

**на правах рукописи**  
**МИНОБРНАУКИ РОССИИ**  
**Нижекамский химико-технологический институт (филиал)**  
**федерального государственного бюджетного образовательного учреждения**  
**высшего образования**  
**«Казанский национальный исследовательский технологический**  
**университет»**  
**НХТИ ФГБОУ ВО «КНИТУ»**  
**Факультет управления и автоматизации**  
**Кафедра Автоматизации технологических процессов и производств**

**ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА**

**ПО ДИСЦИПЛИНЕ «ЦИФРОВЫЕ МЕТОДЫ АНАЛИЗА»**

**ТЕМА: СТАТИСТИЧЕСКАЯ НЕЗАВИСИМОСТЬ И ВЫЯВЛЕНИЕ ТРЕНДА**

**Нижекамск, 2016**

**Цель работы:** Изучение методики проведения операции предварительной подготовки данных цифровому анализу – удаление тренда на основе непараметрических методов (критерий инверсий и критерий серий)

### Методические указания по теоретической части

При анализе случайных данных часто выявляют, являются ли наблюдения или оценки параметров статистически независимыми или они подвержены тренду. Т.к. наблюдения или оценки параметров могут иметь различные функции распределения, то данные исследования удобно проводить на основе **свободных от распределений** или **непараметрических методов**, в которых не делается никаких предположений относительно функции распределения исследуемых данных. К таким методам относятся **критерий серий** и **критерий инверсий**.

#### *Критерий инверсий*

П. дана последовательность  $N$  наблюдений значений случайной величины  $x$ , причем каждое наблюдение отнесено к одному из двух взаимно исключающих классов, которые обозначим как (+) или (-).

Пример 1: последовательность значений  $x_i, i = 1, 2, \dots, N$  с средним значением  $\bar{x}$ , где каждое наблюдение – это  $x_i \geq \bar{x}$  (+) или  $x_i < \bar{x}$  (-).

Пример 2: последовательность наблюдений значений двух случайных величин  $x_i, y_i, i = 1, 2, \dots, N$ , где каждое наблюдение – это  $x_i \geq y_i$  (+) или  $x_i < y_i$  (-).

В приведенных примерах образуется последовательность вида:

+ + - + + - + + + - + - - + - - + - - -  
 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12

Серией называется последовательность однотипных наблюдений, перед или после которой следуют наблюдения противоположного типа или нет никаких наблюдений. В приведенной последовательности из  $N=20$  наблюдений имеется  $r=12$  серий.

Число серий в последовательности наблюдений позволяет выявить, являются ли отдельные результаты независимыми наблюдениями одной и той же случайной величины. Если последовательность  $N$  наблюдений состоит из независимых исходов одной и той же случайной величины, т.е. вероятность отдельных исходов ((+) или (-)) не меняется от наблюдения к наблюдению, то выборочное распределение числа серий в последовательности является случайной величиной  $r$  со средним значением и дисперсией:

$$\mu_r = \frac{2N_1N_2}{N} + 1, \sigma_r^2 = \frac{2N_1N_2(2N_1N_2 - N)}{N^2(N-1)},$$

где  $N_1$ - число исходов (+),  $N_2$ - число исходов (-),

В таблице 1 приведены 100 $\alpha$ -процентные точки функции распределения числа серий.

Таблица 1. Процентные точки распределения числа серий (значения  $r_{n;\alpha}$ , такие, что  $Prob\{r_n > r_{n;\alpha}\} = \alpha$ , где  $n = N_1 = N_2 = N/2$ )

| n=N/2 | $\alpha$ |       |      |      |       |      |
|-------|----------|-------|------|------|-------|------|
|       | 0.99     | 0.975 | 0.95 | 0.05 | 0.025 | 0.01 |
| 5     | 2        | 2     | 3    | 8    | 9     | 9    |
| 6     | 2        | 3     | 3    | 10   | 10    | 11   |
| 7     | 3        | 3     | 4    | 11   | 12    | 12   |
| 8     | 4        | 4     | 5    | 12   | 13    | 13   |
| 9     | 4        | 5     | 6    | 13   | 14    | 15   |
| 10    | 5        | 6     | 6    | 15   | 15    | 16   |
| 11    | 6        | 7     | 7    | 16   | 16    | 17   |
| 12    | 7        | 7     | 8    | 17   | 18    | 18   |
| 13    | 7        | 8     | 9    | 18   | 19    | 20   |
| 14    | 8        | 9     | 10   | 19   | 20    | 21   |
| 15    | 9        | 10    | 11   | 20   | 21    | 22   |
| 16    | 10       | 11    | 11   | 22   | 22    | 23   |
| 18    | 11       | 12    | 13   | 24   | 25    | 26   |
| 20    | 13       | 14    | 15   | 26   | 27    | 28   |
| 25    | 17       | 18    | 19   | 32   | 33    | 34   |
| 30    | 21       | 22    | 24   | 37   | 39    | 40   |
| 35    | 25       | 27    | 28   | 43   | 44    | 46   |
| 40    | 30       | 31    | 33   | 48   | 50    | 51   |
| 45    | 34       | 36    | 37   | 54   | 55    | 57   |
| 50    | 38       | 40    | 42   | 59   | 61    | 63   |
| 55    | 43       | 45    | 46   | 65   | 66    | 68   |
| 60    | 47       | 49    | 51   | 70   | 72    | 74   |
| 65    | 52       | 54    | 56   | 75   | 77    | 79   |
| 70    | 56       | 58    | 60   | 81   | 83    | 85   |
| 75    | 61       | 63    | 65   | 86   | 88    | 90   |
| 80    | 65       | 68    | 70   | 91   | 93    | 96   |
| 85    | 70       | 72    | 74   | 97   | 99    | 101  |
| 90    | 74       | 77    | 79   | 102  | 104   | 107  |
| 95    | 79       | 82    | 84   | 107  | 109   | 112  |
| 100   | 84       | 86    | 88   | 113  | 115   | 117  |

Самое непосредственное применение критерий серий находит в задачах оценки данных, связанных с выявлением тренда в анализируемой последовательности. Предположим, что есть основания подозревать наличие тренда в последовательности наблюдений, т.е. считать, что вероятности появления (+) или (-) меняются от наблюдения к наблюдению. Существование тренда можно проверить следующим образом. Примем в качестве гипотезы, что тренда нет, т.е. предположим, что N наблюдений являются независимыми исходами одной и той же случайной величины. Предположим также, что число исходов (+) равно числу исходов (-). Тогда число серий в последовательности будет иметь выборочное распределение, протабулированное в таблице 1. Для проверки гипотезы с любым требуемым уровнем значимости  $\alpha$  необходимо сравнить число серий с

границами области принятия гипотезы, равными  $r_{n;1-\alpha/2}$  и  $r_{n;\alpha/2}$ , где  $n=N/2$ . Если наблюдаемое число серий окажется вне этой области, то гипотеза должна быть отвергнута с уровнем значимости  $\alpha$ . В противоположном случае гипотезу можно принять.

**Пример применения критерия серий:** Пусть имеется следующая последовательность  $N=20$  наблюдений некоторой случайной величины:

|        |         |         |         |
|--------|---------|---------|---------|
| 1. 5.5 | 6. 5.7  | 11. 6.8 | 16. 5.4 |
| 2. 5.1 | 7. 5.0  | 12. 6.6 | 17. 6.8 |
| 3. 5.7 | 8. 6.5  | 13. 4.9 | 18. 5.8 |
| 4. 5.2 | 9. 5.4  | 14. 5.4 | 19. 6.9 |
| 5. 4.8 | 10. 5.8 | 15. 5.9 | 20. 5.5 |

Проверим независимость наблюдений, посчитав число серий в последовательности, полученной путем сравнения наблюдений с медианой исходной последовательности (выборочная медиана- это число, правее и левее которого лежит одинаковое число наблюдений). Применим критерий с уровнем значимости  $\alpha=0.05$ .

Анализируя последовательность, получим, что  $x=5.6$  является медианой 20 наблюдений. Наблюдения, превышающие 5.6, классифицируем как (+), а наблюдения, меньшие 5.6, классифицируем как (-). В результате получим:

$\underbrace{-}_{1} \underbrace{-}_{2} \underbrace{+}_{3} \underbrace{-}_{4} \underbrace{-}_{5} \underbrace{+}_{6} \underbrace{-}_{7} \underbrace{+}_{8} \underbrace{+}_{9} \underbrace{+}_{10} \underbrace{-}_{11} \underbrace{-}_{12} \underbrace{+}_{13} \underbrace{+}_{14} \underbrace{-}_{15} \underbrace{+}_{16} \underbrace{+}_{17} \underbrace{-}_{18} \underbrace{+}_{19} \underbrace{-}_{20}$   
 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13

Следовательно, в последовательности из 20 наблюдений имеется 13 серий. Предположим, что наблюдения независимы. Область принятия этой гипотезы:

$\left[ r_{10,1-\frac{\alpha}{2}} < r \leq r_{10,\frac{\alpha}{2}} \right]$ . Из таблицы 1 для  $\alpha=0.05$  находим  $r_{10,1-\frac{\alpha}{2}} = r_{10,0.975} = 6$ ,  $r_{10,\frac{\alpha}{2}} = r_{10,0.025} = 15$ . Гипотеза принимается, т.к.  $r=13$  попадает в интервал  $[6, 15]$ .

Следовательно, нет оснований сомневаться в независимости наблюдений, т.е. свидетельства в пользу тренда нет.

### **Критерий инверсий**

Дана последовательность  $N$  наблюдений значений случайной величины:  $x_i, i = 1, 2, \dots, N$ . Подсчитаем, сколько раз в последовательности имеют места неравенства  $x_i > x_j$  при  $i < j$ .

Каждое такое неравенство называется инверсией. Общее число инверсий  $A$  вычисляется следующим образом:  $A = \sum_{i=1}^{N-1} A_i, A_i = \sum_{j=i+1}^N h_{ij}, h_{ij} = \begin{cases} 1, x_i > x_j; \\ 0, x_i \leq x_j. \end{cases}$

Следовательно,  $A_1 = \sum_{j=2}^N h_{1j}, A_2 = \sum_{j=3}^N h_{2j}, A_3 = \sum_{j=4}^N h_{3j} \dots$

Например, дана последовательность из 8 наблюдений:  $x_1 = 5, x_2 = 3, x_3 = 8, x_4 = 9, x_5 = 4, x_6 = 1, x_7 = 7, x_8 = 5$ . В этой последовательности  $x_1 > x_2, x_1 > x_5$  и  $x_1 > x_6$ , т.е.  $A_1 = 3$  - число инверсий для  $x_1$ . Аналогично,  $A_2 = 1, A_3 = 4, A_4 = 4, A_5 = 1, A_6 = 0, A_7 = 1$ . Следовательно, общее число инверсий равно  $A = A_1 + A_2 + A_3 + A_4 + A_5 + A_6 + A_7 = 3 + 1 + 4 + 4 + 1 + 0 + 1 = 14$ .

Если последовательность из N наблюдений состоит из независимых исходов одной случайной величины, то число инверсий является случайной величиной A с средним значением и дисперсией:

$$\mu_A = \frac{N(N-1)}{4}, \sigma_A^2 = \frac{2N^3 + 3N^2 - 5N}{72} = \frac{N(2N+5)(N-1)}{72}.$$

В таблице 2 приведены 100 $\alpha$ -процентные точки функции распределения A.

Таблица 1. Процентные точки распределения числа инверсий (значения  $A_{n;\alpha}$ , такие, что  $Prob\{A_n > A_{n;\alpha}\} = \alpha$ , где n- общее число наблюдений

| N   | $\alpha$ |       |      |      |       |      |
|-----|----------|-------|------|------|-------|------|
|     | 0.99     | 0.975 | 0.95 | 0.05 | 0.025 | 0.01 |
| 10  | 9        | 11    | 13   | 31   | 33    | 35   |
| 12  | 16       | 18    | 21   | 44   | 47    | 49   |
| 14  | 24       | 27    | 30   | 60   | 63    | 66   |
| 16  | 34       | 38    | 41   | 78   | 81    | 85   |
| 18  | 45       | 50    | 54   | 98   | 102   | 107  |
| 20  | 59       | 64    | 69   | 120  | 125   | 130  |
| 30  | 152      | 162   | 171  | 263  | 272   | 282  |
| 40  | 290      | 305   | 319  | 460  | 474   | 489  |
| 50  | 473      | 495   | 514  | 710  | 729   | 751  |
| 60  | 702      | 731   | 756  | 1013 | 1038  | 1067 |
| 70  | 977      | 1014  | 1045 | 1369 | 1400  | 1437 |
| 80  | 1299     | 1344  | 1382 | 1777 | 1815  | 1860 |
| 90  | 1668     | 1721  | 1766 | 2238 | 2283  | 2336 |
| 100 | 2083     | 2145  | 2198 | 2751 | 2804  | 2866 |

Критерий инверсий применяется для тех же целей, что и критерий серий, но он более мощный по сравнению с критерием серий при обнаружении монотонного тренда в последовательности наблюдений. Однако этот критерий не столь эффективен при выявлении тренда типа флуктуаций.

**Пример применения критерия инверсий:** Проверим наличие тренда в последовательности из N=20 наблюдений из примера применения критерия серий при уровне значимости  $\alpha=0.05$ :

|        |         |         |         |
|--------|---------|---------|---------|
| 1. 5.5 | 6. 5.7  | 11. 6.8 | 16. 5.4 |
| 2. 5.1 | 7. 5.0  | 12. 6.6 | 17. 6.8 |
| 3. 5.7 | 8. 6.5  | 13. 4.9 | 18. 5.8 |
| 4. 5.2 | 9. 5.4  | 14. 5.4 | 19. 6.9 |
| 5. 4.8 | 10. 5.8 | 15. 5.9 | 20. 5.5 |

Подсчитаем число инверсий в последовательности:

|           |              |              |              |
|-----------|--------------|--------------|--------------|
| $A_1 = 8$ | $A_6 = 6$    | $A_{11} = 7$ | $A_{16} = 0$ |
| $A_2 = 3$ | $A_7 = 1$    | $A_{12} = 6$ | $A_{17} = 2$ |
| $A_3 = 8$ | $A_8 = 8$    | $A_{13} = 0$ | $A_{18} = 1$ |
| $A_4 = 3$ | $A_9 = 1$    | $A_{14} = 0$ | $A_{19} = 1$ |
| $A_5 = 0$ | $A_{10} = 4$ | $A_{15} = 3$ |              |

Общее число инверсий A=62.

Пусть гипотеза заключается в том, что наблюдения представляют собой независимые исходы случайной величины  $x$ , т.е. тренда нет. Область применения этой гипотезы:  $\left[ A_{20,1-\frac{\alpha}{2}} < A \leq A_{20,\frac{\alpha}{2}} \right]$ . Из таблицы 2 при  $\alpha=0.05$  находим  $A_{20,1-\frac{\alpha}{2}} = A_{20,0.975} = 64$ ,  $A_{20,\frac{\alpha}{2}} = A_{20,0.025} = 125$ . Следовательно, гипотеза должна быть отвергнута с уровнем значимости 5 %, т.к.  $A=62$  не попадает в интервал  $[64, 125]$ . При этом гипотеза о независимости этой же последовательности была принята при использовании критерия серий. Этот факт свидетельствует о различной чувствительности этих двух методов проверки.

### Задание для самостоятельного выполнения

Пусть дана выборка из  $N=100$  наблюдений случайной величины  $x$ , т.е.  $x_i, i = \overline{1, N}$  (по варианту). Для заданной выборки необходимо проверить ее на наличие тренда, используя критерий инверсий и критерий серий.

| выборка1 | выборка2 | выборка3 | выборка4 | выборка5 | выборка6 |
|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| 3,038682 | 0.705548 | 7,776994 | 7,369269 | 7,776994 | 2,038682 |
| 2,319548 | 0,533424 | 10,68623 | 5,96059  | 10,68623 | 2,319548 |
| 3,031912 | 0,579519 | 8,341038 | 6,731623 | 8,341038 | 3,031912 |
| 3,06479  | 0,289563 | 3,984474 | 4,138457 | 3,984474 | 3,06479  |
| 3,692551 | 0,301948 | 0,00956  | 4,563807 | 0,00956  | 3,692551 |
| 5,228949 | 0,77474  | -3,96264 | 9,587135 | -3,96264 | 5,228949 |
| 4,283811 | 0,014    | -8,32088 | 2,268064 | -8,32088 | 4,283811 |
| 6,336751 | 0,760724 | -10,6857 | 10,01489 | -10,6857 | 6,336751 |
| 6,984828 | 0,81449  | -7,80665 | 10,82282 | -7,80665 | 6,984828 |
| 7,293351 | 0,71     | -0,0446  | 10,02802 | -0,0446  | 7,293351 |
| 6,462245 | 0,0454   | 7,747207 | 3,639297 | 7,747207 | 6,462245 |
| 7,67075  | 0,414033 | 10,68659 | 7,561669 | 10,68659 | 7,67075  |
| 9,01209  | 0,862619 | 8,36115  | 12,26962 | 8,36115  | 9,01209  |
| 9,283249 | 0,79048  | 4,00632  | 11,75595 | 4,00632  | 9,283249 |
| 8,834433 | 0,373536 | 0,0287   | 7,779042 | 0,0287   | 8,834433 |
| 10,36445 | 0,961953 | -3,94083 | 13,83981 | -3,94083 | 10,36445 |
| 10,50335 | 0,871446 | -8,30067 | 13,09469 | -8,30067 | 10,50335 |
| 9,158301 | 0,0562   | -10,6851 | 5,085282 | -10,6851 | 9,158301 |
| 11,19465 | 0,949557 | -7,83616 | 14,14333 | -7,83616 | 11,19465 |
| 10,23663 | 0,364019 | -0,0892  | 8,394484 | -0,0892  | 10,23663 |
| 1        | 0,524868 | 7,71728  | 10,09077 | 7,71728  | 10,39    |
| 11,35578 | 0,767112 | 10,68681 | 12,58189 | 10,68681 | 11,35578 |
| 10,02724 | 0,0535   | 8,381213 | 5,495158 | 8,381213 | 10,02724 |
| 11,1647  | 0,592458 | 4,028186 | 10,91447 | 4,028186 | 11,1647  |
| 10,74    | 0,4687   | 0,0478   | 9,686999 | 0,0478   | 10,74    |
| 10,57712 | 0,298165 | -3,91903 | 7,972046 | -3,91903 | 10,57712 |
| 11,16761 | 0,622697 | -8,28041 | 11,18808 | -8,28041 | 11,16761 |
| 11,12018 | 0,647821 | -10,6843 | 11,39048 | -10,6843 | 11,12018 |
| 10,21571 | 0,263793 | -7,86554 | 7,481992 | -7,86554 | 10,21571 |
| 10,0722  | 0,279342 | -0,13379 | 7,550178 | -0,13379 | 10,0722  |
| 10,961   | 0,829802 | 7,687226 | 12,94871 | 7,687226 | 10,961   |
| 10,70181 | 0,824602 | 10,68688 | 12,77232 | 10,68688 | 10,70181 |

|          |          |          |          |          |          |
|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| 9,946452 | 0,589163 | 8,401226 | 10,27569 | 8,401226 | 9,946452 |
| 10,42126 | 0,986093 | 4,050064 | 14,08547 | 4,050064 | 10,42126 |
| 9,918647 | 0,910964 | 0,0669   | 13,158   | 0,0669   | 9,918647 |
| 8,166168 | 0,226866 | -3,89726 | 6,124878 | -3,89726 | 8,166168 |
| 8,68798  | 0,695116 | -8,26011 | 10,60003 | -8,26011 | 8,68798  |
| 8,814296 | 0,980003 | -10,6833 | 13,22718 | -10,6833 | 8,814296 |
| 6,871669 | 0,243931 | -7,89478 | 5,631217 | -7,89478 | 6,871669 |
| 6,955902 | 0,533873 | -0,17838 | 8,282809 | -0,17838 | 6,955902 |
| 5,582029 | 0,10637  | 7,657028 | 3,748342 | 7,657028 | 5,582029 |
| 6,828085 | 0,999415 | 10,68681 | 12,40877 | 10,68681 | 6,828085 |
| 5,622534 | 0,676176 | 8,421189 | 8,896851 | 8,421189 | 5,622534 |
| 3,725681 | 0,0157   | 4,071965 | 2,004175 | 4,071965 | 3,725681 |
| 4,254167 | 0,575184 | 0,086    | 7,303738 | 0,086    | 4,254167 |
| 2,701192 | 0,100052 | -3,8755  | 2,251067 | -3,8755  | 2,701192 |
| 2,094562 | 0,103023 | -8,23976 | 1,974484 | -8,23976 | 2,094562 |
| 2,866268 | 0,798884 | -10,6823 | 8,623094 | -10,6823 | 2,866268 |
| 1,212442 | 0,28448  | -7,92388 | 3,166544 | -7,92388 | 1,212442 |
| 0,107225 | 0,0456   | -0,22294 | 0,464454 | -0,22294 | 0,107225 |
| -0,0201  | 0,295773 | 7,626695 | 2,651883 | 7,626695 | -0,0201  |
| -0,47288 | 0,382011 | 10,68659 | 3,201658 | 10,68659 | -0,47288 |
| -1,25529 | 0,300971 | 8,441101 | 2,081092 | 8,441101 | -1,25529 |
| -0,59309 | 0,948571 | 4,093896 | 8,250594 | 4,093896 | -0,57309 |
| -1,11385 | 0,979829 | 0,105109 | 8,261541 | 0,105109 | -1,11385 |
| -2,86191 | 0,401374 | -3,85377 | 2,181416 | -3,85377 | -2,86191 |
| -3,6848  | 0,27828  | -8,21936 | 0,662121 | -8,21936 | -3,6848  |
| -4,48046 | 0,160442 | -10,681  | -0,79625 | -10,681  | -4,48046 |
| -5,01675 | 0,162822 | -7,95284 | -1,04298 | -7,95284 | -5,01675 |
| -4,56921 | 0,646587 | -0,26755 | 3,534682 | -0,26755 | -4,56921 |
| -5,53911 | 0,410073 | 7,596244 | 0,921103 | 7,596244 | -5,53911 |
| -6,00553 | 0,412767 | 10,68623 | 0,712137 | 10,68623 | -6,00553 |
| -5,85047 | 0,712731 | 8,46095  | 3,489337 | 8,46095  | -5,85047 |
| -7,03971 | 0,326206 | 4,115819 | -0,584   | 4,115819 | -7,03971 |
| -6,81163 | 0,633179 | 0,124237 | 2,292798 | 0,124237 | -6,81163 |
| -8,01687 | 0,207561 | -3,83203 | -2,14039 | -3,83203 | -8,01687 |
| -8,38074 | 0,186014 | -8,19891 | -2,51625 | -8,19891 | -8,38074 |
| -7,87231 | 0,583359 | -10,6797 | 1,314076 | -10,6797 | -7,87231 |
| -9,12822 | 0,0807   | -7,98165 | -3,83768 | -7,98165 | -9,12822 |
| -8,58771 | 0,457972 | -0,3121  | -0,17211 | -0,3121  | -8,58771 |
| -7,86872 | 0,90573  | 7,565624 | 4,217207 | 7,565624 | -7,86872 |
| -9,29581 | 0,261368 | 10,68572 | -2,29559 | 10,68572 | -9,29581 |
| -8,34778 | 0,785212 | 8,48077  | 2,893019 | 8,48077  | -8,34778 |
| -9,22096 | 0,378903 | 4,137758 | -1,20035 | 4,137758 | -9,22096 |
| -9,42064 | 0,289665 | 0,143343 | -2,10334 | 0,143343 | -9,42064 |
| -8,143   | 0,919377 | -3,81033 | 4,202892 | -3,81033 | -8,143   |
| -8,66071 | 0,631742 | -8,17843 | 1,355329 | -8,17843 | -8,66071 |
| -8,57221 | 0,627642 | -10,6782 | 1,362671 | -10,6782 | -8,57221 |
| -8,83515 | 0,428456 | -8,01035 | -0,56147 | -8,01035 | -8,83515 |
| 9,32246  | 0,098    | -0,3567  | -3,77947 | -0,3567  | -9,32246 |
| -8,18515 | 0,56104  | 7,534906 | 0,956785 | 7,534906 | -8,18515 |
| -7,67039 | 0,694485 | 10,68507 | 2,415173 | 10,68507 | -7,67039 |
| -6,94834 | 0,913718 | 8,500514 | 4,74929  | 8,500514 | -6,94834 |
| -6,78795 | 0,834817 | 4,15974  | 4,119379 | 4,15974  | -6,78795 |

|          |          |          |          |          |          |
|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| -8,0608  | 0,022629 | 0,162473 | -3,82674 | 0,162473 | -8,0608  |
| -6,63584 | 0,543361 | -3,78863 | 1,572323 | -3,78863 | -6,63584 |
| -5,4763  | 0,916164 | -8,15791 | 5,507326 | -8,15791 | -5,4763  |
| -6,00536 | 0,430261 | -10,6765 | 0,869673 | -10,6765 | -6,00536 |
| -5,04016 | 0,677948 | -8,03888 | 3,581449 | -8,03888 | -5,04016 |
| -4,89611 | 0,502454 | -0,40124 | 2,074029 | -0,40124 | -4,89611 |
| -4,35524 | 0,513738 | 7,504019 | 2,446015 | 7,504019 | -4,35524 |
| -3,91724 | 0,46298  | 10,68427 | 2,208202 | 10,68427 | -3,91724 |
| -3,57763 | 0,353473 | 8,520205 | 1,392439 | 8,520205 | -3,57763 |
| -2,8994  | 0,404834 | 4,181713 | 2,193808 | 4,181713 | -2,8994  |
| -2,57947 | 0,269732 | 0,181583 | 1,137849 | 0,181583 | -2,57947 |
| -2,40532 | 0,0556   | -3,76698 | -0,70232 | -3,76698 | -2,40532 |
| -1,41646 | 0,243845 | -8,13731 | 1,486374 | -8,13731 | -1,41646 |
| 0,673861 | 0,979078 | -10,6747 | 9,148631 | -10,6747 | 0,673861 |
| -0,53754 | 0,0609   | -8,0673  | 0,279475 | -8,0673  | -0,53754 |
| 0,748731 | 0,390292 | -0,44577 | 3,886989 | -0,44577 | 0,748731 |

### **Контрольные вопросы**

1. Какие операции предварительной обработки данных ( подготовки к анализу) вы знаете?
2. Классификация методов обнаружения тренда.
3. В чем сущность критерия инверсий?
4. В чем заключается критерия серий?