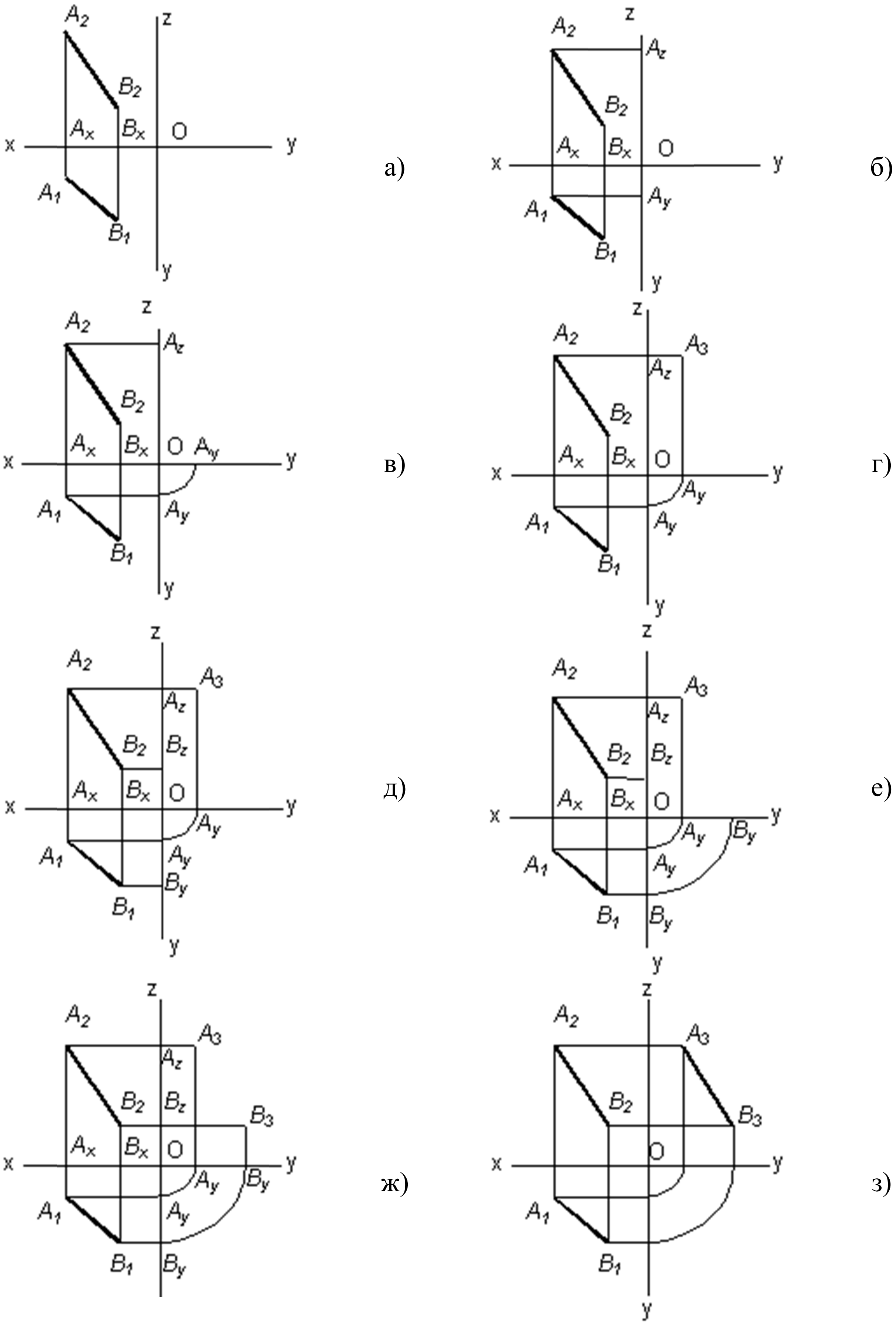


Рис. 4. Построение третьей проекции прямой

1.3. Тема «Проецирование плоскости»

Теоретические положения

1. Плоскость - это двумерный геометрический образ, имеющий длину и ширину. Любая плоскость считается бесконечной, не имеющей толщины и непрозрачной.

2. Плоскости в пространстве могут занимать общее или частное положения (рис. 5). Плоскость, не перпендикулярную и не параллельную ни к одной из плоскостей проекций, называют плоскостью общего положения. Плоскости частного положения в пространстве расположены или параллельно (плоскости уровня) или перпендикулярно плоскостям проекции (проецирующие плоскости).

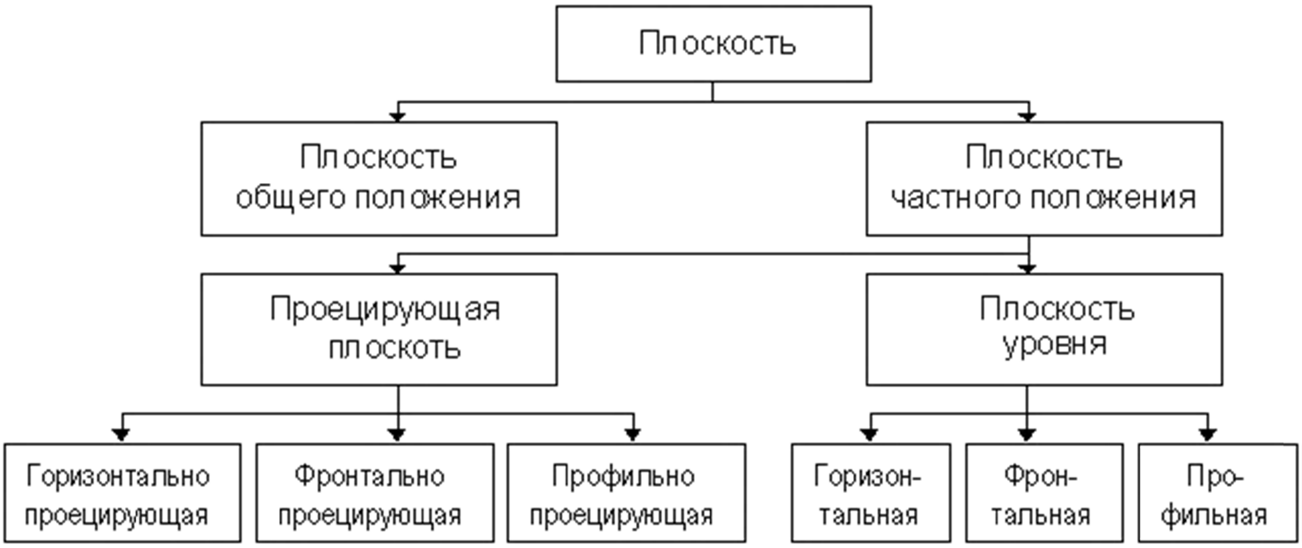


Рис. 5. Классификация плоскостей

1.4. Тема «Взаимная принадлежность точек, прямых, плоскостей»

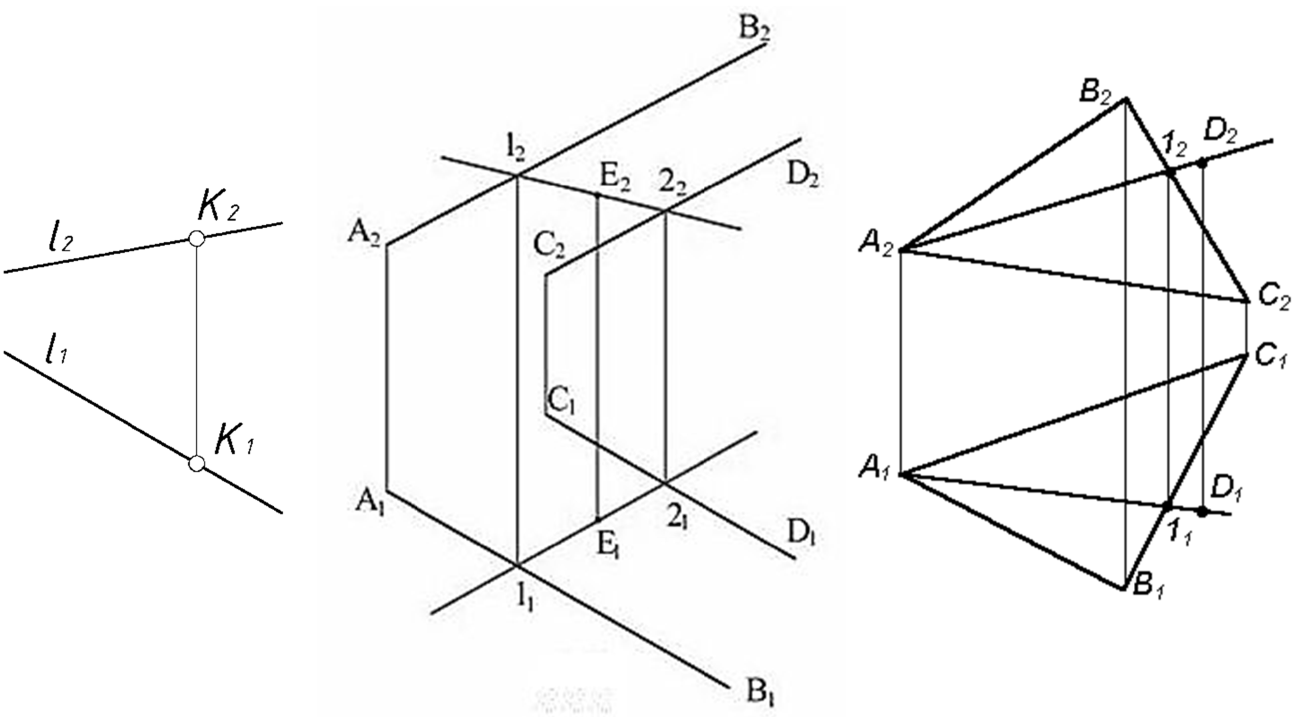
Теоретические положения

1. Точка принадлежит прямой, если их одноименные проекции совпадают (рис. 6, а).

2. Прямая принадлежит плоскости, если она проходит через две точки плоскости (рис. 6, б).

3. Точка принадлежит плоскости, если она принадлежит какой-либо прямой, лежащей в этой плоскости (рис. 6, в).

4. В решении многих задач участвуют частные линии плоскостей - это горизонталь и фронталь плоскости.



а) б) в)

Рис. 6. Взаимная принадлежность точек, прямых, плоскостей

Горизонталь Н - прямая, лежащая в данной плоскости и параллельная горизонтальной плоскости проекций π_1.

Фронталь F - прямая, лежащая в данной плоскости и параллельная фронтальной плоскости проекций π_2. На рисунке 7 показаны проекции горизонтали Н и фронтали F плоскости, заданной пересекающимися прямыми l и m.

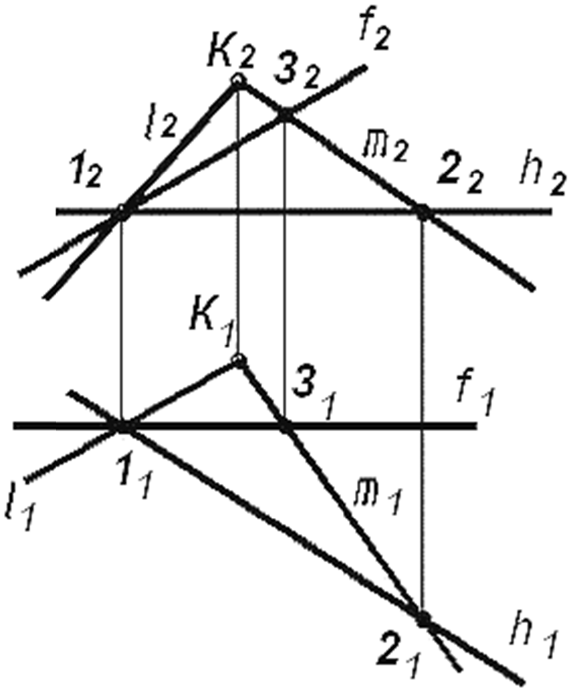


Рис. 7. Частные линии плоскости

1.5. Задачи к выполнению на 1-ом занятии

Задача №1. По своему варианту из таблицы 1 построить наглядное изображение и эпюр точки A (см. выше рис. 2). Масштаб выполнения 1:1.

Таблица 1

Данные к задаче 1 (координаты, мм)

№ варианта	**X**	**Y**	**Z**	**№ варианта**	**X**	**Y**	**Z**
1	30	20	20	11	40	10	15
2	40	10	25	12	35	0	50
3	50	0	35	13	20	60	40
4	15	35	50	14	25	20	50
5	60	20	10	15	10	50	20
6	0	25	35	16	0	40	25
7	10	50	45	17	50	20	15
8	20	40	15	18	60	35	10
9	60	15	0	19	40	15	60
10	10	40	20	20	35	10	0

Задача №2. По своему варианту из таблицы 2 построить эпюр отрезка AB (см. выше рис. 4, з). Определить, как отрезок располагается в пространстве и какую прямую (название прямой) задаёт. Масштаб выполнения 1:1.

Таблица 2

Данные к задаче 2 (координаты концов отрезка, мм)

№ варианта	**Точка A**			**Точка B**		
	X	**Y**	**Z**	**X**	**Y**	**Z**
1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**
1	30	40	30	40	20	15
2	35	0	25	35	30	30
3	50	20	40	20	0	40
4	15	35	50	25	30	50
5	0	20	40	10	50	20
6	60	25	35	0	40	25
7	10	50	45	50	20	15
8	20	35	15	20	35	10
9	60	45	0	40	15	60
10	10	40	20	35	40	30
11	30	20	20	40	0	45
12	40	60	25	35	20	50

Продолжение таблицы 2

1	2	3	4	5	6	7
13	50	0	35	20	60	40
14	15	35	50	25	20	0
15	60	50	0	10	50	20
16	10	25	35	10	40	35
17	30	50	45	50	20	45
18	0	40	35	60	35	10
19	60	15	0	40	15	30
20	20	40	60	35	60	20

Задача №3. По своему варианту из таблицы 3 построить две проекции (горизонтальную и фронтальную) плоскости, заданной треугольником ABC, и провести в этих проекциях проекции горизонтали и фронтали плоскости треугольника (см. выше рис. 7). Масштаб выполнения задачи 1:1.

Таблица 3

Данные к задаче 3 (координаты вершин треугольника, мм)

№ варианта	Точка A			Точка B			Точка C		
	X	Y	Z	X	Y	Z	X	Y	Z
1	10	35	50	25	15	20	60	40	0
2	20	30	60	15	50	25	0	35	10
3	15	50	0	40	20	60	35	30	25
4	60	10	35	50	0	40	15	25	5
5	50	35	15	55	60	10	25	0	20
6	30	15	45	10	25	50	0	20	60
7	25	0	20	15	50	35	60	5	45
8	40	60	25	0	45	15	5	35	50
9	20	35	50	60	40	0	25	30	15
10	0	10	15	30	55	20	50	60	25
11	50	15	35	40	0	60	10	25	45
12	25	40	0	60	50	15	35	10	5
13	60	50	10	25	45	35	15	0	15
14	30	15	60	35	10	0	50	25	20
15	0	5	50	20	30	25	60	15	35
16	10	25	40	15	0	50	30	35	60
17	50	35	0	25	60	10	15	20	45
18	35	30	15	60	40	25	0	55	10
19	15	60	10	35	5	45	40	25	0
20	20	40	25	0	10	15	30	50	60

Занятие № 2. «Натуральная величина плоскости»
2.1. Тема «Способ перемены (замены) плоскостей»

Теоретическое положение

При проецировании предмета на дополнительную плоскость проекций предмет не меняет своего положения в пространстве по отношению к плоскостям проекций, а исходная система основных плоскостей проекций дополняется новыми, дополнительными, плоскостями проекций, которые выбираются так, чтобы получить наиболее удобные виды дополнительных проекций.

Пример №3. Определение способом перемены плоскостей натуральной величины треугольника ABC, задающего плоскость общего положения.

План решения и построения

1. Введем в систему плоскостей проекций π_1 π_2 дополнительную плоскость так, чтобы она была перпендикулярна одновременно и одной из плоскостей проекций и плоскости, заданной треугольником, тогда последний спроецируется (отобразится) на новую плоскость отрезком прямой - плоскость треугольника станет проецирующей.

2. В новую систему плоскостей введем вторую дополнительную плоскость так, чтобы она была параллельна плоскости треугольника $A_4B_4C_4$, тогда новая плоскость треугольника станет плоскостью уровня и треугольник спроецируется на вторую дополнительную плоскость в действительную величину.

Подробное решение и определение натуральной величины треугольника показано на рисунке 8.

Построение

1. В проекциях треугольника ABC проведем проекции горизонтали H - h_2, h_1 (рис. 8, этап 1).

2. Введем в систему плоскостей проекций π_1 π_2 дополнительную плоскость π_4 так, чтобы π_4 была перпендикулярна к π_1 и к Δ ABC, тогда новая ось X_1 пройдет перпендикулярно h_1 (рис. 8, этап 1).

3. На эпюре на плоскости π_4 находим проекции вершин треугольника A_4, B_4, C_4. От оси X_1 откладываем для каждой точки координату Z, треугольник проецируется в прямую - $A_4C_4B_4$ (рис. 8, этап 2).

4. Введем в систему плоскостей вторую дополнительную плоскость π_5, которая параллельна Δ $A_4B_4C_4$ и перпендикулярна плоскости π_4, ось X_2 пройдет параллельно $|A_4C_4B_4|$ (рис. 8, этап 2).

5. На плоскость π_5 треугольник спроецируется в натуральную величину - Δ $A_5B_5C_5$ (рис. 8, этап 2).

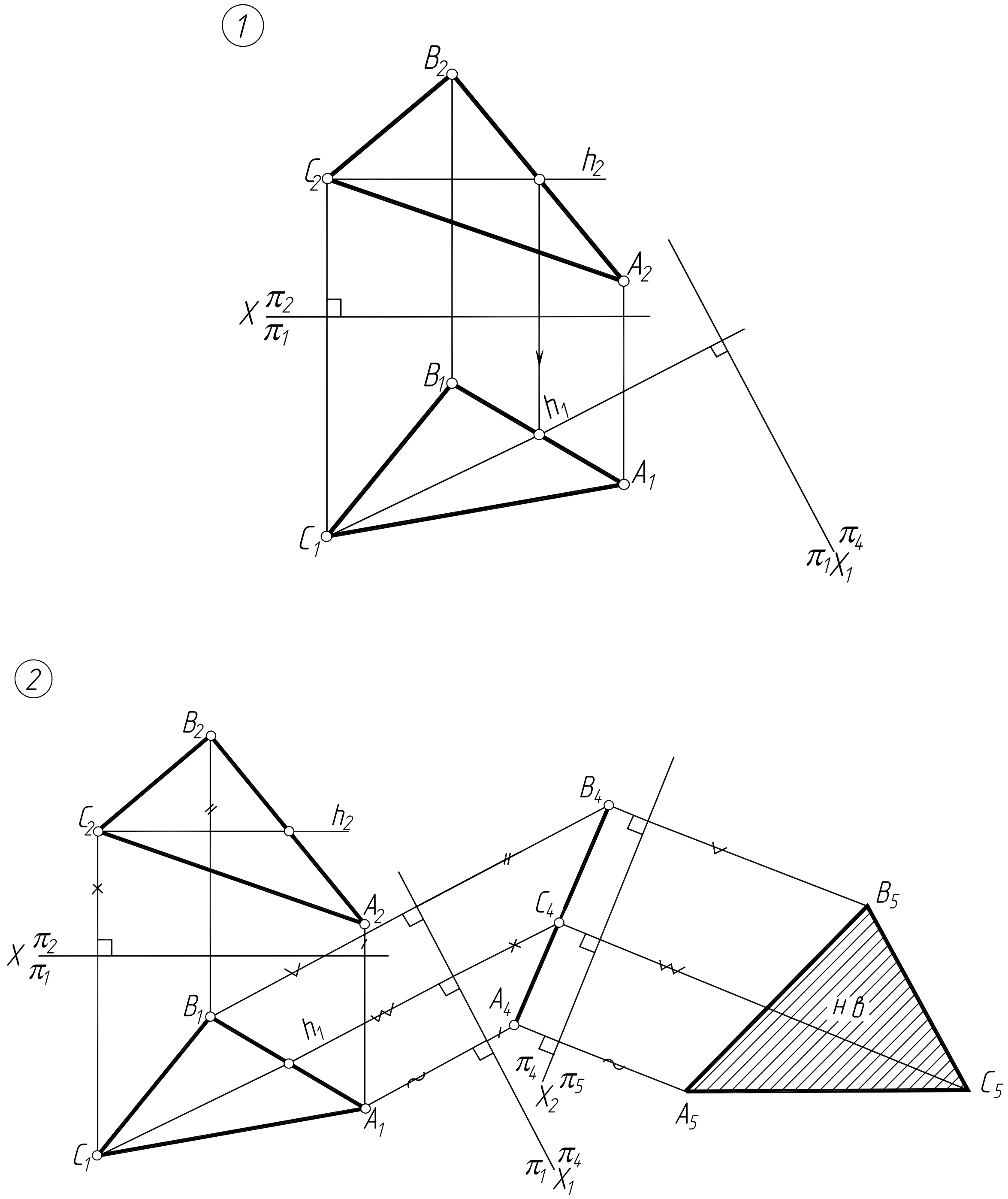


Рис. 8. Способ замены плоскостей

2.2. Тема «Способ вращения»

Теоретические положения

1. Вращением фигуры вокруг оси называется такое движение, при котором каждая точка фигуры перемещается по окружности, плоскость

которой перпендикулярна к оси вращения, центр расположен в точке пересечения оси вращения с плоскостью вращения, а радиус равен расстоянию от точки до оси вращения.

2. Свойства вращения:

- если вращать отрезок или плоскую фигуру вокруг оси, перпендикулярной к плоскости проекций, то проекция на эту плоскость не меняется ни по виду, ни по величине - изменяется лишь положение;

- все точки другой проекции перемещаются по прямым линиям, параллельным оси проекций и перпендикулярным оси вращения, и проекция изменяется как по форме, так и по величине.

Пример №4. Определение натуральной величины треугольника ABC, задающего плоскость общего положения, способом вращения.

План решения и построения

1. Сделаем плоскость треугольника ABC проецирующей, вращая ее вокруг проецирующей оси i (i_1; i_2), которую для удобства построения выберем проходящей через одну из вершин треугольника.

2. Затем плоскость треугольника ABC повернем до плоскости уровня, чтобы определить его натуральную величину.

Построение (рис. 9)

1. Выбираем ось вращения i, которая перпендикулярна одной из плоскостей проекций, например π_2, и проходит через вершину A Δ ABC (т. A, находясь на оси, при вращении Δ ABC остается на месте) (рис. 9, этап 1).

2. Через вершину A проводим линию уровня, в нашем случае фронталь F(f_1, f_2) (рис. 9, этап 1).

3. Фронталь вращаем до проецирующего положения, т.е. на эпюре проекция фронтали f_2 повернута до положения перпендикуляра к оси проекции X (рис. 9, этап 1).

4. На базе новой проекции $\overline{f_2}$ строим с помощью засечек Δ $\overline{A_2}\overline{B_2}\overline{C_2}$ конгруэнтный треугольнику $A_2B_2C_2$. Горизонтальная проекция Δ ABC спроецировалась отрезком прямой $\overline{C_1}\,\overline{A_1}\overline{B_1}$ (рис. 9, этап 1).

5. Выбираем вторую ось вращения i′, перпендикулярную π_1. Пусть она проходит через вершину треугольника $\overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}$ - $\overline{B}$ (рис. 9, этап 2).

6. Повернем горизонтальную проекцию треугольника $\overline{C_1}\overline{A_1}\overline{B_1}$ до параллельности с осью X, получим новую проекцию | $\overline{\overline{B_1}}\ \overline{\overline{A_1}}\overline{\overline{C_1}}$ |. Проекция Δ $\overline{\overline{A_2}}\ \overline{\overline{B_2}}\ \overline{\overline{C_2}}$ является натуральной величиной заданного треугольника (рис. 9, этап 2).

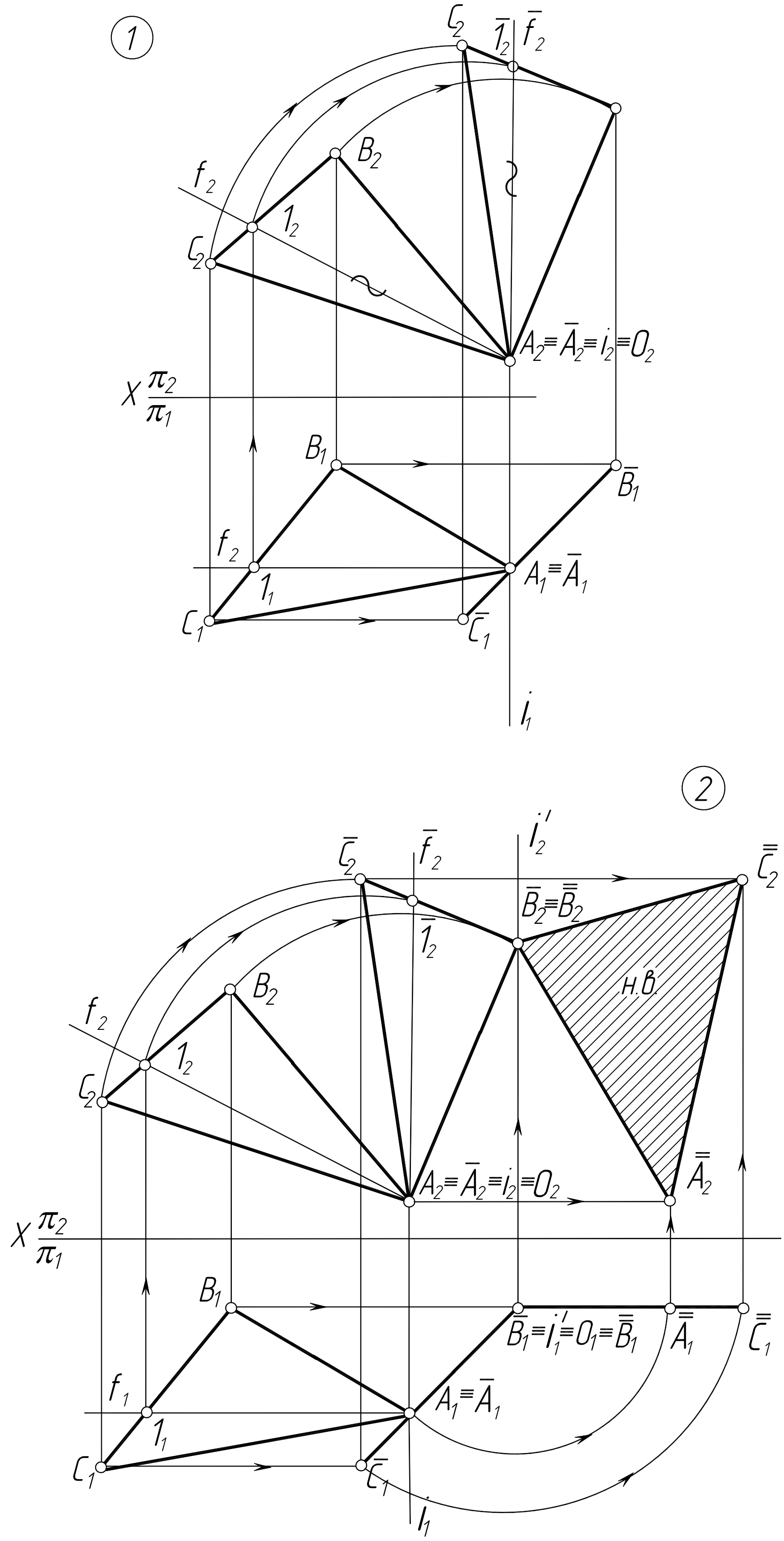


Рис. 9. Способ вращения

2.3. Тема «Способ плоскопараллельного перемещения»

Теоретические положения

1. Плоскопараллельным перемещением называется такое перемещение, при котором все точки перемещаются в параллельных плоскостях. При таком перемещении движется сам предмет, плоскости проекций остаются неподвижными.

2. Способ вращения без указания осей, радиусов и центров вращения (при этом соблюдаются все свойства и правила) можно рассматривать как частный случай плоскопараллельного перемещения.

Пример №5. Определение натуральной величины треугольника ABC, задающего плоскость общего положения, способом перемещения.

План решения и построения

1. Переместим плоскость, заданную треугольником ABC, из общего положения в частное проецирующее положение, чтобы одна из ее проекций стала прямой линией.

2. Вторым перемещением плоскость треугольника приведем в положение плоскости уровня, тогда одна из проекций треугольника будет в натуральную величину.

Построение (рис. 10)

1. В проекциях Δ ABC через вершину C проводим проекции горизонтали H (h_2, h_1) (рис. 10, этап 1).

2. Перемещаем проекцию Δ $A_1B_1C_1$ в новое положение так, чтобы $\overline{h}_1$ расположилась вертикально, при этом размеры проекции остаются неизменными. При таком положении горизонтали заданная плоскость стала фронтально проецирующей и на π_2 спроецировалась отрезком прямой - $\overline{B}_2\overline{C}_2\overline{A}_2$ (рис. 10, этап 2).

3. Перемещаем проекцию $\overline{B}_2\overline{C}_2\overline{A}_2$ параллельно оси X - получаем $\overline{\overline{B}}_2\overline{\overline{C}}_2\overline{\overline{A}}_2$ (рис. 10, этап 3).

4. После этого перемещения плоскость треугольника стала горизонтальной плоскостью уровня и проекция Δ $\overline{\overline{A}}_1\overline{\overline{B}}_1\overline{\overline{C}}_1$ - это натуральная величина Δ ABC (рис. 10, этап 3).

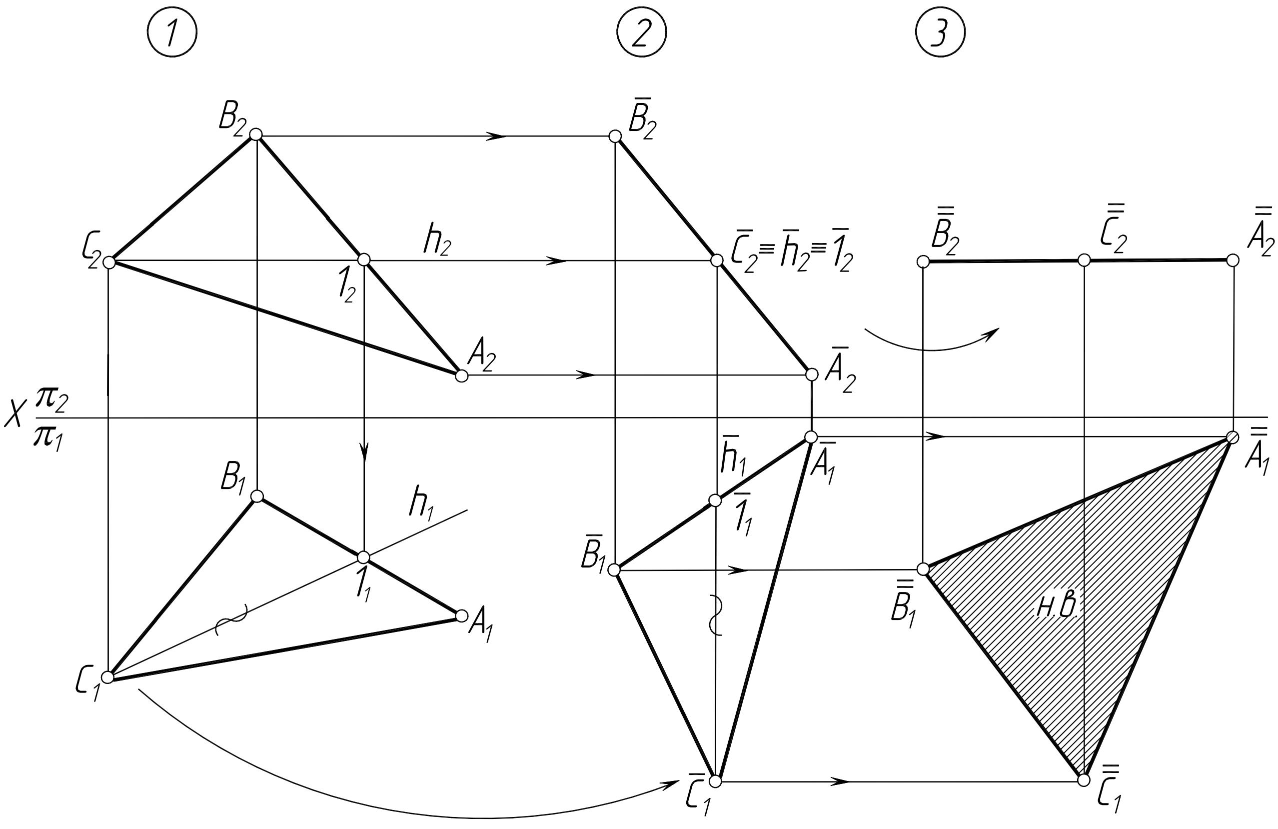


Рис. 10. Способ перемещения

2.4. Задачи к выполнению на 2-ом занятии

Задача №4. По своему варианту из таблицы 3 построить две проекции (горизонтальную и фронтальную) плоскости, заданной треугольником АВС, и определить его натуральную величину способом перемены плоскостей (см. выше рис. 8). Масштаб выполнения задачи 1:1.

Задача №5. По своему варианту из таблицы 3 построить две проекции (горизонтальную и фронтальную) плоскости, заданной треугольником АВС, и определить его натуральную величину способом вращения (см. выше рис. 9). Масштаб выполнения 1:1.

Задача №6. По своему варианту из таблицы 3 построить две проекции (горизонтальную и фронтальную) плоскости, заданной треугольником АВС, и определить его натуральную величину способом плоскопараллельного перемещения (см. выше рис. 10). Масштаб выполнения 1:1.

Занятие № 3. «Геометрические тела»
3.1. Тема «Точки на геометрических телах»

Пример №6. Построение точек на поверхности прямой пирамиды (рис. 11).

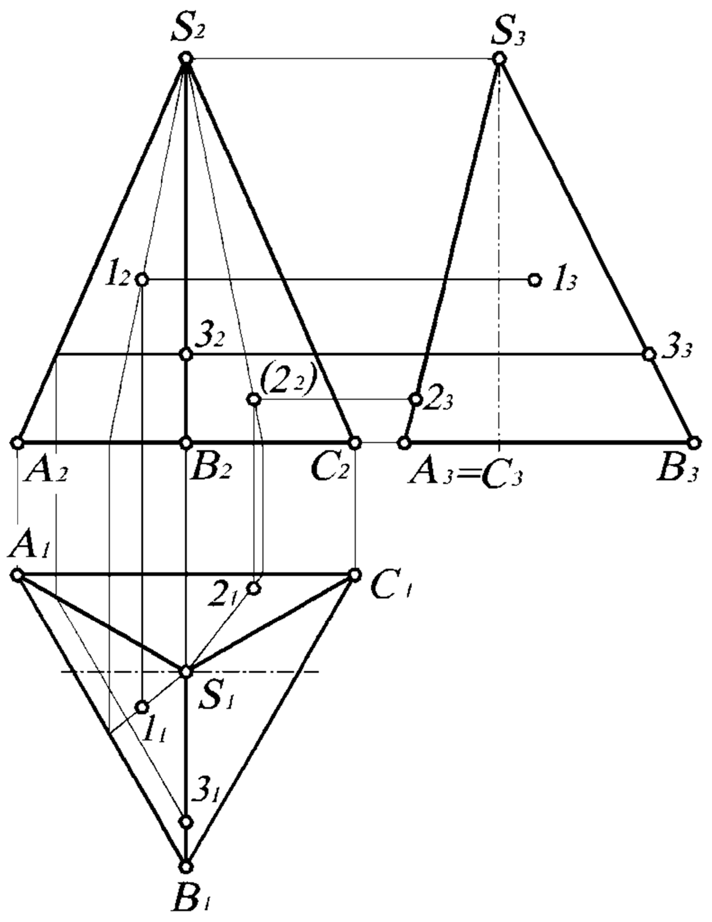


Рис. 11. Построение точек на поверхности пирамиды

Пусть заданы проекции пирамиды SABC и фронтальные проекции точек 1, 2, 3, лежащих на поверхности пирамиды. Надо построить отсутствующие горизонтальные и профильные проекции заданных точек. Для определения положения горизонтальной проекции 1_1 используем вспомогательную линию: проведем через проекции вершины S_2 и точки 1_2 прямую до пересечения с проекцией A_2B_2 основания. Затем по линии связи получим горизонтальную проекцию этой точки на A_1B_1. Соединив полученную точку с проекции вершины S_1, будем иметь горизонтальную проекцию вспомогательной линии. На ней и лежит проекция точки 1_1, положение которой определим по линии связи из 1_2. Аналогично можно построить горизонтальную проекцию 2_1, с учетом того, что проекция (2_2) невидимая. Значит, точка 2 лежит на грани SAC. В остальном построения полностью повторяют предыдущие. По двум проекциям точек, строим третью проекцию на плоскости проекций π_3.

Для определения положения горизонтальной проекции 3_1 можно использовать линию, параллельную основанию. Через проекцию 3_2 проводят прямую, параллельную A_2B_2, до пересечения с ребром S_2A_2. Затем на ребре S_1A_1 по линии связи получают горизонтальную проекцию точки пересечения, через которую проводят прямую параллельно A_1B_1. Поскольку точка 3 лежит на этой прямой и на ребре SB, получаем на S_1B_1 проекцию точки 3_1. Следует заметить, что горизонтальную проекцию 3_1 можно найти через профильную проекцию.

3.2. Тема «Пересечение поверхностей плоскостью»

Пример №7. Построение линии пересечения поверхности сферы фронтально проецирующей плоскостью (рис. 12).

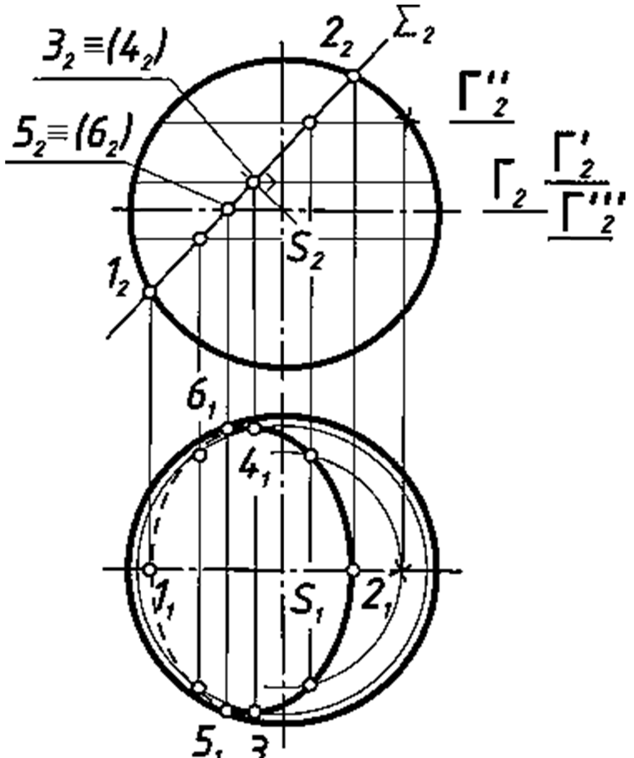


Рис. 12. Построение линии пересечения сферы плоскостью

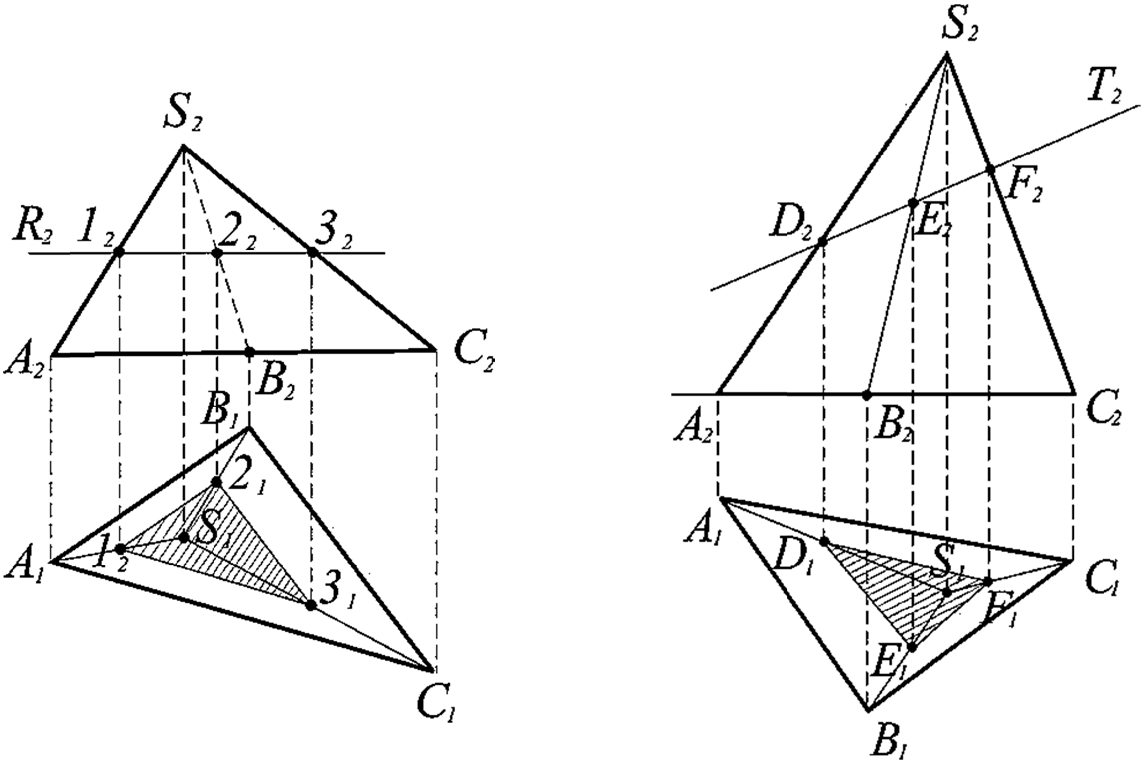
Рассмотрим пример построения линии пересечения поверхности сферы фронтально проецирующей плоскостью Σ. Любая плоскость, в том числе Σ, пересекает сферу по окружности.

В нашем случае окружность проецируется на плоскость π_1 в виде эллипса. Строим опорные точки линии сечения. Проекции диаметров окружности (12) и (34) определяют величину большой и малой оси эллипса.

Точки 1 и 2 - это высшая и низшая точки линии сечения. Они лежат во фронтальной плоскости симметрии сферы. Фронтальные проекции точек 3 и 4 расположены на середине отрезка 12.

Горизонтальные проекции этих точек построены с помощью параллели, полученной при пересечении сферы вспомогательной горизонтальной плоскостью Г'. Точки 3 и 4, разделяющие на π_1 видимую и невидимую части эллипса, лежат во вспомогательной плоскости Г на экваторе сферы. Промежуточные точки линии сечения находят аналогично с помощью горизонтальных плоскостей-посредников Г'', Г''' на параллелях сферы.

Пример №8. Построение линий пересечения многогранников фронтально проецирующими плоскостями (рис. 13).



а) б)

Рис. 13. Пересечения многогранников плоскостями

При пересечении многогранника плоскостью в сечении получается плоская фигура, ограниченная линиями пересечения секущей плоскости с гранями многогранника. Линия пересечения многогранника плоскостью определяется по точкам пересечения рёбер многогранника (метод рёбер) или по линиям пересечения граней многогранника с данной плоскостью (метод граней).

Фигуру, полученную от пересечения многогранника плоскостью, называют многоугольником (фигурой) сечения, иногда упрощенно, сечением. Если секущая плоскость параллельна плоскости проекций, то фигура сечения проецируется на эту плоскость проекций без искажения - в натуральную величину (рис. 13, а). В противном случае сечение проецируется с искажением (рис. 13, б).

3.3. Тема «Кривые на поверхностях тел»

Пример №9. Построение проекций точек и линии, лежащих на поверхности прямого конуса (рис. 14).

Построим отсутствующие проекции точек A и B, расположенных на поверхности прямого кругового конуса, если известно положение A_2 и B_2. Для построение горизонтальной проекции точки, например А, необходимо через ее фронтальную проекцию провести горизонтальную линию. Тогда на π_1 эта линия 12 представляет собой дугу окружности диаметром $1_2 2_2 = 1_1 2_1$. По линии связи на ней находим A_1. Аналогично, проводя дугу окружности радиусом $S_1 3_1$, равным расстоянию от оси конуса до точки 3_2 на его контуре, определяем положение на ней точки B_1. По этим проекциям находим положение профильных проекций A_3, B_3.

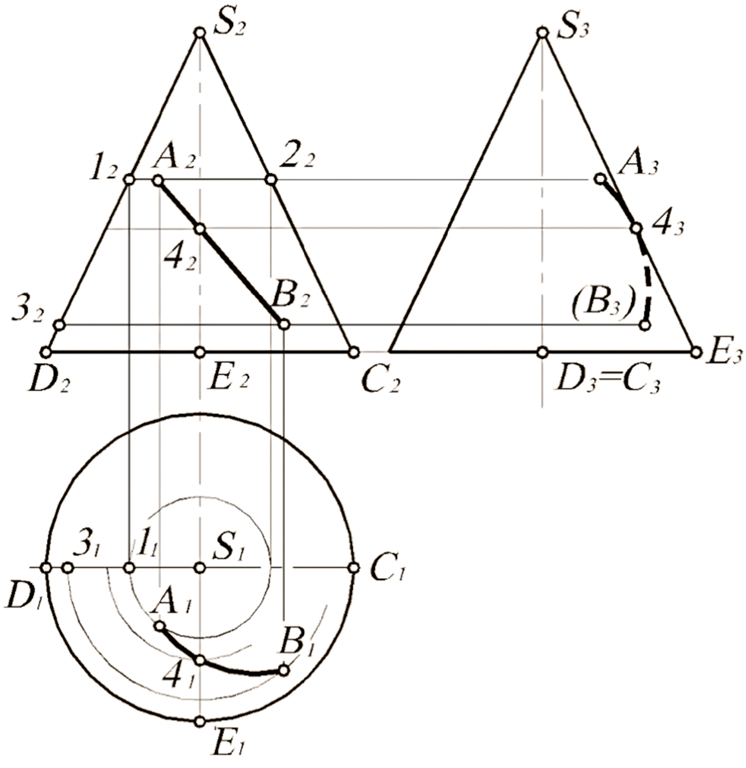


Рис. 14. Построение проекций точек и линии на поверхности конуса

Выбрав на линии A_2B_2 промежуточную точку 4_2, найдем 4_1 так же, как сделали это для точек А и В. Соединив точки A_1, 4_1, B_1, получим горизонтальную проекцию линии AB. По фронтальной проекции 4_2, лежащей на S_2A_2, находим профильную проекцию 4_3, лежащую на S_3A_3.

Теперь проекции точек на плоскостях π_1 и π_3 можно соединить линией. При соединении точек линией всегда надо руководствоваться правилом: на каждой проекции точки, принадлежащие линии, следует соединять в одинаковой последовательности. Если на фронтальной проекции точка 4 является промежуточной на линии, то она будет промежуточной и на других проекциях. Следует учитывать видимость линии на плоскостях проекций.

3.4. Тема «Пересечение поверхности прямой»

Пример №10. Построение точек пересечения сферы прямой линией (рис. 15).

Прямая линия может пересекать поверхность в одной, двух и более точках.

Задача решена в три этапа аналогично тому, как построена точка пересечения прямой линии с плоскостью.

Алгоритм решения

1. Линия m заключена во вспомогательную секущую плоскость Θ.
2. Построена линия b пересечения данной поверхности сферы и вспомогательной плоскости Θ.
3. Отмечены точки M и N пересечения данной прямой m и построенной линии b. Это искомые точки пересечения.

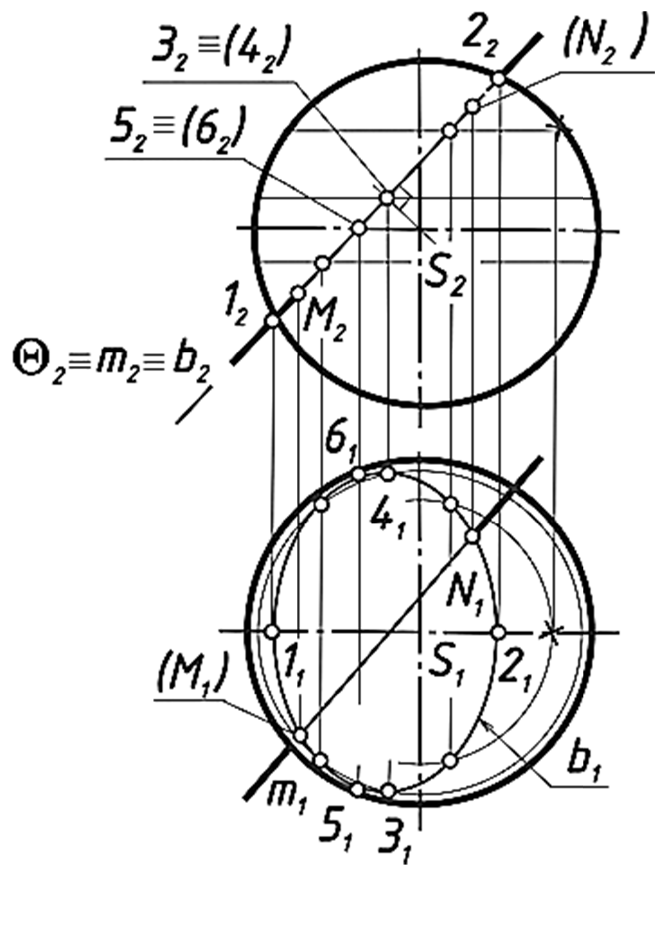


Рис. 15. Определение точек пересечения сферы прямой

Определена видимость частей прямой m, находящихся снаружи поверхности сферы. Участок прямой внутри сферы принято показывать тонкой линией.

Пример №11. Построение точек пересечения многогранника прямой линией (рис. 16).

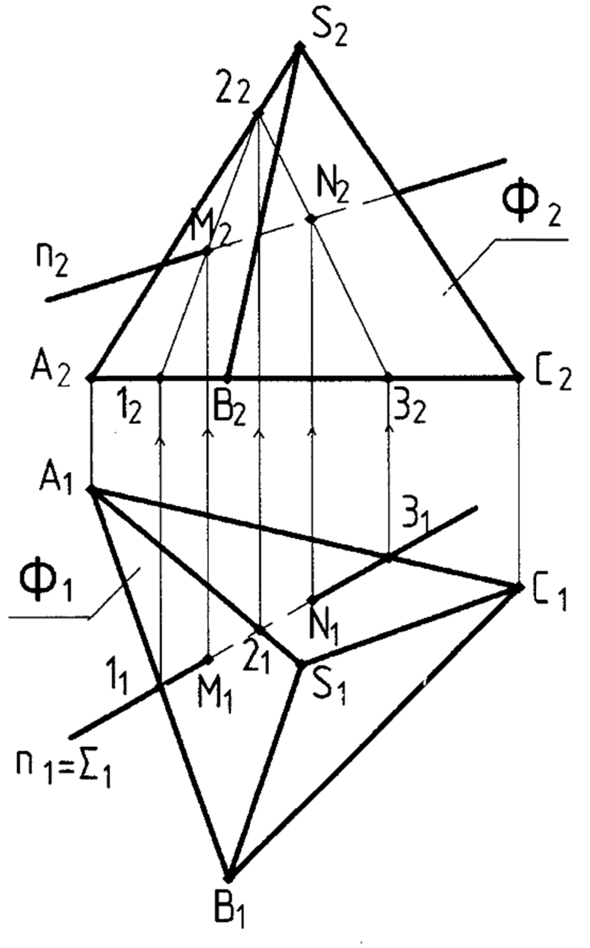


Рис. 16. Построение точек пересечения многогранника прямой

Задачи на определение точек пересечения прямой линии с многогранником решают в соответствии с алгоритмом построения точки пересечения прямой с плоскостью. Выпуклые многогранники пересекаются прямой линией в двух точках M и N.

На рисунке 16 прямая n заключена в горизонтально проецирующую плоскость Σ. На фронтальной проекции простроена проекция сечения пирамиды этой плоскостью - Δ $1_2 2_2 3_2$. Определены фронтальные проекции точек пересечения прямой n со сторонами Δ123 - M_2 и N_2. Горизонтальные проекции этих точек и видимость прямой n найдены путем ортогонального проецирования.

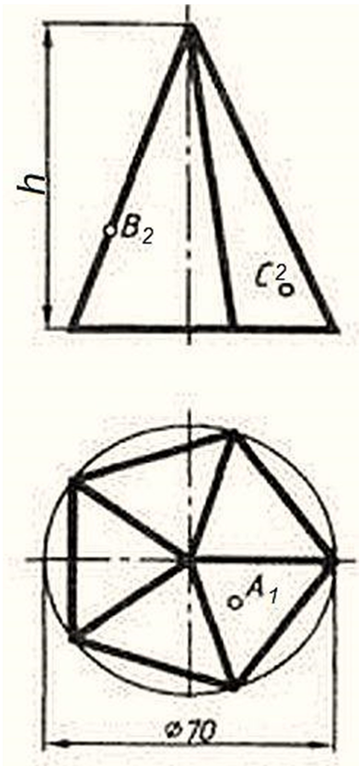
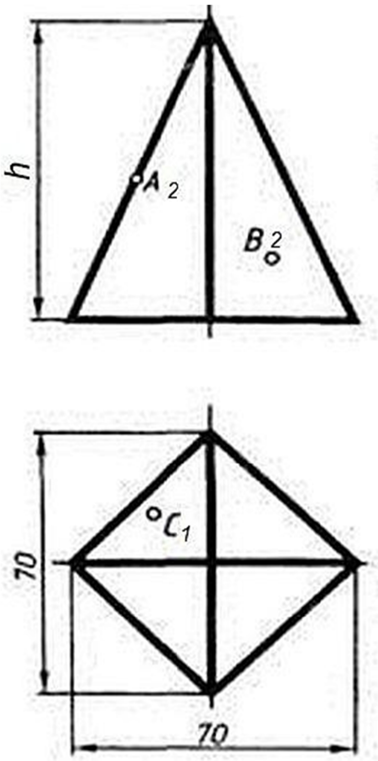
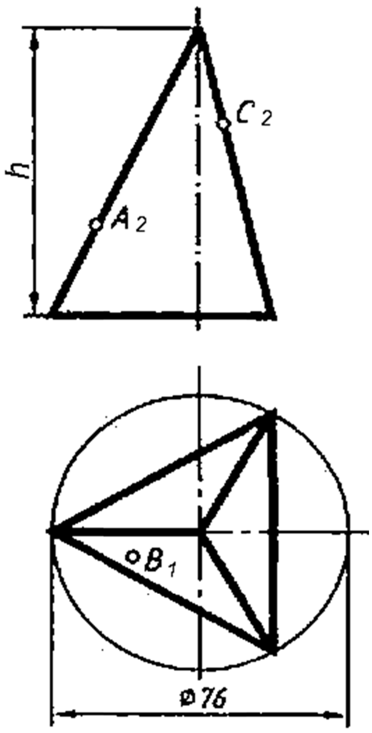
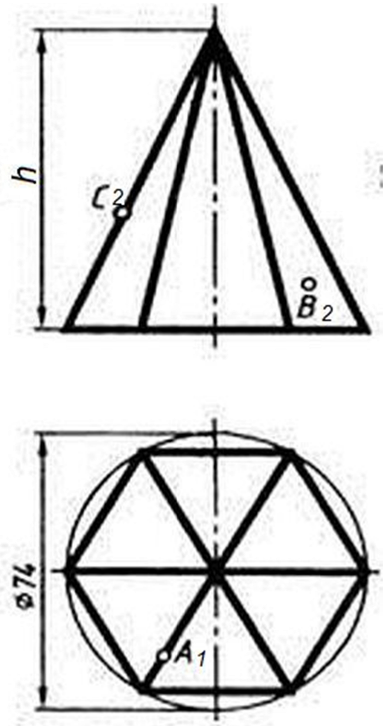
3.5. Задачи к выполнению на 3-ом занятии

Задача №7. Построить вторые проекции точек, принадлежащих поверхности. Исходные данные в таблице 4. Масштаб выполнения задачи 1:1.

Считать все заданные проекции точек видимыми. Если проекция точки располагается на невидимой плоскости геометрической фигуры, то ее следует обозначать зачерненным кружочком. При выполнении применять все известные способы определения проекций: образующих, секущих плоскостей, линий-посредников, линий-связи и др. (см. выше рис. 11).

Таблица 4

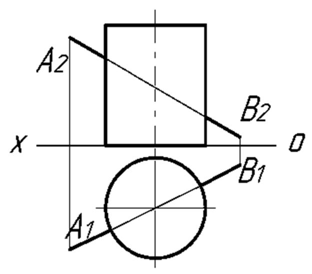
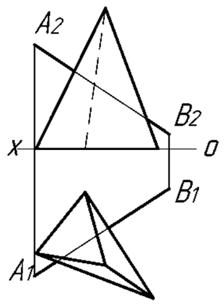
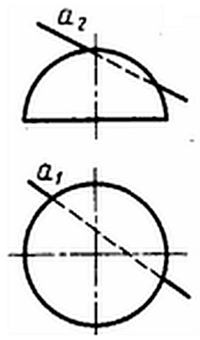
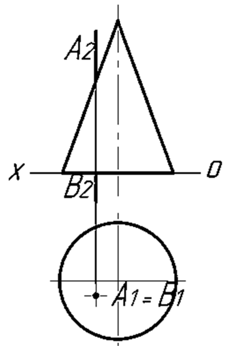
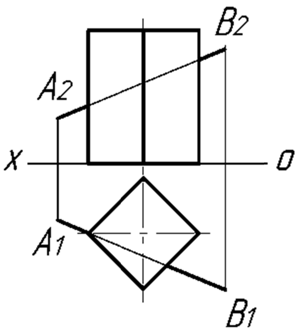
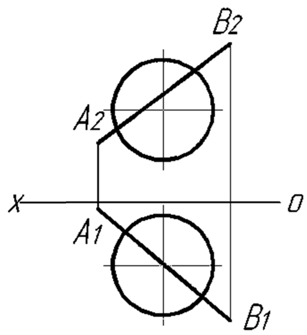
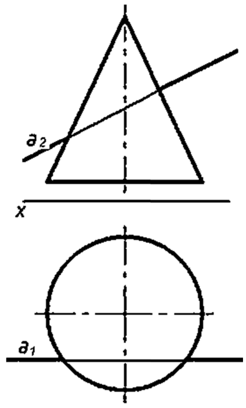
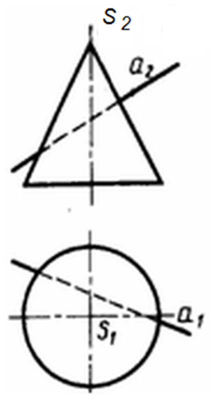
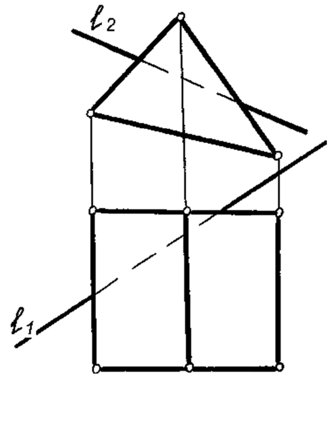
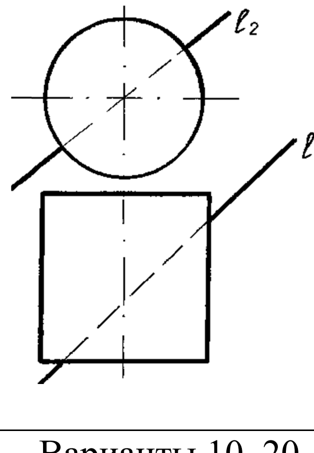
Данные к задаче 7

№ варианта	Проекции фигуры	h, мм	№ варианта	Проекции фигуры	h, мм
1		70	11		85
2		75	12		65
3		80	13		75
4		65	14		70
5		85	15		80
6		65	16		70
7		75	17		85
8		70	18		80
9		85	19		65
10		80	20		75

Задача №8. Определить точки пересечения прямой с данной фигурой. Согласно своему варианту (таблица 5) перечертить две проекции (горизонтальную и фронтальную) фигуры и прямой линии.

Таблица 5

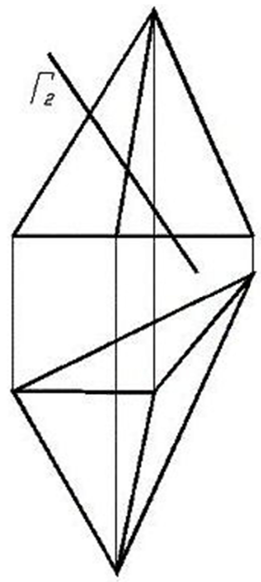
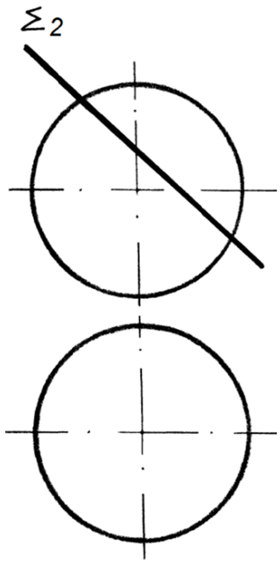
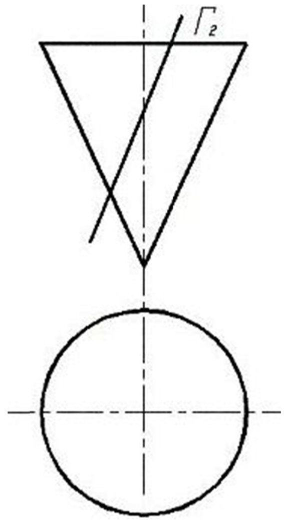
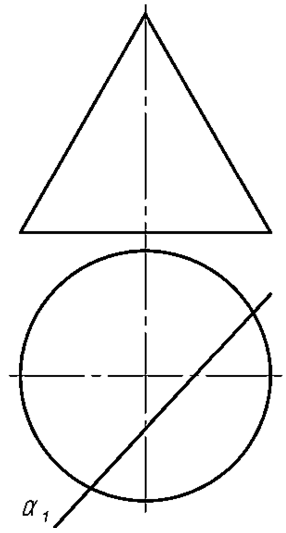
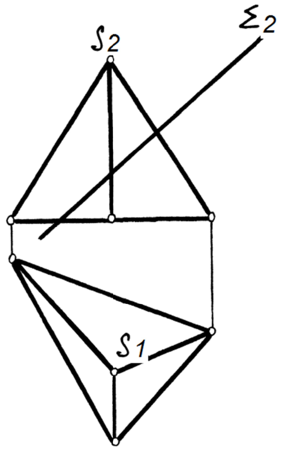
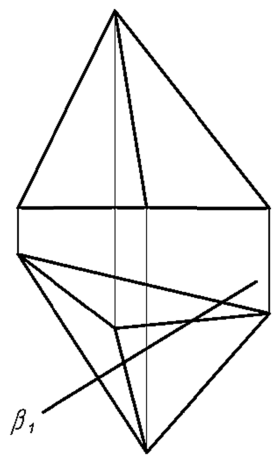
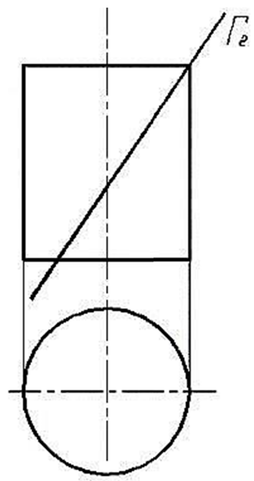
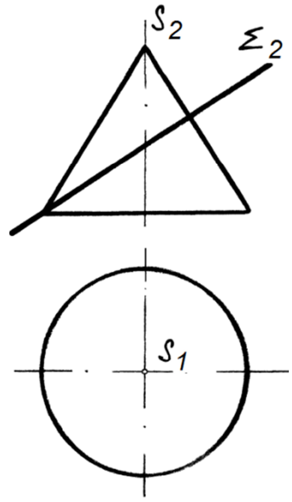
Исходные данные к задаче 8

<table>
<tr><td colspan="4">Проекции геометрической фигуры и пересекающей ее прямой</td></tr>
<tr>
<td></td>
<td></td>
<td></td>
<td></td>
</tr>
<tr><td>Варианты 1, 11</td><td>Варианты 2, 12</td><td>Варианты 3, 13</td><td>Варианты 4, 14</td></tr>
<tr>
<td></td>
<td></td>
<td></td>
<td></td>
</tr>
<tr><td>Варианты 5, 15</td><td>Варианты 6, 16</td><td>Варианты 7, 17</td><td>Варианты 8, 18</td></tr>
<tr>
<td colspan="2"></td>
<td colspan="2"></td>
</tr>
<tr><td colspan="2">Варианты 9, 19</td><td colspan="2">Варианты 10, 20</td></tr>
</table>

Задача №9. Построить сечение геометрической фигуры плоскостью. Согласно своему варианту из таблицы 6 перечертить две проекции геометрической фигуры и след заданной плоскости.

Таблица 6

Исходные данные к задаче 9

Проекции геометрической фигуры и пересекающей ее плоскости			
			
Варианты 1, 11	Варианты 2, 9, 12	Варианты 3, 13	Варианты 4,10, 14
			
Варианты 5, 15	Варианты 6, 16, 19	Варианты 7, 17	Варианты 8,18, 20

Занятие № 4. «Чертежи геометрических тел»

4.1. Тема «Развертка поверхностей»

Пример №12. На рисунке 17 приведен один из вариантов построения развертки прямого кругового конуса.

Для построения ее используем то, что очерковая образующая конуса на фронтальной плоскости изобразилась в натуральную величину. Выбрав положение вершины развертки - точку S, радиусом, равным величине образующей, проводим дугу и откладываем на ней 12 равных частей, на которые предварительно разделили окружность основания конуса, изображенного на горизонтальной плоскости π_1 в натуральную величину.

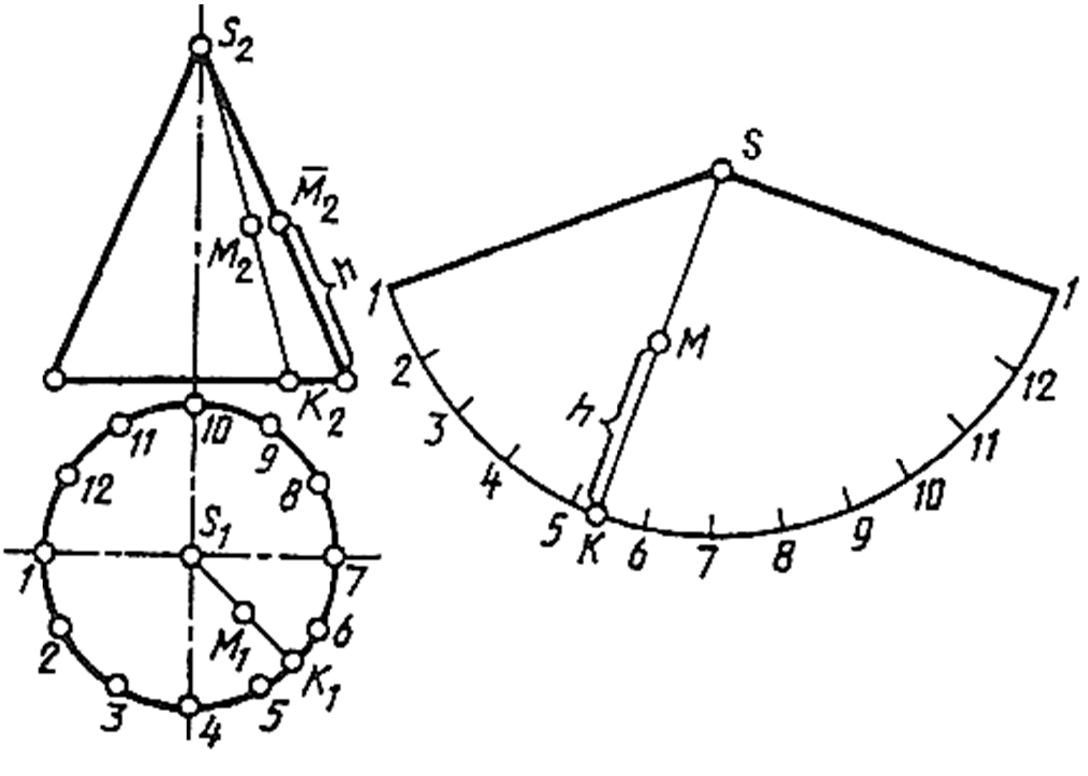


Рис. 17. Нахождение точки на развертке конуса

Положение точки M на развертке поверхности конуса определим следующим образом: через фронтальную проекцию точки проведем образующую и построим горизонтальную ее проекцию. Видим, что образующая пересекла основание конуса между точками 5 и 6. Точку K переносим на дугу развертки, расположив ее между точками 5 и 6, и соединим с вершиной конуса развертки S. Из проекции точки M_2 проведем горизонтальную линию до пересечения с очерковой образующей и получим новое положение фронтальной проекции точки M. Расстояние от основания конуса до этой проекции по образующей является высотой точки - h, которую откладываем на развертке от точки K на линии KS - это истинное положение точки M на развертке.

Таким образом, развертку конической поверхности построим с помощью соседних точек окружности основания, в которую мысленно вписан правильный двенадцатиугольник. Коническая поверхность условно заменена поверхностью, а именно, правильной двенадцатиугольной пирамидой, а для построения развертки применен способ треугольников.

Пример №13. На рисунке 18 изображена развертка трехгранной призмы правильной формы. Ребра ее AA, BB, CC параллельны фронтальной плоскости π_2 проекций и проецируются на нее в натуральную величину, а нижнее ABC и верхнее A'B'C' основания параллельны горизонтальной плоскости проекций π_1 и проецируются на нее в натуральную величину. Точка M на развертке трехгранной призмы строится обычным способом.

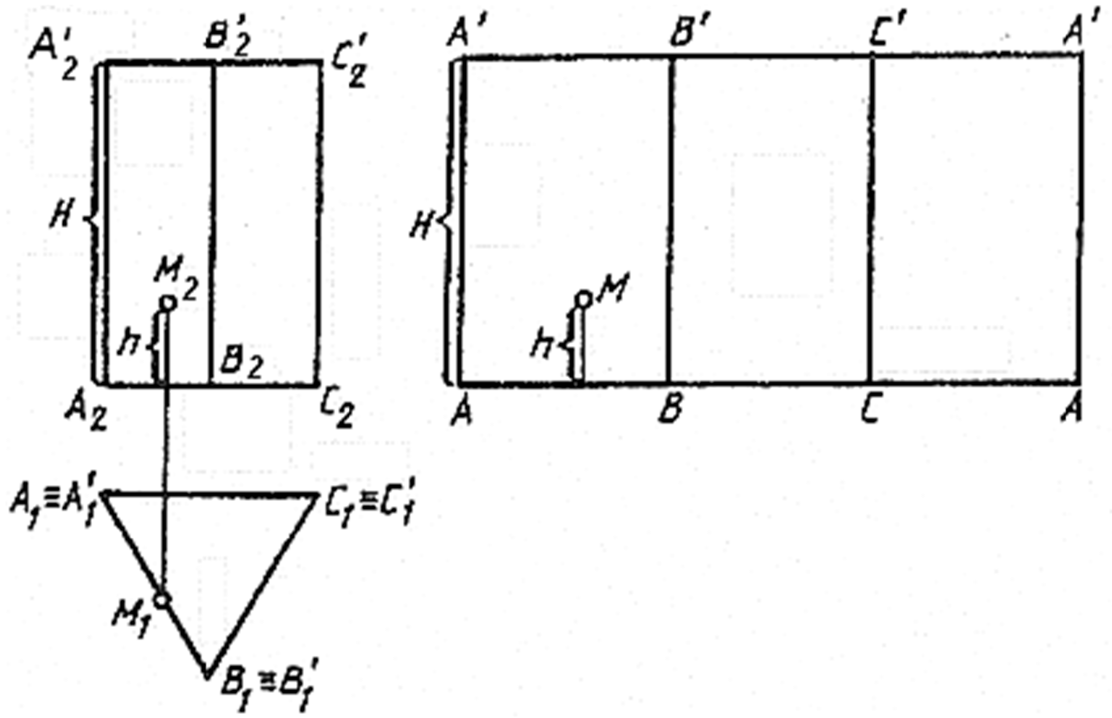


Рис. 18. Развертка трехгранной призмы

Пример №14. Построение развертки боковой поверхности пирамиды SABC (рис. 19).

Для построения развертки поверхности пирамиды используют способ треугольников (триангуляции). Развертка боковой поверхности пирамиды - это плоская фигура, состоящая из треугольников. Построение развертки поверхности пирамиды сводится к определению действительной величины ребер пирамиды и построению по трем известным сторонам треугольников - граней пирамиды.

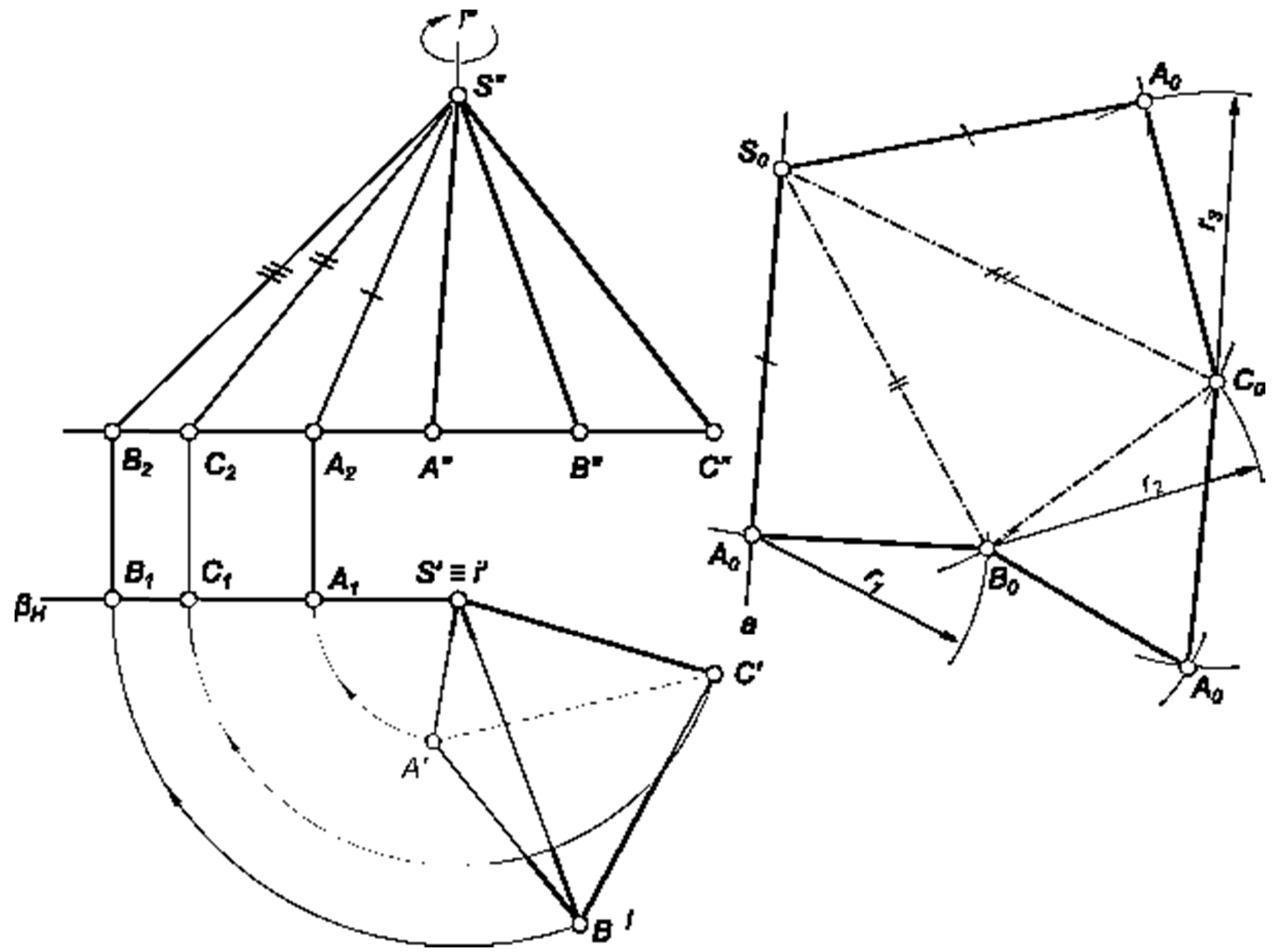


Рис. 19. Развертка боковой поверхности пирамиды

Вращаем ребра вокруг оси i (i⊥H и i∋S) и совмещаем с плоскостью β (плоскость β‖π_2 и β∋i). Определяем действительные величины ребер пирамиды [S"A_2], [S"B_2] и [S"C_2]. Приступая к построению развертки, проводим произвольную прямую *a*. Откладываем на ней S_0, затем от точки S_0 отрезок [S_0A_0]≅ [S"A_2]. Из точки A_0 проводим дугу радиусом r_1=A`B`, а из точки S_0 дугу радиусом R_1=S"B_2. Пересечение дуг укажет положение вершины B_0 $\Delta S_0A_0B_0$ ($\Delta S_0A_0B_0 \cong \Delta SAB$ - грани пирамиды). Аналогично определяем положение точек C_0 и A_0. Соединяя все точки, получим развертку боковой поверхности. Присоединив к какой-либо стороне (ребру) основание (ΔABC), получаем полную развертку поверхности пирамиды SABC.

Пример №15. Построение развертки прямого кругового цилиндра приведено на рисунке 20. Высота цилиндра - H, на фронтальную плоскость проекций π_2 она проецируется в натуральную величину. Нижнее и верхнее основания параллельны горизонтальной плоскости проекций π_1 и на нее проецируются в натуральную величину.

Развертку цилиндрической поверхности строим с помощью хорд, соединяющих соседние точки деления окружности оснований, в который вписан правильный двенадцатиугольник. В этом случае цилиндрическая поверхность условно заменена поверхностью вписанной правильной двенадцатигранной призмы, и развертка цилиндрической поверхности построена способом триангуляции.

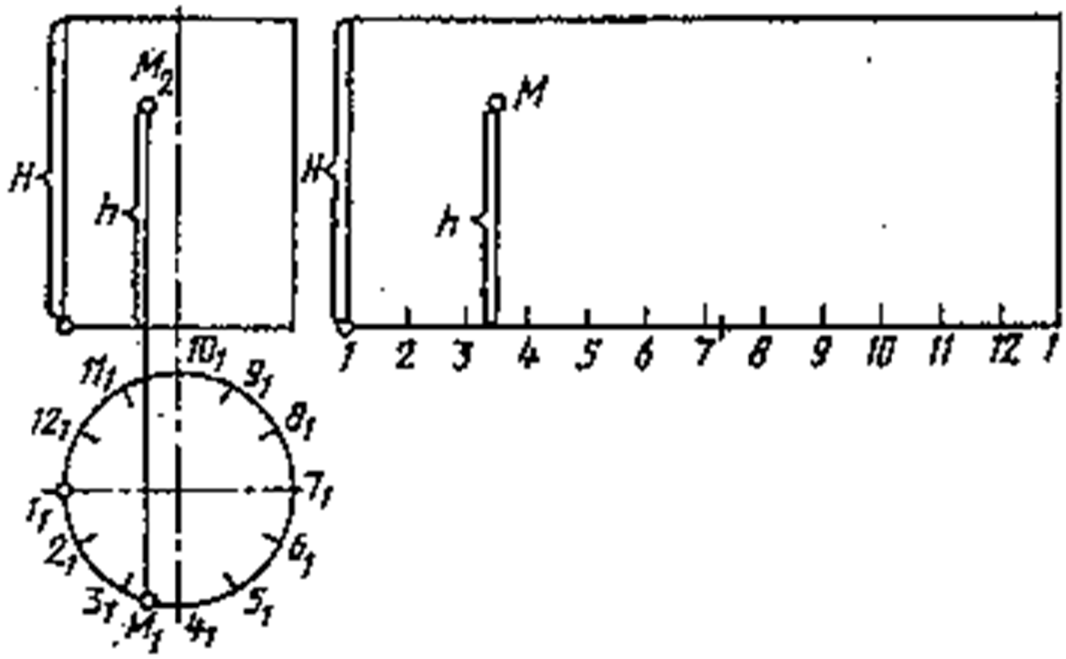


Рис. 20. Развертка цилиндра

Пример №16. Построение развертки шара (рис. 21). Шар (сфера) относится к геометрическим телам, поверхности которых не могут быть точно развернуты на плоскости без складок и разрывов. Приближенные развертки шара строят различными способами. Один из них - это способ веретен, который основан на том, что поверхность шара заменяют поверхностью большого количества полос, суживающихся к полюсам и имеющих наибольшую ширину на экваторе.

На чертеже поверхность шара разделена на 12 равных частей, одна из которых изображена. Как видно, она расположена симметрично относительно фронтального меридиана. Делим фронтальную проекцию полосы на равные части и определяем длину образующих в точках деления. Очевидно, что длина образующих проецируется без искажения на плоскость π_1. Развертываем цилиндрическую полосу (рис. 21, б), беря вертикальные размеры с фронтальной проекции шара, а горизонтальные 2_03_0, 4_05_0 и 6_07_0 с горизонтальной проекции шара.

Аналогично строим нижнюю часть развертки. Полученные точки соединяем плавной кривой. Развертка шара по форме напоминает веретено.

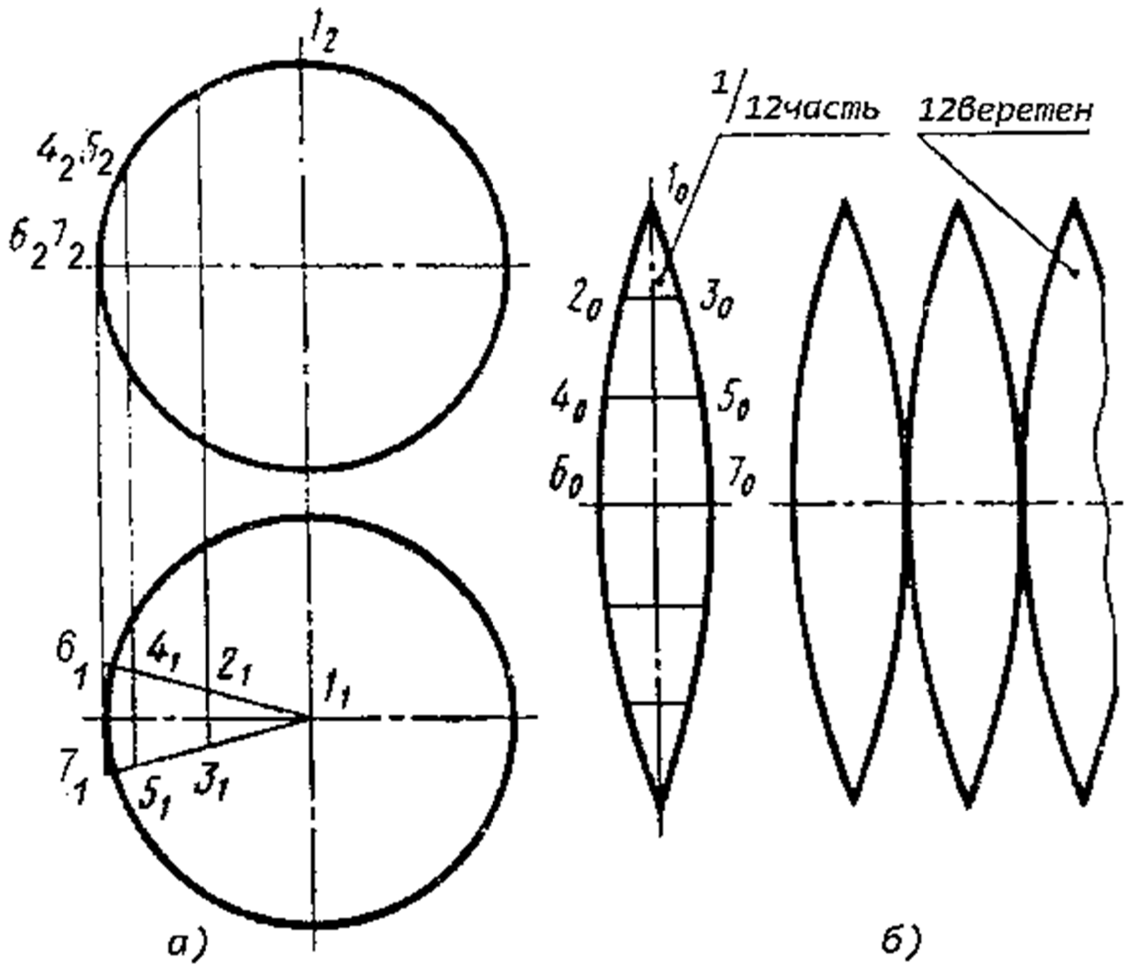


Рис. 21. Способ веретен

4.2. Тема «Чертежи геометрических тел с вырезами»

Пример №17. Построение трех проекций сферы (шара) со сквозным вырезом (рис. 22).

Перед построением горизонтальной и профильной проекции выреза необходимо проанализировать положение плоскостей, ограничивающих этот вырез. Сквозной вырез ограничен тремя плоскостями, одна из которых плоскость уровня, а остальные - фронтально проецирующие. Линия пересечения сферы с плоскостью - окружность, которая проецируется на плоскость проекций в прямую, если секущая плоскость перпендикулярна плоскости проекций, в окружность, если - параллельна, в эллипс, если секущая плоскость расположена под углом к плоскости проекций.

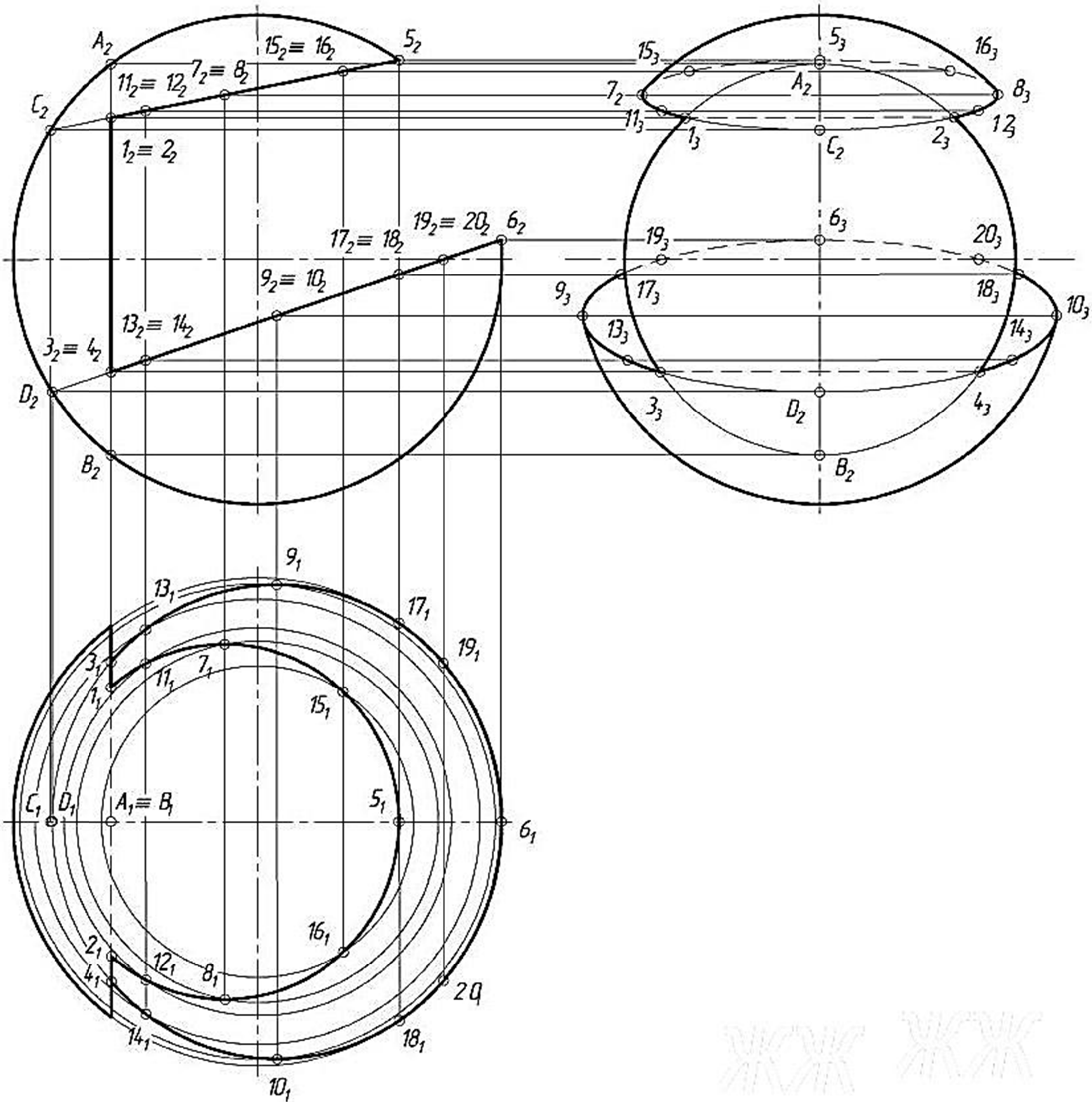


Рис. 22. Сфера со сквозным вырезом

4.3. Задачи к выполнению на 4-ом занятии

Задача №10. Построить развертку геометрической фигуры (данные из таблицы 6) и показать точки от пересечения прямой с фигурой на развертке. Задача 10-я - это продолжение задачи 9-ой.

Задача №11. Построить три проекции сферы со сквозными вырезами. Достроить проекции этого выреза на горизонтальной и профильной проекциях сферы (см. выше рис. 22). Исходные данные к задаче на рисунке 23.

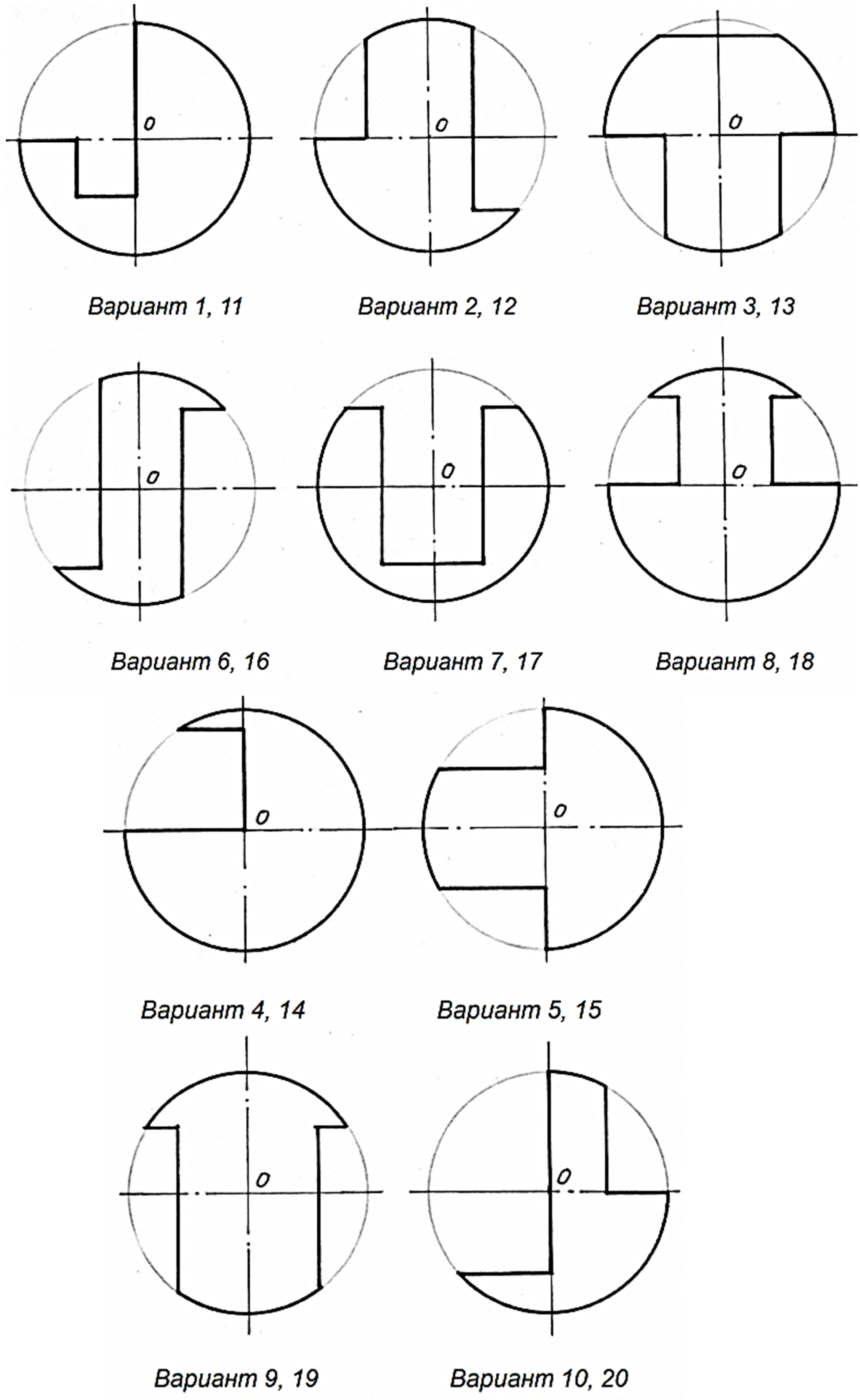


Рис. 23 Данные к задаче 11

ИСПОЛЬЗОВАННЫЕ ИСТОЧНИКИ

1. Маркова, О. А. Начертательная геометрия. Натуральная величина плоской фигуры: методические указания / О.А. Маркова. - Казань: Изд-во Казан. гос. технол. ун-та, 2008. - 16 с.
2. Маркова, О. А. Инженерная графика. Часть I. Контрольные задания для студентов - заочников технического направления, обучающихся по программам бакалавриата: учебное пособие / О.А. Маркова. - Нижнекамск: Нижнекамский химико-технологический институт (филиал) ФГБОУ ВПО «КНИТУ», 2012. - 83 с.
3. Сборник задач по начертательной геометрии для студентов всех форм обучения / Е. В. Ахметова, М. В. Лосева, Е. К. Хухрянская. - Ангарск, 2008. - 47 с.
4. Начертательная геометрия: конспект лекций по курсу НГиИГ / Л. В. Белозерцева, А. Г. Коробова, М. Н. Потапова. - Кемерово, 2002. - 80 с.
5. http://ngeo.fxyz.ru /
6. http://lib.znate.ru/docs/index-118269.html?page=11
7. http://studopedia.ru/3_1335_prinadlezhnost-tochki-i-linii-poverhnosti.html
8. http://www.studmed.ru/docs/document872
9. http://strmex.ru/epura/dekaed45.htm

СОДЕРЖАНИЕ

Печать офсетная. Бумага офсетная.
Тираж 100 экз. Заказ № 40677

Отпечатано
в ООО «ИПЦ «Гузель»»
423570, г.Нижнекамск,
пр.Химиков, д.18
тел.: 8(8555) 30-31-60, 30-31-61
www.g-corp.ru