

Министерство образования и науки Российской Федерации  
**Нижекамский химико-технологический институт (филиал)**  
Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения  
высшего профессионального образования  
«Казанский национальный исследовательский технологический университет»

**М.А. Закиров**  
**Р.Ф. Галлямов**

**ИССЛЕДОВАНИЕ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ И  
КИНЕМАТИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ  
ЗУБЧАТЫХ ПЕРЕДАЧ**

**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ  
К ЛАБОРАТОРНЫМ РАБОТАМ**

**Нижекамск**  
**2011**

**УДК 621.833**  
**З-18**

Печатаются по решению редакционно-издательского совета Нижнекамского химико-технологического института (филиала) ФГБОУ ВПО «КНИТУ».

**Рецензенты:**

**Гарипов М.Г.**, кандидат технических наук, доцент;  
**Сагдеев А.А.**, кандидат технических наук, доцент.

**Закиров, М.А.**

**З-18** Исследование геометрических и кинематических параметров зубчатых передач : методические указания к лабораторным работам / М.А. Закиров, Р.Ф. Галлямов. - Нижнекамск : Нижнекамский химико-технологический институт (филиал) ФГБОУ ВПО «КНИТУ», 2011. - 36 с.

Приведены теоретические основы геометрии и кинематики эвольвентных зубчатых передач. Дано описание лабораторных установок и методики экспериментального определения геометрических и кинематических параметров внешнего цилиндрического зацепления зубчатых колес с эвольвентным профилем. Приведены вопросы для самоконтроля.

Предназначены для студентов механических специальностей и направлений, изучающих дисциплину «Теория механизмов и машин».

Подготовлены на кафедре машин и аппаратов химических производств Нижнекамского химико-технологического института (филиала) ФГБОУ ВПО «КНИТУ»

**УДК 621.833**

© Закиров М.А., Галлямов Р.Ф., 2011  
© Нижнекамский химико-технологический институт (филиал) ФГБОУ ВПО «КНИТУ», 2011

## Лабораторная работа № 1

### ОПРЕДЕЛЕНИЕ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ ЗУЧАТЫХ КОЛЕС

#### 1.1. ЦЕЛЬ И СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ:

С помощью измерительного инструмента экспериментально определить основные геометрические характеристики зубчатого колеса: модуль, шаг зацепления, высотные и шаговые параметры зубьев и проверить их соответствие стандартным значениям.

#### 1.2. ОБОРУДОВАНИЕ И ПРИБОРЫ:

1. Зубчатые колеса с разными числами зубьев;
2. Штангенциркуль с ценой деления 0,1 мм;
3. Измерительная линейка с ценой деления 1 мм;
4. Калькулятор.

#### 1.3. ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Одной из важных характеристик зубчатых колес является модуль зацепления  $m$ , через который принято выражать основные геометрические параметры зубчатой передачи.

Модуль имеет размерность в мм и определяется из условия прочности зубьев на действие контактных напряжений. Численные значения модуля стандартизованы и выбираются по рекомендациям ГОСТ 9563 – 60 из следующего ряда:

1; 1,25; 1,5; 2; 2,5; 3; 4; 5; 6; 8; 10; 12; 16; 20; 25; 32.

**Модулем** зацепления называют часть делительного диаметра  $d$ , приходящей на один зуб:

$$m = d/z. \quad (1.1)$$

Здесь  $z$  – число зубьев колеса, экспериментально определяется методом подсчета. Для удобства подсчета  $z$  начало отсчета удобно отметить на колесе с помощью мела. Для исключения возможных ошибок, подсчет числа зубьев рекомендуется производить не менее двух раз, один раз по часовой стрелке и второй – против часовой стрелки.

**Делительный диаметр** – это диаметр  $d$  (рис.1.1) воображаемой окружности  $w-w$ , проходящей в средней части зуба, на которой ширина зуба  $s_t$  равна ширине впадины  $e_t$ .

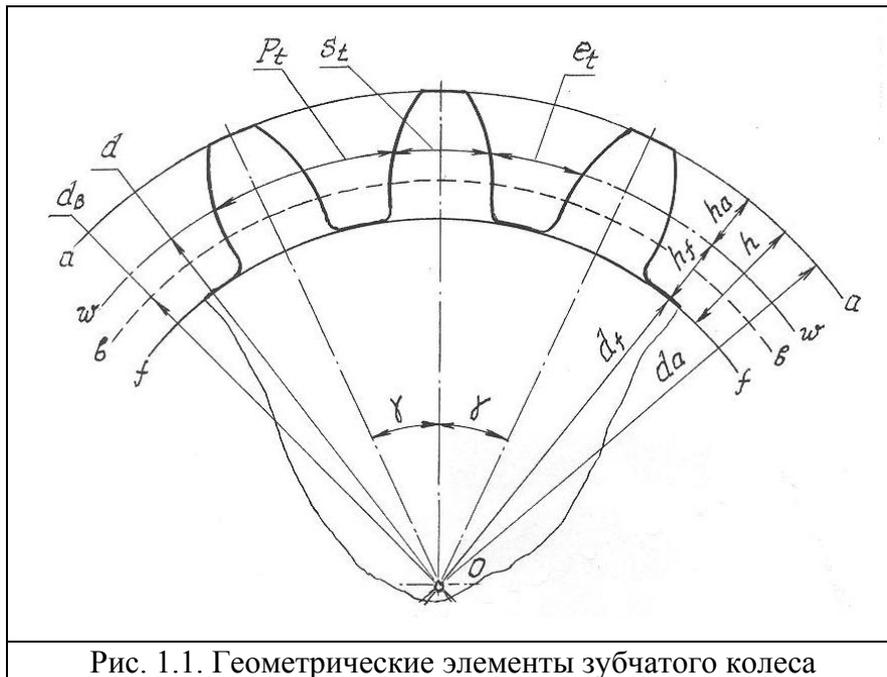


Рис. 1.1. Геометрические элементы зубчатого колеса

При выполнении условия  $s_t = e_t$  образуется *плотное* (теоретическое) зацепление зубчатых колес, без образования бокового зазора между зубьями. На практике ширину впадины  $e_t$  выполняют несколько большей, чем ширину зуба  $s_t$  (в пределах 0,5...1 процентов), для образования бокового зазора между зубьями, с целью компенсации возможных погрешностей изготовления и сборки зубчатой передачи.

Делительный диаметр  $d$  делит зуб по высоте на две неравные части в следующих соотношениях:

$$- \text{головка зуба высотой } h_a = m; \quad (1.2)$$

$$- \text{ножка зуба высотой } h_f = 1,25m. \quad (1.3)$$

Полная высота нормального зуба составит:

$$h = h_a + h_f = m + 1,25m = 2,25m. \quad (1.4)$$

Разные высоты ножки и головки зубьев обеспечивают образование радиального зазора  $c$  между окружностями вершин и впадин зацепляющихся колес. Величину радиального зазора  $c$  можно определить как разность высот ножки и головки зуба:

$$c = \Delta h = h_f - h_a = 1,25m - m = 0,25m. \quad (1.5)$$

Наличие гарантированного радиального зазора  $c$  исключает возможность заклинивания и поломки вращающихся колес в результате касания вершин зубьев одного колеса  $z_1$  с впадинами зубьев другого колеса  $z_2$ , из-за возможных неточностей изготовления и сборки зубчатой передачи.

Для уменьшения габаритов и массы колес стандартом предусмотрено использование укороченных зубьев со следующими размерами:  $h'_a = 0,8m$ ;  $h'_f = m$ ;  $h' = 1,8m$ ; радиальный зазор при этом также уменьшается и составит:  $c' = \Delta h' = h'_f - h'_a = m - 0,8m = 0,2m$ . Следует отметить, что отношение высоты головки  $h_a$  к высоте ножки  $h_f$  как для нормальных, так и укороченных зубьев выполняется одинаковым и составляет 1 : 1,25.

**Окружность вершин** (выступов) – максимальная окружность  $a - a$  с диаметром  $d_a$ , проведенная по вершинам зубьев. Диаметр окружности вершин можно измерить с помощью штан-

генциркуля или линейки. С целью снижения случайных ошибок измерения, замеры диаметра  $d_a$  рекомендуется проводить для трех положений измерительного инструмента, приняв в качестве расчетного среднеарифметическое значение

$$d_a = \frac{d_{a1} + d_{a2} + d_{a3}}{3}, \text{ мм.} \quad (1.6)$$

**Окружность впадин** – минимальная окружность ( $f-f$ ) с диаметром  $d_f$ , проведенная по впадинам зубьев. Диаметр  $d_f$  на колесе можно измерить с помощью линейки или штангенциркуля, также в трех положениях, используя в расчетах среднеарифметическое значение

$$d_f = \frac{d_{f1} + d_{f2} + d_{f3}}{3}, \text{ мм.} \quad (1.7)$$

Для построения эвольвентного профиля зубьев используется **основная окружность** ( $b-b$ ), диаметр  $d_b$  которой определяется по уравнению

$$d_b = d \cos \alpha = mz \cos \alpha . \quad (1.8)$$

Здесь  $\alpha$  – угол зацепления, по стандарту принимается равным  $20^\circ$ , соответственно, в практических расчетах можно принять:  $\cos 20^\circ = 0,94$ ;  $\operatorname{tg} 20^\circ = 0,364$ ;  $\sin 20^\circ = 0,342$ .

Основная окружность  $b-b$  находится во всех случаях внутри делительной окружности  $w-w$ . Она может совпадать с окружностью впадин  $f-f$  при числе зубьев  $z \approx 42$  в колесах с внешними зубьями. Для колес с внутренними зубьями основная окружность  $b-b$  совпадает с окружностью выступов  $a-a$  при числе зубьев  $z \approx 33$ .

**Шаг зацепления**  $p_t$  – расстояние между одинаковыми элементами соседних зубьев, измеренное по делительной окружности  $w-w$ . Шаг (иногда его называют **торцевым**) связан с модулем зацепления по уравнению:

$$p_t = \pi m . \quad (1.9)$$

Для случая плотного зацепления (без бокового зазора), ширина зуба  $s_t$  и ширина впадины  $e_t$  выполняются одинаковыми, равными половине шага, т.е.:

$$s_t = e_t = \frac{p_t}{2} = \frac{\pi m}{2}. \quad (1.10)$$

Непосредственное измерение шага зацепления  $p_t$  с целью определение через него модуля  $m$  на колесе по уравнениям (1.9) или (1.10) не представляется возможным, поскольку геометрическое положение делительной окружности  $w - w$  в измеряемом колесе явно не определено. На практике величину модуля находят через основной шаг  $p_b$ , который, в отличие от торцевого шага зацепления  $p_t$ , поддается точному экспериментальному измерению с помощью измерительного инструмента, независимо от того, нормальную или укороченную высоту имеют зубья исследуемого колеса.

**Основной шаг  $p_b$**  – это расстояние между одинаковыми элементами соседних зубьев, измеренное по основной окружности  $b - b$ . Как следует из рис. 1.1, основной шаг  $p_b$  и шаг зацепления  $p_t$  связаны соотношением:

$$p_b = p_t \cdot \cos \alpha = \pi m \cdot \cos \alpha. \quad (1.11)$$

Отсюда получим расчетное уравнение для определения искомого модуля  $m$ :

$$m = \frac{p_b}{\pi \cos \alpha}. \quad (1.12)$$

На практике величину основного шага  $p_b$  можно определить по результатам двух замеров на колесе с помощью измерительного инструмента – штангенциркуля (рис. 1.2).

Сначала внутренними губами штангенциркуля охватывают  $n$  зубьев колеса и определяют размер  $l_1$ , затем – размер  $l_2$ , охватив на один зуб больше. Для точного охвата эвольвентных участков профилей, число зубьев  $n$  необходимо принять в зави-

симости от числа зубьев  $z$  измеряемого колеса по **табл. 1.1**. Например, для колеса с  $z = 32$  следует принять  $n = 4$ .

**Таблица 1.1.**

Число охватываемых зубьев  $n$  для определения  
основного шага  $p_b$  зубчатого колеса  $z$

$z$	12-18	19-27	28-36	37-45	46-54	55-63	64-72	73-81
$n$	2	3	4	5	6	7	8	9

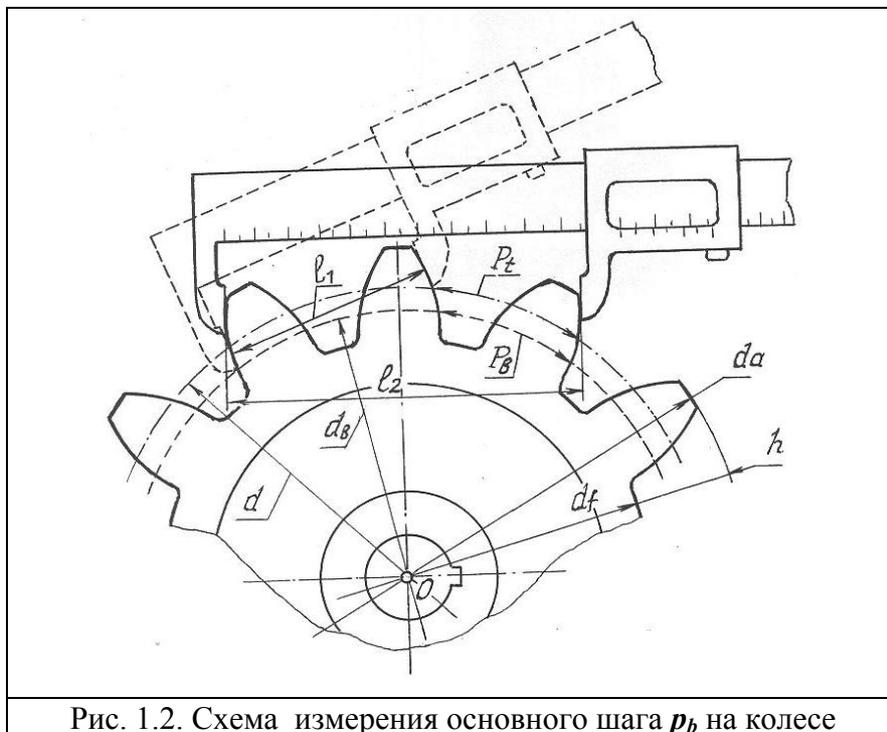


Рис. 1.2. Схема измерения основного шага  $p_b$  на колесе

Замеры длин  $l_1$  и  $l_2$  следует проводить не менее трех раз, в разных местах колеса, по которым вычисляются их среднеарифметические значения и основной шаг в виде:

$$p_b = l_2 - l_1. \quad (1.13)$$

Далее по полученному значению  $p_b$  по уравнению (1.12) находят искомый модуль  $m$  исследуемого колеса.

Полученное значение модуля следует сравнить со стандартным значением и сделать заключение об их соответствии (или несоответствии), с указанием возможных причин отклонения.

Модуль зацепления колеса может быть определен по результатам измерения диаметров окружностей вершин  $d_a$  и впадин  $d_f$ , а также по вычисленной через них высоте зуба  $h$ . Однако при этом должно быть известно, нормальную или укороченную высоту имеют зубья исследуемого колеса.

В случае изготовления колеса с нормальной высотой зубьев, **диаметр окружности вершин** (рис.1.1) получается прибавлением к делительной окружности  $d$  двух высот головок  $h_a$  зубьев:

$$d_a = d + 2 h_a = m z + 2 \cdot m = m (z + 2). \quad (1.14)$$

**Диаметр окружности впадин**  $d_f$ , наоборот, получается вычитанием из делительной окружности  $d$  двух высот ножек  $h_f$  зубьев:

$$d_f = d - 2 h_f = m z - 2 \cdot 1,25m = m (z - 2,5). \quad (1.15)$$

**Высота зуба  $h$**  может быть представлена через разность диаметров  $d_a$  и  $d_f$  в виде:

$$h = 0,5(d_a - d_f) = 0,5(m (z + 2) - m (z - 2,5)) = 2,25 m. \quad (1.16)$$

Отсюда для определения величины модуля  $m$  исследуемого колеса по измеренным значениям диаметров  $d_a$ ,  $d_f$  и высоты  $h$  зуба, имеющего нормальную высоту, можно рекомендовать следующие расчетные уравнения:

$$m_1 = \frac{d_a}{z + 2}; \quad (1.17) \quad m_2 = \frac{d_f}{z - 2,5}; \quad (1.18)$$

$$m_3 = \frac{d_a - d_f}{4,5}. \quad (1.19)$$

В случае изготовления колес с укороченными зубьями, расчетные уравнения для определения модуля будут иметь вид соответственно:

$$m'_1 = \frac{d_a}{z + 1,6}; \quad (1.17') \quad m'_2 = \frac{d_f}{z - 2}; \quad (1.18')$$

$$m'_3 = \frac{d_a - d_f}{3,6}. \quad (1.19')$$

## 1.4. ПРАКТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

### Задание № 1.4.1. Определение модуля через основной шаг

1. Получите у преподавателя зубчатое колесо для проведения необходимых измерений.

2. Подсчитайте число зубьев колеса  $z$  (для достоверности полученных данных подсчет проводите не менее двух раз: по часовой и против часовой стрелки). Окончательный результат занесите в *таблицу П1.1*.

3. По табл. 1.1 определите число охватываемых зубьев  $n$ . С помощью штангенциркуля проводите не менее трех измерений размеров  $l_{1i}$  и  $l_{2i}$ , по их средним значениям  $l_1$  и  $l_2$  определите основной шаг зацепления:  $p_b = l_2 - l_1$ . Результаты замеров и расчетов занесите в *таблицу П1.1*.

4. По уравнению (1.12) рассчитайте модуль зацепления  $m$ . Полученный результат сравните с ближайшим стандартным значением модуля  $m_T$  по ГОСТ 9563 – 60.

5. Рассчитайте величину относительного отклонения полученного модуля от стандартного значения. (Допускаемая погрешность в инженерных расчетах  $\pm 5\%$ ). Сделайте заключение о соответствии (или несоответствии) с пояснением возможных причин отклонения полученного модуля от стандартного.

6. Заполните *таблицу П1.1*.

**Таблица П1.1.**

Сводная таблица для определения модуля через  
основной шаг

Параметры	Число зубьев колеса	Кол-во зубьев по таб.1.1	Расстояние $l_1$ , мм				Расстояние $l_2$ , мм				Основной шаг	Модуль		Отклонение от стандарта
			Измеренные расстояния $l_{1i}$			Среднее	Измеренные расстояния $l_{2i}$			Среднее		Расчетный	Стандартный	
Обозначения	$z$	$n$	$l_{11}$	$l_{12}$	$l_{13}$	$l_1$	$l_{21}$	$l_{22}$	$l_{23}$	$l_2$	$p_b$	$m$	$m_T$	%
Результаты														

**Задание № 1.4.2. Определение (проверка) модуля через диаметральные размеры колеса**

1. С помощью штангенциркуля (или линейки) определите диаметр окружности вершин  $d_{ai}$  и диаметр окружности впадин  $d_{fi}$ . Для исключения случайных ошибок опыты замеры проводите не менее трех раз на различных участках окружности вершин колеса. Определите среднеарифметические значения измеренных диаметров  $d_a$  и  $d_f$ . Результаты замеров и вычислений занесите в **таблицу П1.2**.

2. По средним значениям диаметров определите измеренную высоту зуба по уравнению  $h_{из} = (d_a - d_f)/2$ .

3. По полученным значениям средних диаметров  $d_a$ ,  $d_f$  и высоту  $h_{из}$  зуба, используя уравнения (1.17), (1.18) и (1.19) рассчитайте опытные значения модуля  $m_1$ ,  $m_2$ ,  $m_3$ . По ГОСТ 9563 – 60 подберите ближайшие значения стандартизованных модулей  $m_{1T}$ ,  $m_{2T}$ ,  $m_{3T}$  и рассчитайте величину их отклонений (в %). Результаты занесите в **таблицу П1.2**.

**Таблица П1.2.**

Сводная таблица для расчета модуля через диаметральные размеры колеса

Параметры	Диаметр окружности вершин $d_a$			Диаметр окружности впадин $d_f$				Высота зуба	Расчетный модуль $m_i$ по уравнениям:			
	Измеренные диаметры $d_{ai}$			Средний	Измеренные диаметры $d_{fi}$				Средний	Ур. (1.17)	Ур. (1.18)	Ур. (1.19)
Обозначения	$d_{a1}$	$d_{a2}$	$d_{a3}$	$d_a$	$d_{f1}$	$d_{f2}$	$d_{f3}$	$d_f$	$h_{u3} = (d_a - d_f)/2$	$m_1$	$m_2$	$m_3$
Результаты												
Рассчитанные по уравнениям:	$d_{aT} = m_T(z + 2)$ (1.14)			$d_{fT} = m_T(z - 2,5)$ (1.15)				$h_T = 2,25m_T$	Ближайший стандартный модуль $m_{iT}$			
Отклонения (%)												

4. Используя полученный в **таблице П1.1** стандартный модуль  $m_T$ , по уравнениям (1.14), (1.15) и (1.16) определите теоретические значения диаметров окружности вершин  $d_{aT}$ , впадин  $d_{fT}$  и высоту зуба  $h_T$ , а также величину их отклонения (в %) от измеренных значений диаметров. Результаты расчетов занесите в **таблицу П1.2**. Обоснуйте возможные причины отклонения геометрических размеров исследованного колеса от теоретических.

**Отчет по лабораторной работе** должен содержать название, цель работы, заполненные **таблицы П1.1** или **П1.2** с результатами замеров и проведенных вычислений (в зависимости от предложенного преподавателем задания), выводы с необходимыми пояснениями.

## 1.5. ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЯ

1. Дайте определение модулю зацепления. Объясните его физический смысл.

2. С какой целью высоту ножки зуба выполняют большей, чем высоту головки?

3. Наиболее близко от делительной окружности расположена: А – окружность вершин; В – окружность впадин; С – основная окружность.

4. На какой из перечисленных окружностей определяется шаг зацепления  $p_t$ : А – на делительной; В – на основной; С – на окружности вершин; D – на окружности впадин.

5. Выберите правильное соотношение между торцевым  $p_t$  и основным шагом  $p_b$  зацепления:

А)  $p_t = p_b$ ; В)  $p_t < p_b$ ; С)  $p_t > p_b$ .

6. Какой из вариантов соотношения ширины зуба  $s_t$  и ширины впадины  $e_t$  позволяет компенсировать ошибки изготовления и сборки зубчатой передачи: А)  $s_t = e_t$ ; В)  $s_t < e_t$ ; С)  $s_t > e_t$ .

7. Укажите, какие из перечисленных диаметров зубчатого колеса можно непосредственно измерить на колесе с помощью измерительного инструмента: А – делительной окружности; В – основной окружности; С – окружности вершин; D – окружности впадин.

8. Выведите уравнения для определения диаметров вершин  $d_a$  и впадин  $d_f$  для колеса с укороченными зубьями. Определите величину отношения высоты головки к высоте ножки для укороченных зубьев и сравните его с аналогичным отношением для нормальных зубьев.

## Лабораторная работа № 2

# ИССЛЕДОВАНИЕ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ И КИНЕМАТИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ ЭВОЛЬВЕНТНОГО ЗАЦЕПЛЕНИЯ

### 2.1. ЦЕЛЬ И СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

1. Изучить теоретические основы образования эвольвентного профиля зубьев.
2. На лабораторной модели экспериментально изучить геометрические и кинематические параметры зацепления двух цилиндрических зубчатых колес с эвольвентным профилем.
3. Выявить параметры, влияющие на кинематику эвольвентного зацепления.

### 2.2. ОБОРУДОВАНИЕ И ПРИБОРЫ

1. Макет цилиндрического внешнего зубчатого зацепления с эвольвентным профилем зубьев.
2. Лист прозрачной бумаги из кальки или полиэтилена для нанесения картины зацепления.
3. Линейка, карандаш, ручка, калькулятор.

### 2.3. ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

#### 2.3.1. Эвольвента и ее свойства

*Эвольвентой* называют развертку круга с диаметром  $d_b = d \cdot \cos \alpha$ , где  $d_b$  – диаметр основной окружности;  $d = mz$  – диаметр делительной окружности. Угол  $\alpha$  называют углом зацепления, его величина стандартизована и составляет  $20^\circ$ . Поскольку  $\cos 20^\circ = 0,94$ , то отсюда следует, что основная окружность колеса всегда находится внутри делительной окружности.

На практике развертку круга с диаметром  $d_b$  можно представить как траекторию конца гибкой нити, намотанной на барабан с диаметром  $d_b$  (рис. 2.1). При разматывании нити ее конец (точка  $K$ ) прочерчивает кривую линию  $K_b - K - K_n$ , которая берет начало на основной окружности и уходит в бесконечность, плавно увеличивая радиус кривизны  $\rho$  по мере удаления от основной окружности. Как следует из такого определения эвольвенты, радиус кривизны  $\rho$  в любой точке  $K$  эвольвенты определяется как касательная  $KN$ , проведенная от этой точки к основной окружности. Следовательно, точка  $N$  основной окружности, лежащей на касательной  $KN$  к этой окружности, является мгновенным центром кривизны эвольвенты.

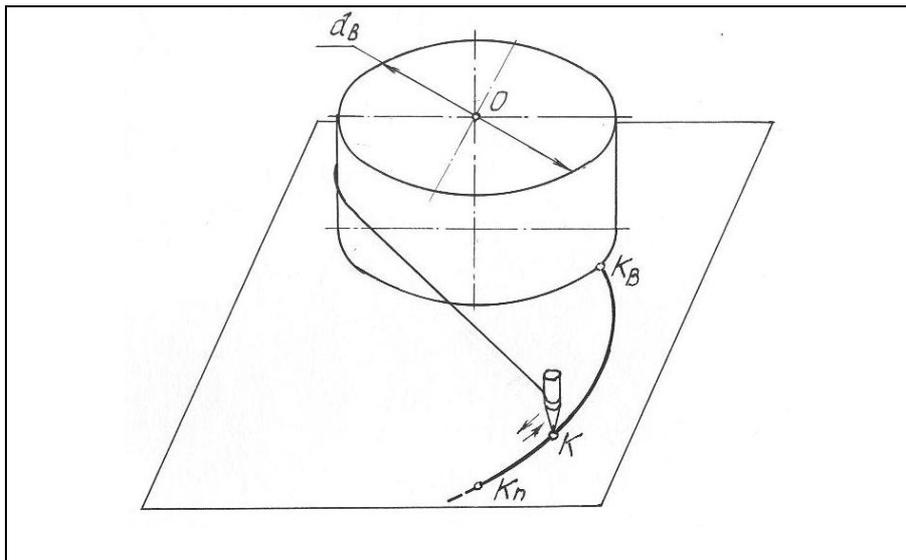


Рис.2.1. Образование эвольвенты при развертке круга с диаметром  $d_b$

Геометрически эвольвента получается при обкатывании без скольжения по основной окружности диаметром  $d_b$  прямой линии  $n - n$ , называемой *производящей прямой* (рис. 2.2). Лю-

бая точка  $K$  производящей прямой  $n - n$  прочерчивает за пределами основной окружности левую (верхнюю) ветвь эвольвенты  $\mathcal{E}_1$ , при дальнейшем обкатывании эта же точка  $K$  производящей прямой описывает правую (нижнюю) ветвь эвольвенты  $\mathcal{E}_1'$ . Обе ветви эвольвенты симметричны относительно начального радиуса-вектора  $r_b = OK_b$  и используются для построения правой и левой боковых эвольвентных рабочих профилей зубьев, также симметричных относительно  $r_b$ .

Острый угол  $\alpha_y$ , образованный между касательной к профилю зуба  $t - t$  в точке  $K$  и ее текущим радиусом-вектором  $r_y = OK$ , называется *углом профиля*. Из приведенной схемы (рис. 2.2) следует также, что угол  $N_bOK = \alpha_y$ . Центральный угол, образованный между начальным радиус-вектором  $r_b = OK_b$  и текущим радиусом-вектором  $r_y = OK$ , называется *эвольвентным углом* и обозначается через  $inv \alpha_y$  (*инволюта* угла профиля).

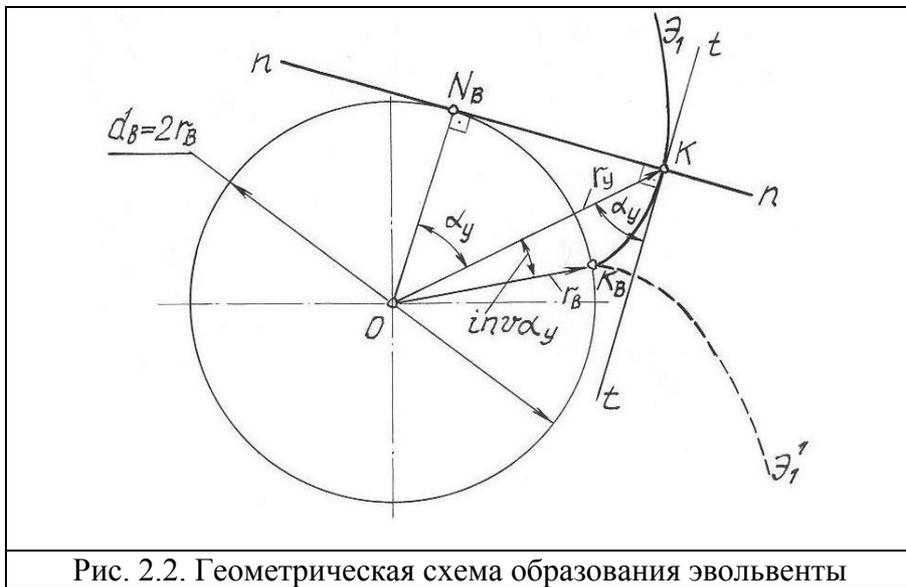


Рис. 2.2. Геометрическая схема образования эвольвенты

Для математического описания эвольвенты требуется задание двух ее параметров: величины эвольвентного угла  $inv\alpha_y$  и текущего радиуса-вектора  $r_y$ . Такую зависимость можно получить, рассматривая условие равенства дуги  $N_bK_b$  на основной окружности и касательной  $N_bK$  к основной окружности, вследствие качения производящей прямой  $n - n$  без скольжения по основной окружности:

$$r_b(inv\alpha_y + \alpha_y) = r_b tg\alpha_y. \quad (2.1)$$

Отсюда получим формулу эвольвентного угла в произвольной точке в виде:

$$inv\alpha_y = tg\alpha_y - \alpha_y. \quad (2.2)$$

Связь между текущим радиус-вектором  $r_y$  и углом профиля  $\alpha_y$  для эвольвенты в произвольной точке устанавливается зависимостью

$$r_y = \frac{r_b}{\cos\alpha_y}. \quad (2.3)$$

Полученные формулы (2.2) и (2.3) выражают *уравнение эвольвенты в параметрической форме*. Исключив из этих уравнений значение текущего угла профиля  $\alpha_y$ , можно аналитическим или графическим способом построить эвольвентный профиль зуба по известной величине диаметра  $d_b$  (или радиуса  $r_b = d_b/2$ ) основной окружности через любую заданную точку  $K_b$  начала эвольвенты. Численные значения эвольвентного угла  $inv\alpha_y$  можно найти в соответствующей литературе [1].

Ряд важных геометрических и кинематических характеристик эвольвентного зацепления обусловлен следующими свойствами эвольвенты.

1. Эвольвента – симметричная линия, имеющая две ветви ( $\mathcal{E}_I$  и  $\mathcal{E}_I'$  на рис. 2.2), сходящиеся в точке  $K_b$  основной окружности, следовательно, она не может иметь продолжения внутри основной окружности с диаметром  $d_b = 2r_b$ . Поэтому при построении корневой части зубьев, находящейся внутри основной ок-

ружности, вместо эвольвенты используется отрезок радиуса, закругленный с радиусом  $\rho_o = 0,25m$  на месте перехода к окружности впадин колеса.

2. Точка  $N$ , лежащая на основной окружности, является мгновенным центром скоростей и центром кривизны эвольвенты в точке  $K$ , поэтому нормаль к эвольвенте в любой ее точке является касательной к основной окружности, а отрезок  $NK$  – радиусом кривизны  $\rho_y$  эвольвенты в точке  $K$ .

3. Угол профиля  $\alpha_y$  и радиус кривизны  $\rho_y$  в начальной точке эвольвенты  $K_b$  равны нулю. По мере удаления от основной окружности увеличиваются угол профиля  $\alpha_y$  и радиус кривизны эвольвенты  $\rho_y$ .

4. При больших значениях числа зубьев ( $z \rightarrow \infty$ ), когда диаметры делительной и основной окружности также становятся бесконечно большими, эвольвента превращается в прямую линию и зубья колеса приобретают трапецеидальный профиль.

На этом свойстве основан процесс зацепления зубчатого колеса с зубчатой рейкой, широко распространенный в технике и быту, в частности, в реечном рулевом механизме автомобилей, обеспечивающем непосредственное преобразование вращательного движения рулевого колеса в поступательное движения рулевой тяги, а также известный способ обработки зубчатых колес методом обкатки (огибания), выполняемый с помощью инструмента с прямобочным трапецеидальным режущим профилем – зубчатой гребенкой или червячной фрезой, обеспечивающими наиболее точную форму эвольвентного профиля зубчатого колеса.

### 2.3.2. Геометрические характеристики эвольвентного зацепления

Внешнее эвольвентное зацепление двух зубчатых колес  $z_1$  и  $z_2$  характеризуется следующими геометрическими параметрами (*таблица 2.1*):

Таблица 2.1.

Геометрические характеристики эвольвентного зацепления (рис. 2.3).

Геометрические параметры	Расчетные уравнения	
Делительные диаметры колес	$d_1 = m z_1$	$d_2 = m z_2$
Диаметры вершин (выступов)	$d_{a1} = m (z_1 + 2)$	$d_{a2} = m (z_2 + 2)$
Диаметры впадин зубьев	$d_{f1} = m (z_1 - 2,5)$	$d_{f2} = m (z_2 - 2,5)$
Диаметры основных окружностей	$d_{b1} = d_1 \cos \alpha$	$d_{b2} = d_2 \cos \alpha$
Межосевое (межцентровое) расстояние ( $O_1O_2$ )	$a_w = (d_1 + d_2)/2 = m (z_1 + z_2)/2$	
Угол зацепления	$\alpha = 20^\circ; \cos \alpha = 0,94; \operatorname{tg} \alpha = 0,364$	
Модуль зацепления	$m = d/z = p_t/\pi$	
Шаг зацепления	$p_t = \pi m$	
Ширина зуба	$s_t = p_t/2 = \pi m/2$	
Ширина впадины	$e_t = s_t = p_t/2 = \pi m/2$	
Высота головки зуба	$h_a = m$	
Высота ножки зуба	$h_f = 1,25m;$	
Общая высота зуба	$h = h_a + h_f = 2,25m$	

Основными элементами внешнего зацепления (рис.2.3) являются:

***P*** – полюс зацепления, – точка, в которой делительные (или начальные) окружности касаются друг друга. **Начальными** называют окружности, которые катятся друг по другу без скольжения. При плотном (теоретическом) зацеплении делительные окружности ***d*** совпадают с начальными окружностями ***d<sub>w</sub>***, т.е.  $d_1 = d_{w1}$ ;  $d_2 = d_{w2}$ .

***LM*** – линия зацепления, вдоль которой происходит контакт эвольвентных профилей зубьев. Линия ***LM*** проходит через полюс ***P*** и является касательной к основным окружностям (с диаметрами ***d<sub>b1</sub>*** и ***d<sub>b2</sub>***).

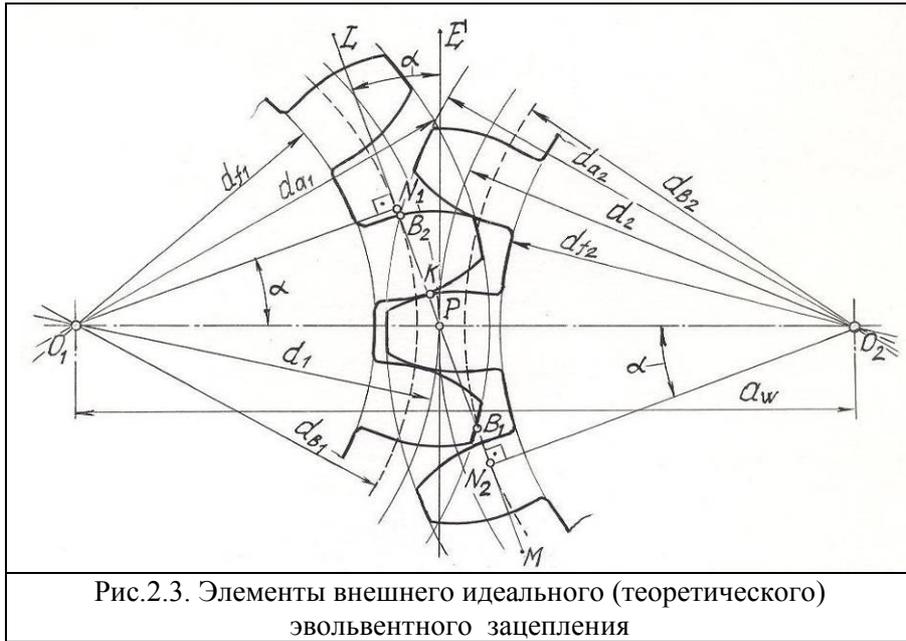


Рис.2.3. Элементы внешнего идеального (теоретического) эвольвентного зацепления

$B_1B_2$  – *рабочая длина линии зацепления*, представляет собой геометрическое место точек контакта зубьев, крайние точки  $B_1$  и  $B_2$  находят на пересечении линии зацепления  $LM$  с окружностями выступов колес с диаметрами  $d_{a1}$  и  $d_{a2}$  соответственно.

$N_1$  и  $N_2$  – точки пересечения нормалей  $O_1N_1$  и  $O_2N_2$ , опущенных с центров колес  $O_1$  и  $O_2$  на линию зацепления  $LM$ ; отрезки  $O_1N_1$  и  $O_2N_2$  равны радиусам основных окружностей: т.е.  $O_1N_1 = r_{b1} = d_{b1}/2$ ;  $O_2N_2 = r_{b2} = d_{b2}/2$ .

#### 2.4. КИНЕМАТИЧЕСКИЕ ПАРАМЕТРЫ ЭВОЛЬВЕНТНОГО ЗАЦЕПЛЕНИЯ

Основными кинематическими параметрами эвольвентного зацепления являются: передаточное отношение; коэффициент

перекрытия; условие отсутствия заклинивания или поломки зубьев; скорость скольжения зубьев.

#### 2.4.1. Передаточное отношение

Передаточное отношение эвольвентного зацепления определяется как отношение угловой скорости ведущего колеса ( $\omega_{вщ} = \omega_1$ ) к угловой скорости ведомого колеса ( $\omega_{вм} = \omega_2$ ):

$$u_{12} = \pm \omega_{вщ} / \omega_{вм} = \pm \omega_1 / \omega_2; \quad (2.4)$$

С учетом основной теоремы зацепления (Виллиса), передаточное отношение можно выразить также через делительные диаметры  $d$ , диаметры основных окружностей  $d_b$  и числа зубьев  $z$  колес:

$$u_{12} = \pm \omega_1 / \omega_2 = \pm d_2 / d_1 = \pm d_{b2} / d_{b1} = \pm z_2 / z_1; \quad (2.5)$$

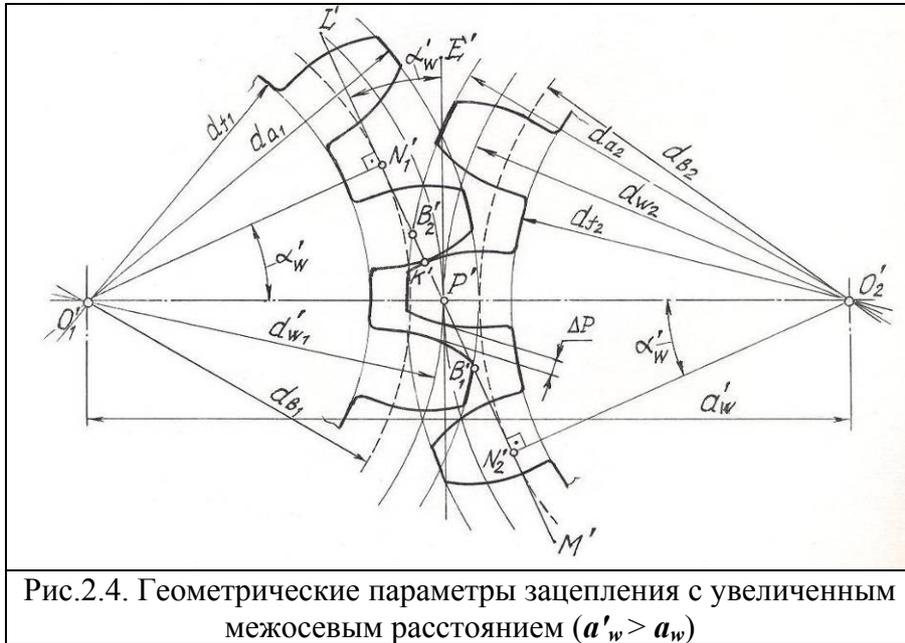
Здесь знак «минус» относится к внешнему зацеплению, поскольку угловые скорости колес  $\omega_1$  и  $\omega_2$  имеют противоположные направления вращения. При внутреннем зацеплении, когда направления угловых скоростей совпадают, используется знак «плюс».

Если в зубчатой передаче происходит снижение частоты вращения выходного (ведомого) вала по сравнению с входным (ведущим) валом, такая передача называется *понижающей (редуктором)*, при этом величина передаточного отношения больше единицы ( $u_{12} > 1$ ).

Если в зубчатой передаче происходит увеличение частоты вращения выходного вала по сравнению с входным, такая передача называется *повышающей (мультипликатором)*, при этом передаточное отношение меньше единицы ( $u_{12} < 1$ ).

Одним из достоинств эвольвентных профилей является сохранение постоянства передаточного отношения зубчатой передачи при возможных изменениях межосевого расстояния  $a_w$  вследствие неточностей изготовления и сборки зубчатой передачи.

Для доказательства этого свойства рассмотрим геометрические соотношения внешнего зацепления (рис. 2.4) тех же зубчатых колес  $z_1$  и  $z_2$ , представленных на рис. 2.3, но с другим, увеличенным по сравнению с расчетным значением межцентрового расстояния  $a'_w > a_w = m(z_1 + z_2)/2$ , обусловленным неточностью сборки.



Геометрические (диаметральные) размеры колес  $z_1$  и  $z_2$  при этом будут такие же, что и при точной сборке (рис. 2.3), т.е. будем иметь одинаковые делительные  $d'_1 = d_1 = mz_1$ ;  $d'_2 = d_2 = mz_2$  и основные  $d'_{b1} = d_{b1} = mz_1 \cos \alpha$  и  $d'_{b2} = d_{b2} = mz_2 \cos \alpha$  диаметры (или радиусы) колес, поскольку эти размеры получаются автоматически при выполнении операции обработки заготовки стандартизованным зуборезным инструментом (с углом зацепления  $\alpha = 20^\circ$ ), независимо от точности последующей сборки.

Линия зацепления при этом займет новое положение  $L'M'$ , проведенная в виде касательной к основным окружностям с диаметрами  $d'_{b1}$  и  $d'_{b2}$ . Полюс зацепления, согласно основной теореме зацепления Виллиса, будет находиться в точке  $P'$ , определяемой на пересечении линии зацепления  $L'M'$  с межосевой линией  $O'_1O'_2$ . Угол зацепления  $\alpha'_w$  также получит новое значение, превышающее стандартное значение угла зацепления  $\alpha = 20^\circ$ . Окружности с диаметрами  $d'_{w1} = 2 \cdot O'_1P'$  и  $d'_{w2} = 2 \cdot O'_2P'$ , касающиеся друг друга в полюсе  $P'$  и катящиеся друг по другу без скольжения, в отличие от рис. 2.3, будут являться не делительными ( $d'_1$  и  $d'_2$ ), а *начальными окружностями*.

Для эвольвентных профилей, являющихся сопряженными, должна выполняться основная теорема зацепления, согласно которой ... «нормаль к профилям, проведенная в точке их касания  $K'$ , делит межосевое расстояние  $O'_1O'_2$  в отношениях, обратно пропорциональных отношениям угловых скоростей».

Для случая, представленного на рис. 2.4, нормалью к профилям является линия зацепления  $L'M'$ , проведенная как касательная к основным окружностям и пересекающая межосевое расстояние  $O'_1O'_2$  в точке  $P'$  – новом полюсе зацепления, для которого согласно теореме зацепления можно записать:

$$u'_{12} = \frac{\omega'_1}{\omega'_2} = \frac{O'_2P'}{O'_1P'} \quad (2.6)$$

Выразим отрезки  $O'_1P'$  и  $O'_2P'$  в подобных треугольниках  $O'_1N_1P'$  и  $O'_2N_2P'$  в виде:

$$O'_1P' = O'_1N'_1 / \cos \alpha_w \quad \text{и} \quad (2.7)$$

$$O'_2P' = O'_2N'_2 / \cos \alpha_w. \quad (2.8)$$

Тогда, подставляя (2.7) и (2.8) в уравнение (2.6), и с учетом  $d'_{b1} = d_{b1}$  и  $d'_{b2} = d_{b2}$  (из условия изготовления) и (2.5), получим:

$$u'_{12} = \frac{\omega'_1}{\omega'_2} = \frac{O'_2 P'}{O'_1 P'} = \frac{O'_2 N'_2 / \cos \alpha_w}{O'_1 N'_1 / \cos \alpha_w} = \frac{O'_2 N'_2}{O'_1 N'_1} = \frac{d'_{b2} / 2}{d'_{b1} / 2} = \frac{d'_{b2}}{d'_{b1}} = \frac{d_{b2}}{d_{b1}} = u_{12} \quad (2.9)$$

Из полученного уравнения (2.9) следует, что передаточное отношение зубчатой передачи с эвольвентным профилем сохраняет постоянное значение при изменении (увеличении или уменьшении) фактического значения межцентрового расстояния в зубчатом зацеплении, т.е. не зависит от точности сборки зубчатого механизма.

#### 2.4.2. Условие нормального зацепления зубьев

Для обеспечения нормальной работы спроектированной зубчатой передачи, без заклинивания (или поломки) зубьев, необходимо, чтобы отрезок  $B_1 B_2$  находился внутри отрезка  $N_1 N_2$  (рис. 2.3), т.е. должно выполняться условие:

$$B_1 B_2 \leq N_1 N_2. \quad (2.10)$$

В предельном случае точка  $B_2$ , принадлежащая большему колесу, может совпасть с точкой  $N_1$  меньшего колеса. По этому условию определяется минимальное число зубьев меньшего колеса ( $z_{1min}$ ).

Если для спроектированной передачи хотя бы одна из точек  $B_1$  или  $B_2$  оказалась за пределами отрезка  $N_1 N_2$ , то для исключения возможного заклинивания (или поломки) зубьев, можно рекомендовать:

а) уменьшить модуль зацепления  $m$ , однако такой прием может привести к снижению контактной и изгибной прочности зубьев, поэтому этот метод не находит практического применения;

б) применение укороченных зубьев с уменьшенными размерами: высота головки:  $h'_a = 0,8 m$ ; высота ножки:  $h'_f = m$ ; общая высота:  $h' = h'_a + h'_f = 1,8 m$ ;

в) расчетным или графическим методом определяют минимальное число зубьев меньшего колеса  $z_{1min}$ . При обработке методом копирования (модульной дисковой или пальцевой фрезой) величина  $z_{1min}$  зависит от передаточного отношения проектируемой передачи и составляет от 14 до 17 зубьев. При обработке методом обкатки (с помощью червячной фрезы или гребенки) минимальное число зубьев принимают равным 17; при обработке долбяком  $z_{1min}$  зависит от числа зубьев долбяка  $z_d$ .

### 2.4.3. Коэффициент перекрытия

**Коэффициентом перекрытия** называют отношение длины линии зацепления  $B_1B_2$  к основному шагу  $p_b$ , который должен удовлетворять условию:

$$\varepsilon = \frac{B_1B_2}{P_b} = \frac{B_1B_2}{P_t \cdot \cos \alpha} \geq 1. \quad (2.11)$$

Коэффициент перекрытия характеризует **плавность** и **безударность** работы зацепления. **Физический смысл** коэффициента перекрытия означает число пар зубьев, одновременно находящихся в зацеплении. Если окажется, что  $\varepsilon < 1$ , то это означает, что в какой-то момент в зацеплении не окажется ни одной пары зубьев, в результате чего произойдет проворот колес с последующим ударом зубьев друг по другу, что, в свою очередь, может привести к неравномерности работы зацепления или вызвать поломку зубьев.

Величина  $p_b$  называется **основным шагом**, связанным с шагом зацепления  $p_t$  по уравнению:

$$p_b = p_t \cos \alpha = \pi m \cos \alpha. \quad (2.12)$$

Основной шаг  $p_b$  представляет собой расстояние между одинаковыми элементами соседних профилей зубьев, измеренное по дуге основной окружности  $b - b$  (рис. 2.1) или вдоль линии зацепления  $LM$  (рис. 2.3).

## 2.5. ОПИСАНИЕ ЛАБОРАТОРНОГО СТЕНДА

Лабораторный стенд (рис. 2.5) представляет собой входящие в контакт друг с другом два зубчатых сектора 1 и 2, имитирующие процесс зацепления двух зубчатых колес  $z_1$  и  $z_2$ . Каждый сектор имеет по три-четыре зуба с эвольвентным профилем и рукоятки 3 и 4 для вращения их вокруг осей вращения  $O_1$  и  $O_2$ . Осями вращения секторов служат два винта 5 и 6, затянутых гайками 7 и 8 к основанию стенда 9. Сектора закрыты сверху прозрачным листом 10 органического стекла для визуального наблюдения за процессом зацепления и нанесения профилей зубьев на кальку или лист полиэтилена для проведения необходимых замеров геометрических размеров зацепляющихся колес.

На стенде можно моделировать и изучать влияние точности сборки межосевого расстояния  $a_w$  на геометрические и кинематические показатели зацепляющихся колес. Для этого винт 6 оси вращения  $O_2$  правого сектора 2 при ослабленной гайке 8 имеет возможность перемещаться на величину  $\Delta r = 0 \dots 10$  мм в горизонтальном пазу основания 9 и фиксироваться на нужном положении посредством затягивания гайки 8 на оси 6. Ось вращения  $O_1$  левого сектора 1 неподвижно зафиксирована в основании стенда 3 с помощью неподвижного винта 5 с гайкой 7.

Случай  $\Delta r = 0$  соответствует теоретической (идеальной) сборке, когда происходит плотное зацепление с нулевым боковым зазором между зубьями. При этом делительные окружности совпадают с начальными ( $d_1 = d_{w1}$  и  $d_2 = d_{w2}$ ). На практике с целью исключения возможного заклинивания и поломки передачи из-за тепловых расширений колес, при их сборке оставляют незначительный радиальный тепловой зазор  $\Delta r = 0,1 \dots 0,2$  мм, который не оказывает влияния на кинематические параметры зубчатого зацепления.

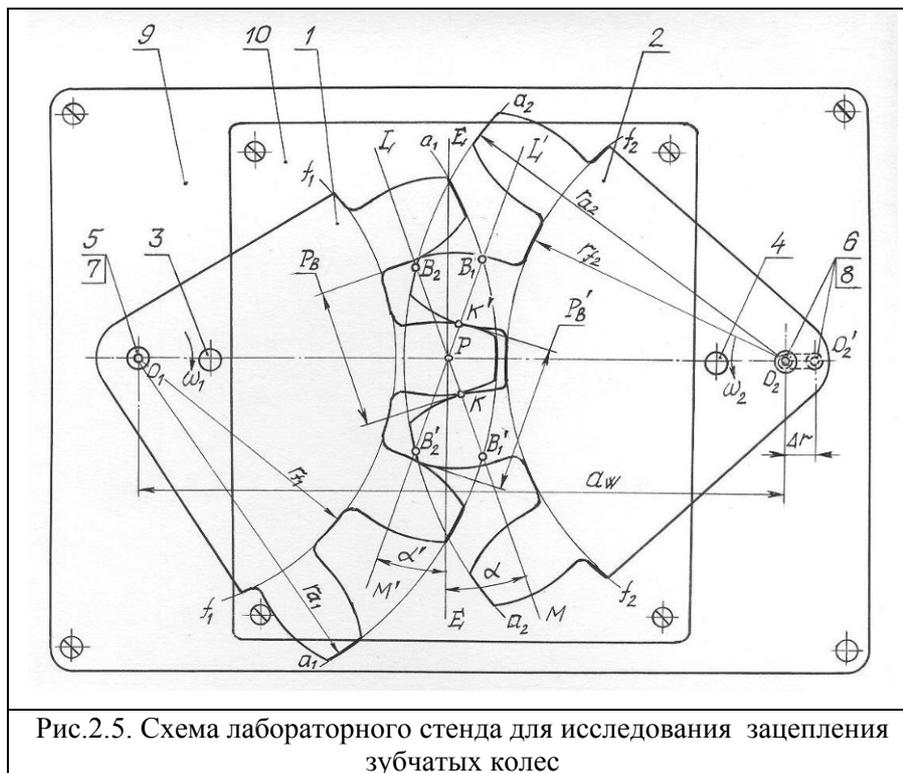


Рис.2.5. Схема лабораторного стенда для исследования зацепления зубчатых колес

Изменяя величину зазора  $\Delta r$  в заданных преподавателем пределах от 1 до 10 мм, можно смоделировать случаи неточной сборки зацепления с различными значениями радиального и бокового зазора между зубьями и изучить их влияние на кинематические и геометрические параметры зубчатого зацепления.

## 2.6. ПРАКТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

### Задание № 2.6.1. Построение линии и угла зацепления

Определение указанных параметров исследуемого зубчатого механизма рекомендуется проводить сначала для случая плотного (теоретического) зацепления зубьев, без бокового зазо-

ра между зубьями. Для этого ось вращения правого колеса  $O_2$  колеса фиксируем с помощью соответствующего винта 5 с гайкой 7 на крайнем левом положении, т.е. при  $\Delta r = 0$ , обеспечив легкость вращения обоих колес без их заедания и проворота.

а) **Построение картины зацепления зубьев на кальке**

1. На средней части чистого листа кальки (или полиэтилена) на всю его ширину проведите отрезок горизонтальной линии.

2. Приложите лист кальки на прозрачный лист 10 из оргстекла макета так, чтобы охватить максимальное поле зацепления зубчатых секторов, а проведенный на листе отрезок горизонтальной линии совпал с межосевой линией  $O_1O_2$ .

3. Установите с помощью рукояток 3 и 4 зацепляющиеся секторы колес в среднее положение. Нанесите на кальку профили 3 – 4 зубьев каждого колеса.

4. Поворачивая сектора колес вверх и вниз от среднего положения, на кальку нанесите окружности вершин  $a - a$  и впадин  $f - f$  для обоих колес  $z_1$  и  $z_2$ .

5. С помощью линейки на полученной картине зацепления измерьте от осей вращения колес  $O_1$  и  $O_2$  на макете межосевое расстояние  $a_w$ , радиусы вершин ( $r_{a1}$ ,  $r_{a2}$ ) и радиусы впадин ( $r_{f1}$ ,  $r_{f2}$ ) секторов колес  $z_1$  и  $z_2$  соответственно. Полученные значения занесите в **таблицу П2.1**.

6. Рассчитайте значения диаметров окружностей выступов ( $d_{a1}$ ,  $d_{a2}$ ) и впадин ( $d_{f1}$ ,  $d_{f2}$ ). По полученным значениям радиусов выступов и впадин определите высоту зубьев  $h = r_a - r_f$  и модуль зацепления по уравнению  $m = h/2,25$ . На основе сравнения полученного значения модуля со стандартным значением сделайте заключение о высотных параметрах зубьев колес (нормальная или укороченная высота зубьев).

Таблица П2.1.

Геометрические размеры зацепления колес

Измеренные величины, мм			Рассчитанные значения, мм			
$r_{a1}$	$r_{f1}$	$a_w$	$d_{a1}=2 r_{a1}$	$d_{f1}=2 r_{f1}$	$h_1= r_{a1} - r_{f1}$	$m_1 = h_1/2,25$
$r_{a2}$	$r_{f2}$		$d_{a2}=2 r_{a2}$	$d_{f2}=2 r_{f2}$	$h_2= r_{a2} - r_{f2}$	$m_2 = h_2/2,25$

б) Построение линии зацепления

1. Рукояткой 3 установите левый сектор колеса  $z_1$  в крайнее верхнее положение. Для самой верхней пары зацепляющихся зубьев выберите и отметьте на кальке точку контакта (касания) их эвольвентных профилей значком «×».

2. Поворачивая рукояткой 3 левый сектор 1 на небольшие углы по часовой стрелке, отмечайте на кальке последовательно, через каждые 10 – 12 мм, не менее 8 – 10 точек контакта выбранной пары зубьев.

3. По полученным точкам проведите наклонную прямую линию  $LM$  – линию зацепления для случая, когда ведущим является левое колесо  $z_1$ .

Аналогично следует построить вторую линию зацепления  $L'M'$ . (Эта линия зацепления, симметричная  $LM$ , получается для случая, когда ведущим является правое колесо  $z_2$ , вращающееся против часовой стрелки).

Для этого правое колесо за рукоятку 4 следует повернуть до верхнего предельного положения и, выбрав на самом верхнем положении зацепляющуюся пару зубьев, отметить на кальке точку их контакта, например, значком «+». Далее повторить пп. 2.2. и 2.3 данного раздела задания № 2.6.1.

в) **Определение длины и угла линии зацепления**

1. Снять кальку с макета зацепления.
2. На точке пересечения линии зацепления  $LM$  с проведенной на кальке горизонтальной линией (осью центров  $O_1O_2$ ) отметить точку  $P$  – полюс зацепления.
3. Через полученный полюс  $P$  провести прямую  $EPE$ , перпендикулярную к межосевой линии  $O_1O_2$ . Определить угол зацепления  $\alpha$ , представляющий собой угол между полученными прямыми  $EPE$  и  $LM$ . (Для большей точности определения угла  $\alpha$  вместо транспортира рекомендуется использовать отношение катетов, через тангенс этого угла).
4. Длина линии зацепления  $B_1B_2$  ограничена точками  $B_1$  и  $B_2$ , которые находят на пересечении линии зацепления  $LM$  с окружностями вершин  $a_1 - a_1$  и  $a_2 - a_2$  колес  $z_1$  и  $z_2$  соответственно.
5. На картине зацепления аналогично можно определить длину  $B'_1B'_2$  второй линии зацепления  $L'M'$  и соответствующего угла зацепления  $\alpha'$ , полученные для случая, когда ведущим является второе колесо  $z_2$ .

Результаты замеров занесите в таблицу **П2.2**.

**Задание № 2.6.2. Определение коэффициента перекрытия**

Для определения коэффициента перекрытия  $\varepsilon$  по уравнению (2.9) необходимо определить действительные значения длины линии зацепления  $B_1B_2$  и основного шага  $p_b$ . Длина линии зацепления была определена в п.3.4 первого раздела работы. Величину основного шага  $p_b$  также можно определить на картине зацепления, полученной на кальке. Основной шаг, как известно, представляет собой расстояние между одинаковыми элементами зубьев, измеренное на основной окружности  $b - b$ , или вдоль линии зацепления  $LM$ . Поскольку на картине зацепления, полученной на кальке, положение основной окружности  $b - b$  не определяется, основной шаг рекомендуется измерить как расстоя-

ние  $p_b$  между двумя соседними парами контактирующих зубьев вдоль построенной выше линии зацепления  $B_1B_2$ .

Для сравнения рекомендуется определить второй коэффициент перекрытия  $\varepsilon'$ , используя длину линии зацепления  $B'_1B'_2$  и величину основного шага  $p'_b$ , полученные для случая, когда ведущим является второе колесо  $z_2$ .

Результаты замеров занесите в таблицу П2.2.

**Таблица П2.2.**

Сводная таблица для определения коэффициента перекрытия

Результаты замеров			Расчет
$B_1B_2$	$\alpha$	$p_b$	$\varepsilon = B_1B_2 / p_b$
$B'_1B'_2$	$\alpha'$	$p'_b$	$\varepsilon' = B'_1B'_2 / p'_b$

По полученным значениям коэффициентов перекрытия  $\varepsilon$  и  $\varepsilon'$  сделайте вывод о работоспособности исследуемого зубчатого зацепления.

### **Задание № 2.6.3. Определение передаточного отношения**

В разделе 2 представлено уравнение для определения передаточного отношения зацепления двух зубчатых колес с эвольвентным профилем зубьев

$$u_{12} = \pm \omega_1 / \omega_2 = \pm d_2 / d_1 = \pm d_{b2} / d_{b1} = \pm z_2 / z_1 . \quad (2.5)$$

Однако практическое использование данного классического уравнения для определения передаточного отношения исследуемого макета зацепления не представляется возможным по следующим причинам. Во-первых, как отмечалось выше, непосредственно на зубчатых колесах не определены положения и диаметры делительных ( $d_1$  и  $d_2$ ) и основных ( $d_{b1}$  и  $d_{b2}$ ) окружностей. Во-вторых, из-за неполной формы секторов 1 и 2 зубчатых колес невозможно подсчитать числа их зубьев  $z_1$  и  $z_2$ .

Умножим и разделим последний член уравнения (2.5) на  $2\pi$ :

$$u_{12} = \pm \frac{\omega_1}{\omega_2} = \pm \frac{z_2}{z_1} = \pm \frac{2\pi}{z_1} \frac{z_2}{2\pi} = \pm \frac{\gamma_1}{\gamma_2} . \quad (2.13)$$

Здесь:  $\gamma = 360^\circ/z = 2\pi/z$  – **угловой шаг**, представляет собой центральный угол (в градусах или радианах), приходящий на один шаг зуба колеса. Величину углового шага можно определить на картине зацепления (рис. 2.6) по известному соотношению:

$$\gamma = P_a/r_a , \text{ рад.} \quad (2.14)$$

Здесь  $P_a$  – шаг выступов, измеренный между одинаковыми элементами соседних зубьев на окружности выступов (вершин)  $a - a$ , мм;  $r_a$  – радиус окружности выступов, мм.

На рисунке 2.6 шаги выступов колес  $z_1$  и  $z_2$  показаны в виде ближайших расстояний между серединами выступов соседних зубьев, т.е. в виде:  $P_{a1} = c_1c'_1$  и  $P_{a2} = c_2c'_2$ .

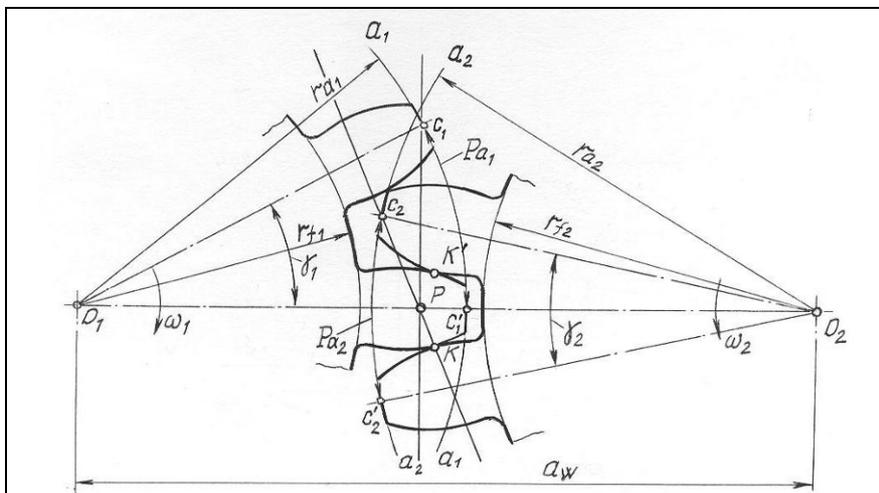


Рис. 2.6. Схема определения углового шага и передаточного отношения зубчатого зацепления

С учетом (2.12) и (2.13) расчетное уравнение для определения передаточного отношения исследуемой модели зацепления приводится к виду:

$$u_{12} = \pm \frac{\omega_1}{\omega_2} = \pm \frac{\gamma_1}{\gamma_2} = \pm \frac{P_{a1} r_{a2}}{r_{a1} P_{a2}}. \quad (2.15)$$

По величине углового шага  $\gamma$  можно определить число зубьев колес из соотношений:

$$z_1 = 2\pi / \gamma_1 = 2\pi r_{a1} / P_{a1}; \quad (2.16)$$

$$z_2 = 2\pi / \gamma_2 = 2\pi r_{a2} / P_{a2}. \quad (2.17)$$

Рекомендуется проверить передаточное отношение зацепления через полученные значения чисел зубьев  $z_1$  и  $z_2$ .

Результаты замеров и расчета указанных параметров занесите в **таблицу П2.3**.

**Таблица П2.3.**

Сводная таблица для определения передаточного отношения зубчатого зацепления

Измеренные размеры, мм		Результаты расчета параметров по уравнениям (2.14 – 2.17)		
$r_{a1}$	$P_{a1}$	$\gamma_1 = P_{a1}/r_{a1}$	$z_1 = 2\pi / \gamma_1$	$u_{12} = \gamma_1 / \gamma_2$
$r_{a2}$	$P_{a2}$	$\gamma_2 = P_{a2}/r_{a2}$	$z_2 = 2\pi / \gamma_2$	$u_{12} = z_2 / z_1$

На основе анализа и сравнения полученных значений сделайте заключение о назначении исследуемой зубчатой передачи (редуктор или мультипликатор).

## 2.7. ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЯ

1. Укажите название окружности, используемой для построения эвольвенты: А – делительная; В – основная; С – вершин; D – впадин.

2. Радиус кривизны эвольвенты равен нулю: А – внутри основной окружности; В – на делительной окружности; С – на основной окружности; D – на оси вращения колеса.

3. Эвольвента окружности превращается в прямую линию: А – на оси вращения колеса; В – на основной окружности; С – на делительной окружности; D – на зубчатой рейке; E – на бесконечном удалении от колеса.

4. Передаточное отношение имеет положительное значение для: А – внутреннего зацепления; В – внешнего зацепления; С – повышающей передачи; D – понижающей передачи.

5. Передаточное отношение, равное нулю, имеет зубчатая передача: А – внутренняя; В – внешняя; С – от колеса к зубчатой рейке; D – от зубчатой рейки к колесу; E – повышающая.

6. Полус  $P$  зацепления двух колес находится в точке касания: А – основных окружностей; В – делительных окружностей; С – окружностей впадин и выступов колес; D – начальных окружностей.

7. Длина линии зацепления  $B_1B_2$  двух колес ограничена: А – окружностями выступов; В – делительными окружностями; С – окружностями впадин; D – основными окружностями; E – окружностями выступов и впадин.

8. Условие отсутствия заклинивания зубьев колес записывается в виде:

А)  $u_{12} > 1$ ; В)  $u_{12} < 1$ ; С)  $B_1B_2 \geq N_1N_2$ ; D)  $B_1B_2 \leq N_1N_2$ ; E)  $\varepsilon \geq 1$ .

9. Условием плавной и безударной работы зубчатого зацепления является: А)  $u_{12} > 1$ ; В)  $u_{12} < 1$ ; С)  $B_1B_2 \geq N_1N_2$ ; D)  $B_1B_2 \leq N_1N_2$ ; E)  $\varepsilon \geq 1$ .

10. Физический смысл коэффициента перекрытия означает: А – условие отсутствия заклинивания зубьев; В – плавность и

безударность работы зацепления;  $C$  – число зубьев ведущего колеса;  $D$  – число пар зубьев в зацеплении;  $E$  – число зубьев ведомого колеса.

11. Увеличение межосевого расстояния при сборке зубчатой передачи:  $A$  – не влияет на коэффициент перекрытия;  $B$  – приводит к увеличению коэффициента перекрытия;  $C$  – приводит к уменьшению коэффициента перекрытия зубьев;  $D$  – приводит к увеличению передаточного отношения;  $E$  – не влияет на передаточное отношение.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Юдин, В.А. Лабораторный практикум по теории механизмов и машин / В.А. Юдин, Л.В. Петрокас. - М. : Физматгиз, 1962. – 172 с.

2. Артоболевский, И.И. Теория механизмов и машин / И.И. Артоболевский. - М. : Наука, 1975. – 640 с.

3. Фролов, К.В. Теория механизмов и механика машин : учебное пособие для вузов / К.В. Фролов, С.А. Попов, А.К. Мусатов [и др.]. - М. : Высшая школа, 2003. – 496 с.

4. Фролов, К.В. Теория механизмов и машин : учебное пособие для вузов / К.В. Фролов, С.А. Попов, А.К. Мусатов [и др.]. - М. : Высшая школа, 1987. – 496 с.

**Учебное издание**

**Закиров М.А.**

кандидат технических наук, доцент

**Галлямов Р.Ф.**

кандидат технических наук

**ИССЛЕДОВАНИЕ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ И  
КИНЕМАТИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ  
ЗУБЧАТЫХ ПЕРЕДАЧ**

**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ  
К ЛАБОРАТОРНЫМ РАБОТАМ**

Корректор Габдурахимова Т.М.  
Худ. редактор Федорова Л.Г.

Сдано в набор 02.06.2011.  
Подписано в печать 26.10.2011.  
Бумага писчая. Гарнитура Таймс.  
Усл. печ. л. 2,25. Тираж 100.  
Заказ №40.

НХТИ (филиал) ФГБОУ ВПО «КНИТУ», г. Нижнекамск, 423570,  
ул. 30 лет Победы, д. 5а.