

**Федеральное агентство по образованию  
Государственное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования  
«Казанский государственный технологический университет»  
Нижекамский химико – технологический институт**

## **Колебания и волны**

**Методические указания  
к лабораторным работам**

**Казань 2007**

Составители: доц. А. М. Абдуллин  
доц. В. В. Биктагиров

**Колебания и волны:** Метод. указания / Казан. гос. технол. ун-т: Сост.: А. М. Абдуллин, В. В. Биктагиров. Казань, 2007. 24 с.

В данной работе приведены методические указания к лабораторным работам по колебательному движению (колебаниям). Рассмотрены механические и электромагнитные колебания различных видов: свободные гармонические, свободные затухающие и вынужденные.

Работа предназначена для студентов инженерно-технических специальностей.

Печатается по решению методической комиссии по циклу дисциплин общего математического и естественнонаучного профилей НХТИ.

Рецензенты: доц. Д. Н. Латыпов  
доц. А. А. Сагдеев

## Лабораторная работа № 1.4.1 Исследование колебательных процессов с помощью математического маятника

Цель работы: экспериментальное и теоретическое изучение колебательных процессов, построение графика зависимости периода колебаний от амплитуды.

### Краткая теория

Колебательные процессы – одни из наиболее распространенных в природе. Простейшей формой колебательных процессов являются гармонические колебания. Колебания, какой либо физической величины ( $x$ ) называются гармоническими, если ее зависимость от времени  $t$  описывается по закону косинуса (или синуса). При малых амплитудах колебательные системы, как правило, совершают гармонические колебания. К таким системам относится, например, математический маятник. Математический маятник – это идеализированная система, состоящая из материальной точки массой  $m$ , подвешенной на невесомую и нерастяжимую нить длиной  $l$ . Хорошей моделью математического маятника является тяжелый шарик, подвешенный на прочную и тонкую нить.

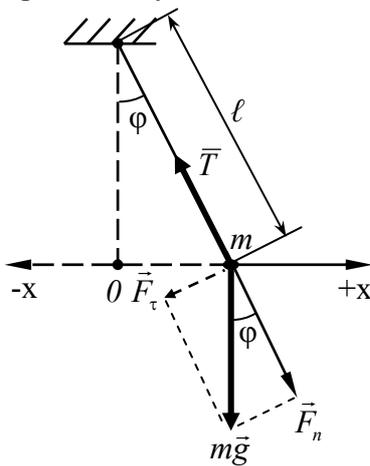


Рис. 1

Хорошей моделью математического маятника является тяжелый шарик, подвешенный на прочную и тонкую нить.

Рассмотрим динамику колебаний математического маятника (рис.1). На материальную точку массой  $m$  действуют силы тяжести  $m\vec{g}$  и натяжения нити  $\vec{T}$ . Составляющая силы тяжести  $\vec{F}_n$  уравнивается силой натяжения нити  $\vec{T}$ . Другая состав-

ляющая  $F_\tau = m \cdot g \cdot \sin \varphi$  остается неуравновешенной, и маятник совершает колебания под действием силы  $F_\tau$ . Приближенно полагая, что сила  $\vec{F}_\tau$  лежит на оси ОХ (это верно при небольших амплитудах колебаний), по II закону Ньютона находим уравнение движения маятника:

$$m \cdot a_\tau = -F_\tau. \quad (1)$$

Знак “-” обусловлен тем, что сила  $\vec{F}_\tau$  направлена противоположно координатной оси ОХ. Тангенциальное ускорение  $a_\tau$  и угловое ускорение  $\varepsilon$  маятника связаны соотношением:

$$a_\tau = \varepsilon \cdot r, \quad (2)$$

где  $r = \ell$  – радиус кривизны траектории материальной точки, а  $\varepsilon = \frac{d^2\varphi}{dt^2}$  – вторая производная от угла  $\varphi$  по времени  $t$ . Тогда уравнение (1) приводится к виду:

$$m \cdot \ell \cdot \frac{d^2\varphi}{dt^2} = -m \cdot g \cdot \sin\varphi \quad (3)$$

или 
$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} + \frac{g}{\ell} \sin\varphi = 0. \quad (4)$$

Для решения уравнения (4) разложим  $\sin\varphi$  в так называемый ряд Тейлора:

$$f(\varphi) = f(0) + \frac{1}{1!} f'(0) \cdot \varphi^1 + \frac{1}{2!} f''(0) \cdot \varphi^2 + \frac{1}{3!} f'''(0) \cdot \varphi^3 + \dots,$$

где  $f(\varphi) = \sin \varphi$ . Ограничиваясь первыми двумя отличными от нуля слагаемыми, найдем:

$$\sin\varphi \approx \varphi - \frac{\varphi^3}{6}. \quad (5)$$

Рассмотрим два случая.

1) Пусть угол отклонения маятника мал. Тогда  $\sin\varphi \approx \varphi$  и уравнение (4) принимает вид:

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} + \omega_0^2 \cdot \varphi = 0, \quad (6)$$

где  $\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{\ell}}$  - циклическая частота собственных незатухающих колебаний математического маятника. Уравнение (6) является дифференциальным уравнением гармонических колебаний и имеет решение:

$$\varphi = \varphi_m \cdot \cos(\omega_0 \cdot t + \varphi_0). \quad (7)$$

Здесь  $\varphi_m$  - наибольший угол отклонения маятника от положения равновесия (так называемая амплитуда колебаний),  $\varphi_0$  - начальная фаза колебаний.

Амплитудой колебаний называется наибольшее отклонение колебательной системы от положения равновесия.

Периодом колебаний  $T$  называется промежуток времени, за который фаза колебаний  $(\omega_0 \cdot t + \varphi_0)$  изменяется на  $2\pi$  радиан или промежуток времени, в течение которого колебательная система совершает одно полное колебание.

Частотой колебаний  $\nu = \frac{1}{T}$  называется число колебаний, совершаемых колебательной системой за единицу времени. В системе единиц измерения СИ:  $[\nu] = \text{с}^{-1} = \text{Гц}$  (герц).

Период собственных гармонических колебаний математического маятника

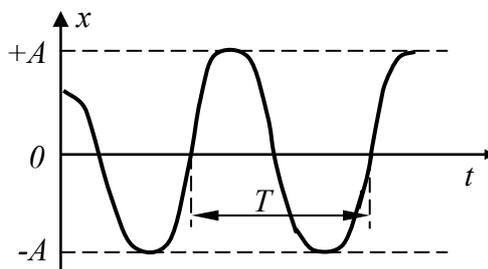


Рис. 2

$$T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g}}. \quad (8)$$

Графическая иллюстрация гармонических колебаний приведена на рис. 2, где  $A$  - амплитуда колебаний.

2) Пусть угол отклонения маятника достаточно велик. Тогда:

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} + \omega_0^2 \cdot \left(1 - \frac{\varphi^2}{6}\right) \cdot \varphi = 0. \quad (9)$$

Приближенно положим, что

$$\left(1 - \frac{\varphi^2}{6}\right) = \text{const}, \quad (10)$$

при этом в формуле (10) целесообразно использовать среднее значение угла  $\bar{\varphi}$ :

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} + \omega_0^2 \left(1 - \frac{\bar{\varphi}^2}{6}\right) \varphi \approx 0. \quad (11)$$

С помощью формулы (7) усредним угол отклонения маятника по времени:

$$\bar{\varphi}^2 = \frac{1}{T_0} \int_0^{T_0} \varphi^2 dt = \frac{1}{T_0} \int_0^{T_0} \varphi_m^2 \cdot \cos^2(\omega_0 \cdot t + \varphi_0) dt = \frac{\varphi_m^2}{2}.$$

Тогда из уравнения (11) находим период колебаний математического маятника при больших амплитудах:

$$T \approx \frac{T_0}{\sqrt{1 - \frac{\varphi_m^2}{12}}}. \quad (12)$$

При измерениях угол отклонения маятника устанавливается в градусах, тогда как в формуле (12)  $\varphi_m$  приведен в радианах. Хорошо известно, что 1 радиан соответствует 57,3 градусам. Тогда формулу определения периода для углов, приведенных в градусах, можно представить в виде:

$$T = T_0 / \sqrt{1 - \frac{\varphi_m^2}{39399,5}}. \quad (13)$$

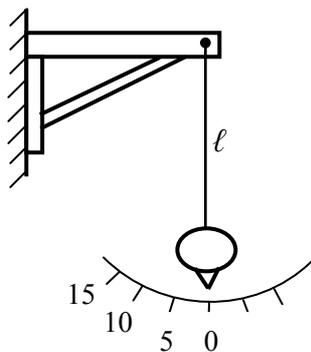


Рис. 3

### Описание установки

Приборы и принадлежности: маятник, секундомер, измерительная линейка.

Лабораторная установка представляет собой тяжелый стальной шарик, подвешенный на прочной нити длиной  $\ell$ . Маятник, снабжен также специальной шкалой для определения угла отклонения от положения равновесия (рис. 3).

### Измерения и обработка результатов измерений

1. По заданию преподавателя установить длину маятника и измерить расстояние  $\ell$  от точки подвеса до центра шара.
2. Отклонив маятник на угол  $\varphi_m$ , отпустить его и измерить время  $t$ , в течение которого он совершит  $N = 25$  колебаний. Вычислить период колебаний:

$$T = \frac{t}{N}.$$

Измерения повторить три раза.

Таблица 1

$\varphi_{mi}$ , градус	Период колебаний $T_i$ , с			$\bar{T}$ , с	$\Delta T_1$ , с	$\Delta T_2$ , с	$\Delta T_3$ , с	$\Delta \bar{T}$ , с	$\varepsilon$ , %
	1	2	3						
$\varphi_{m_1} = 5^\circ$									
$\varphi_{m_2} = 10^\circ$									
$\varphi_{m_3} = 15^\circ$									
$\varphi_{m_4} = 20^\circ$									

3. Вычислить доверительный интервал для периода  $\Delta \bar{T}$  и относительную погрешность  $\varepsilon$ .

4. Такие же измерения и расчеты выполнить еще для нескольких значений угла отклонения  $\varphi_m$ . Рекомендуемые значения углов  $5^\circ, 10^\circ, 15^\circ, 20^\circ$ . Заполнить таблицу 1.

5. По результатам вычислений построить экспериментальный график зависимости периода колебаний маятника от угла отклонения  $T(\varphi_m)$ . На этой же координатной плоскости с помощью формулы (13) построить теоретический график зависимости  $T(\varphi_m)$ .

6. Сравнив экспериментальный и теоретический графики, сделать вывод о характере колебаний математического маятника.

### **Контрольные вопросы**

1. Что называется математическим маятником? Как можно его моделировать?

2. Объяснить динамику колебаний математического маятника. Вывести формулу (8).

3. Что называется амплитудой, периодом, частотой колебаний? Дать графическую иллюстрацию.

4. Почему при больших амплитудах колебания математического маятника являются негармоническими?

### **Лабораторная работа № 1.4.2 Определение ускорения свободного падения при помощи математического маятника**

Цель работы: изучение основных понятий гармонических колебаний на примере маятника, измерение ускорения свободного падения.

**Краткая теория** к данной работе приведена в теоретической части лабораторной работы №1.4.1.

### Описание установки

Приборы и принадлежности: маятник, секундомер, измерительная линейка.

Для определения ускорения свободного падения  $g$  можно воспользоваться зависимостью периода колебания математического маятника (8).

Близким к математическому маятнику является тяжелый шарик  $m$ , подвешенный на длинной тонкой нити (рис. 1). Такой маятник, совершающий независимые колебания в двух взаимно перпендикулярных направлениях, является колебательной системой с двумя степенями свободы.

Если определить периоды колебаний маятника при двух различных длинах нити, то

$$T_1 = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{\ell_1}{g}}, \quad T_2 = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{\ell_2}{g}},$$

откуда ускорение свободного падения:

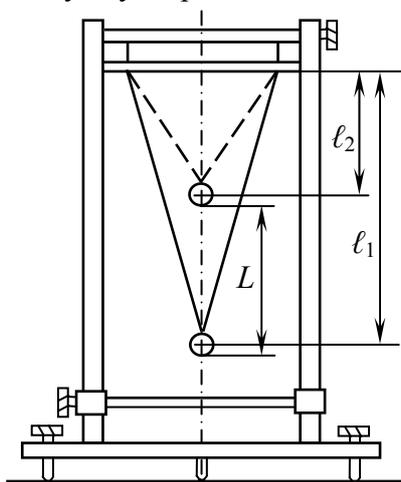


Рис. 4

$$g = \frac{4\pi^2 \cdot (\ell_1 - \ell_2)}{T_1^2 - T_2^2} = \frac{4\pi^2 \cdot L}{T_1^2 - T_2^2}. \quad (14)$$

Таким образом, чтобы определить ускорение силы тяжести, достаточно знать периоды колебаний и разность длин  $L = \ell_1 - \ell_2$  двух математических маятников.

Путем подвешивания шара на двойной нити можно получить маятник с одной степенью свободы (рис. 4). Измерение приведенной длины  $L = \ell_1 - \ell_2$  можно опреде-

лить с помощью горизонтальной перекладины, перемещающейся вдоль вертикальных стоек. Для этого перекладину подводят до соприкосновения с шаром и фиксируют ее положение высо-  
 томером. Значение  $L$  определяется по измерению высоты пере-  
 кладины в двух положениях шара.

### Измерения и обработка результатов измерений

1. По заданию преподавателя установить длину  $\ell_1$  маятника.
2. Отклонив шар от положения равновесия на небольшой угол (5-6 градусов) измерить время  $t_1$  20 полных колебаний. Вы-  
 числить период колебания по формуле  $T_1 = \frac{t_1}{N}$  ( $N$ -число колеба-  
 ний) и занести результаты в таблицу 2. Измерения повторить 3  
 раза.
3. Установить новую длину маятника  $\ell_2$  и повторить п.2 для  
 данной длины  $\ell_2$ . Измерить  $L = \ell_1 - \ell_2$ . Результаты занести в табли-  
 цу 2.

Таблица 2

№ опыта	$L_i$ , м	$\Delta L_i$ , м	$\overline{\Delta L}_1$ , м	$T_{1i}$ , с	$\Delta T_{1i}$ , с	$\overline{\Delta T}_1$ , с	$T_{2i}$ , с	$\Delta T_{2i}$ , с	$\overline{\Delta T}_2$ , с
1									
2									
3									
Среднее значение									

4. По средним значениям измеренных величин вычислить ускорение свободного падения  $g$  по формуле (14).
5. По методике определения доверительного интервала для прямых измерений, вычислить  $\overline{\Delta L}_1, \overline{\Delta T}_1, \overline{\Delta T}_2$ .
6. Рассчитать доверительный интервал определения  $g$  по результатам косвенных измерений:

$$\overline{\Delta g} = \bar{g} \cdot \varepsilon = \bar{g} \cdot \sqrt{\left(\frac{\overline{\Delta L}}{\bar{L}}\right)^2 + \frac{4}{(\bar{T}_1^2 - \bar{T}_2^2)^2} \cdot \left[ \left(\bar{T}_1 \cdot \overline{\Delta T}_1\right)^2 + \left(\bar{T}_2 \cdot \overline{\Delta T}_2\right)^2 \right]}$$

### Контрольные вопросы

1. Какие колебания называются гармоническими?
2. Что называется математическим маятником и его периодом колебаний?
3. Будут ли колебания математического маятника гармоническими при больших амплитудах колебания?

### Лабораторная работа № 1.4.3 Определение логарифмического декремента затухания колебаний камертона

Цель работы: изучение затухающих колебаний и определение логарифмического декремента затухания колебаний камертона.

#### Краткая теория

На реальные колебательные системы всегда действуют силы трения, сопротивления среды и т.д., работа которых совершается за счет убыли энергии колебательной системы. Поэтому свободные колебания в реальных системах всегда затухают. Колебания, амплитуда которых с течением времени уменьшается, называются затухающими.

При малых амплитудах колебаний сила сопротивления среды линейно зависит от скорости колебаний:

$$F_c = -r \cdot \frac{dx}{dt},$$

где  $r$  - коэффициент сопротивления среды.

Внутренние силы системы, заставляющие ее колебаться, определяются выражением:

$$F_{\text{вн}} = -k \cdot x,$$

и называются квазиупругими, где  $k$ -коэффициент квазиупругости.

Учитывая все силы можно расписать II закон Ньютона:

$$m \cdot \frac{d^2 x}{dt^2} = -k \cdot x - r \cdot \frac{dx}{dt} \quad (15)$$

где  $m$  - масса колеблющегося тела. Отклонение колеблющегося тела от положения равновесия обозначено через  $x$ . Уравнение (15) можно привести к виду:

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + 2\beta \cdot \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 \cdot x = 0, \quad (16)$$

где  $\beta = \frac{r}{2m}$  - коэффициент затухания,  $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$  - циклическая частота собственных колебаний. Уравнение (16) называется дифференциальным уравнением затухающих колебаний. Решение этого уравнения следует искать в виде:

$$x = A_0 \cdot e^{-\beta t} \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi_0), \quad (17)$$

где  $\omega$  - циклическая частота затухающих колебаний,  $\varphi_0$  - начальная фаза,  $\beta$  - коэффициент затухания,  $A_0$  - амплитуда в начальный момент времени ( $t = 0$ ).

Из формулы (17) следует, что амплитуда затухающих колебаний убывает по экспоненциальному закону:

$$A(t) = A_0 \cdot e^{-\beta t}. \quad (18)$$

Найдем, во сколько раз уменьшается амплитуда колебаний за единицу времени. По формуле(18):

$$\frac{A(t)}{A(t+1)} = \frac{A_0 \cdot e^{-\beta t}}{A_0 \cdot e^{-\beta(t+1)}} = e^{\beta}$$

Таким образом, коэффициент затухания характеризует убывание амплитуды за единицу времени.

Графически затухающие колебания представлены на рис. 5.

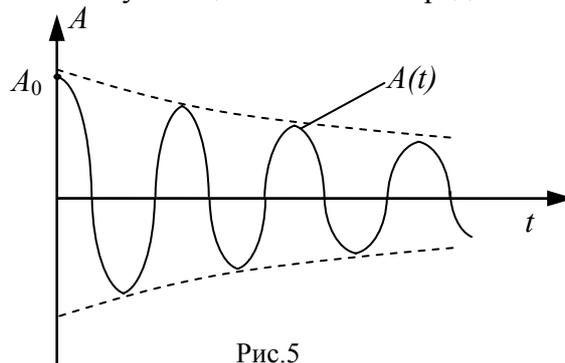


Рис.5

Циклическая частота затухающих колебаний определяется формулой:

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}, \quad (19)$$

где  $\omega_0$  - собственная циклическая частота колебаний системы, т.е. при  $\beta = 0$ .

При достаточно больших значениях коэффициента затухания колебательная система, будучи выведена из положения равновесия, плавно возвращается опять к нему, не совершив ни одного колебания. В этом случае циклическая частота, определяемая формулой (19), становится мнимым числом.

Разрешим формулу (18) относительно коэффициента затухания

$$\beta = \frac{1}{t} \cdot \ln \frac{A_0}{A(t)}.$$

Для того, чтобы определить коэффициент затухания по этой формуле, нужно измерить время затухания колебаний  $t$  и отношение амплитуды в начале отчета времени  $A_0$  к амплитуде, которую камертон имеет через время  $t$ . Пусть амплитуда колебаний за время  $t$  убывает в два раза. Тогда:

$$\beta = \frac{\ln 2}{t}. \quad (20)$$

Таким образом, для определения  $\beta$  достаточно измерить время, в течение которого амплитуда колебаний убывает в два раза.

Затухающие колебания характеризуют также логарифмическим декрементом, определяемым по формуле:

$$\lambda = \beta \cdot T = \frac{\beta}{\nu}, \quad (21)$$

где  $T$  и  $\nu$  – период и частота колебаний.

Физический смысл логарифмического декремента затухания заключается в том, что он характеризует убывание амплитуды за один период колебаний.

Временем релаксации  $\tau$  называется время, за которое амплитуда колебаний убывает в  $e = 2,718$  раз

$$\tau = \frac{1}{\beta}. \quad (22)$$

### Описание установки

Приборы и принадлежности: камертон, электронно-лучевой осциллограф, секундомер, резиновый молоток.

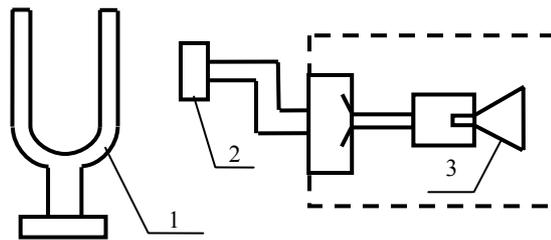


Рис.6 Схема лабораторной установки

Измерение амплитуд колебаний камертона в данной работе производится с помощью электронно-лучевого индикатора (осциллографа). На рисунке 6 приведена схема установки, где приняты следующие условные обозначения: 1-камертон, 2-датчик, 3-осциллограф. Датчик представляет собой катушку с большим числом витков, которая надета на замкнутый сердечник из трансформаторного железа. Концы катушки подключаются на вход усилителя осциллографа. Ветки камертона слабо намагничены. Если его заставить колебаться, то магнитный поток, пронизывающий датчик, становится переменным, вследствие чего в обмотках датчика возникает ЭДС индукции, частота и амплитуда которой соответствует частоте и амплитуде колебаний камертона. Переменное синусоидальное напряжение увеличивается и подается на вертикально отклоняющиеся пластины электронно-лучевой трубки. Особенностью усилителя является его линейность, т.е. изменение амплитуды ЭДС индукции передается без искажений. Таким образом, на экране осциллографа наблюдаются затухающие колебания, соответствующие колебаниям камертона.

### **Измерения и обработка результатов измерений**

1. Подключить датчик к входу вертикально отклоняющих пластин осциллографа («вход Y»).

2. Включить осциллограф в сеть 220 В. Добиться появления горизонтальной светлой полосы на экране осциллографа и установить её на середину координатной сетки.

3. Ударом резинового молотка привести камертон в колебательное движение. На экране появится синусоида (косинусоида), амплитуда которой уменьшается со временем.

4. В момент, когда полный размах амплитуды колебаний достигнет четырех клеток на экране осциллографа, включить секундомер. Наблюдая за амплитудой, остановить секундомер в

тот момент, когда амплитуда колебаний станет равной половине начальной. Измерения повторить три раза.

5. Используя формулу (20), вычислить коэффициент затухания камертона. Частота камертона на установке равна  $\nu = 440$  Гц ( $\ln 2 = 0,693$ ).

6. По формуле (21) вычислить логарифмический декремент затухания.

7. По методике определения доверительного интервала для прямых измерений вычислить  $\overline{\Delta\beta}$  и  $\overline{\Delta\lambda}$ .

Результаты измерений и расчетов занести в таблицу 3.

Таблица 3

№ опыта	$t_i, \text{с}$	$\beta_i, \text{с}^{-1}$	$\Delta\beta_i, \text{с}^{-1}$	$\overline{\Delta\beta}, \text{с}^{-1}$	$\lambda_i = \beta_i \cdot T$	$\Delta\lambda_i$	$\overline{\Delta\lambda}$
1							
2							
3							
Среднее значение							

### Контрольные вопросы

1. Что такое амплитуда, частота, фаза и период гармонических колебаний?
2. Какие колебания называются затухающими?
3. Как записывается дифференциальное уравнение затухающих колебаний?
4. Являются ли затухающие колебания гармоническими?
5. Каков физический смысл коэффициента затухания и логарифмического декремента затухания?

## Лабораторная работа № 1.4.4

### Изучение вынужденных электромагнитных колебаний

Цель работы: Теоретическое и экспериментальное изучение вынужденных электромагнитных колебаний, снятие резонансной кривой и определение резонансной частоты.

#### Краткая теория

В электрических цепях, содержащих конденсатор и катушку индуктивности, при определенных условиях могут возникнуть так называемые электромагнитные колебания. Однако реальные колебательные системы обладают электрическим сопротивлением, поэтому энергия таких колебаний быстро будет израсходована на джоулеву теплоту. Свободные электромагнитные колебания быстро затухают. Для того чтобы колебания не затухали, к колебательному контуру (к цепи, содержащей конденсатор и катушку индуктивности) необходимо подключить источник внешней переменной Э.Д.С. Такой колебательный контур показан на рис. 7.

Если конденсатор заряжен зарядом  $q$ , то на его обкладках имеется разность потенциалов:

$$U = \frac{q}{C}, \quad (22)$$

где  $C$  – емкость конденсатора.

Конденсатор начинает разряжаться через катушку индуктивности  $L$ , в цепи возникает возрастающий ток разрядки силой  $I$ . В момент времени, когда конденсатор полностью разряжается, т.е.  $q = 0$ , сила тока в цепи будет максимальна. В этот момент

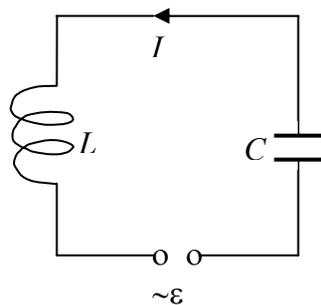


Рис. 7

энергия электрического поля конденсатора

$$W_{\varepsilon} = \frac{q^2}{2C} \quad (23)$$

равна нулю. Энергия конденсатора полностью переходит в энергию магнитного поля катушки:

$$W_m = \frac{1}{2} L \cdot I^2. \quad (24)$$

Электрические цепи с индуктивностью обладают определенной инертностью, т.е. в них действуют силы, препятствующие любым электромагнитным изменениям. Поэтому ток в колебательном контуре не исчезает, а продолжает идти в том же направлении под действием Э.Д.С. самоиндукции:

$$\varepsilon_c = -L \cdot \frac{dI}{dt}. \quad (25)$$

В результате конденсатор перезаряжается. Этот процесс многократно повторяется, в цепи возникают так называемые электромагнитные колебания.

Для электрической цепи (рис. 7) по II правилу Кирхгофа можно написать уравнение:

$$I \cdot R + U = \varepsilon + \varepsilon_c, \quad (26)$$

где  $R$  - сопротивление цепи. Уравнение (26) можно представить в виде:

$$\frac{d^2 q}{dt^2} + 2\beta \cdot \frac{dq}{dt} + \omega_0^2 \cdot q = \frac{\varepsilon}{L}, \quad (27)$$

где  $\beta = \frac{R}{2L}$  - коэффициент затухания,  $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L \cdot C}}$  - циклическая частота собственных колебаний системы.

Если внешняя Э.Д.С. имеет гармонический характер:  $\varepsilon = \varepsilon_0 \cdot \cos \omega t$ , то в режиме установившихся колебаний уравнение (27) имеет решение:

$$q = q_m \cdot \cos(\omega \cdot t - \varphi_0), \quad (28)$$

где  $q_m$  - амплитуда заряда конденсатора,  $\omega$  - циклическая частота внешней Э.Д.С.,  $\varphi_0$  - начальная фаза, определяемая выражением:

$$\operatorname{tg}\varphi_0 = \frac{2\beta \cdot \omega}{\omega_0^2 - \omega^2}. \quad (29)$$

Сделав обратные замены, выражение (29) можно привести к виду:

$$\operatorname{tg}\varphi_0 = \frac{R}{\frac{1}{\omega \cdot C} - \omega \cdot L}. \quad (30)$$

Здесь величины  $x_c = \frac{1}{\omega \cdot C}$  и  $x_L = \omega \cdot L$  называются емкост-

ным и индуктивным сопротивлением цепи. Подставив формулу (28) в уравнение (27), после некоторых преобразований найдем амплитуду силы тока в цепи:

$$I_m = \frac{\varepsilon_0}{L \cdot \sqrt{4\omega^2 \cdot \beta^2 + (\omega_0^2 - \omega^2)^2}} = \frac{\varepsilon_0}{\sqrt{R^2 + (x_c - x_L)^2}}. \quad (31)$$

Амплитуда тока в колебательном контуре зависит не только от величины внешней Э.Д.С., но и от частоты ее действия. Исследуя функцию  $I_m = f(\omega)$  вида (31) на экстремум, можно доказать, что она имеет точку максимума при частоте:

$$\omega_p = \frac{1}{\sqrt{L \cdot C}}, \quad (32)$$

равной частоте собственных колебаний. График зависимости  $I_m = f(\omega)$  имеет вид (рис. 8).

Явление резкого роста силы тока в колебательном контуре называют резонансом.

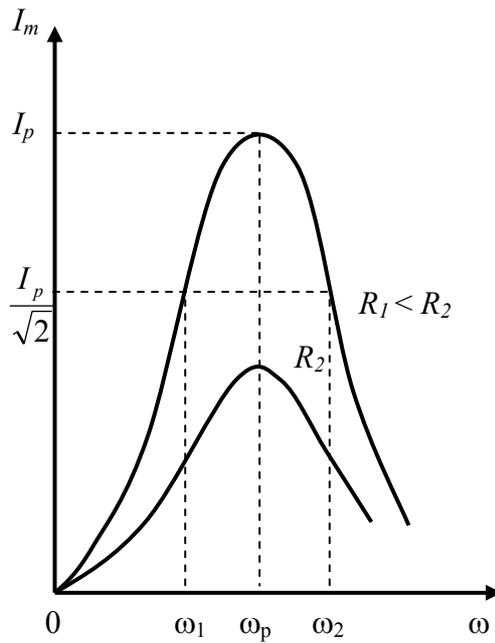


Рис. 8

частотного интервала  $\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1$ , в пределах которого амплитуда силы тока изменяется не более чем в  $\sqrt{2}$  раз по сравнению с резонансной. Из формулы (31) с помощью (33) можно найти биквадратное уравнение:

$$R^2 = \left( \frac{1}{\omega \cdot C} - \omega \cdot L \right)^2. \quad (34)$$

Решив это уравнение и выбрав два положительных корня, найдем:

$$\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1 = \frac{R}{L}.$$

*Добротностью контура* называется величина

Это явление присуще всем колебательным процессам. Частоту (32) называют резонансной, а графики на рис. 8 – резонансными кривыми. Сила резонансного тока может быть найдена из формулы (31):

$$I_p = \frac{\varepsilon_0}{R}. \quad (33)$$

Чем меньше сопротивление контура, тем “острее” резонансная кривая. Эту особенность резонансной кривой характеризуют так называемой *добротностью*.

Вычислим ширину

$$Q = \frac{\omega_p}{\Delta\omega} = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}, \quad (35)$$

обратная относительной ширине частотного интервала, в пределах которого амплитуда колебаний силы тока изменяется не более чем в  $\sqrt{2}$  раз по сравнению с резонансной. Добротность является одной из основных характеристик колебательного контура.

### Описание лабораторной установки

Приборы и принадлежности: лабораторный комплекс ЛКЭ-2, генератор функциональный, осциллограф.

Экспериментальная установка собрана на базе лабораторного комплекса ЛКЭ-2 и приведена на рис. 9. Колебательный контур состоит из катушки индуктивностью  $L$  на модуле МО-3, конденсатора  $C_8$  и сопротивлений  $R_{15}$  или  $R_{17}$  на модуле МО-2. На выходе генератора задается синусоидальное напряжение с изменяемой частотой и постоянной амплитудой. Амплитуда напряжения на сопротивлении  $R$  (выход А и В) измеряется осциллографом. Амплитуда силы тока вычисляется по закону Ома. Параметры колебательного контура:  $L = 3,86$  мГн;  $C_8 (0,1 \pm 0,02)$  мкФ;  $R_{15} = 3$  Ом;  $R_{17} = 30$  Ом.

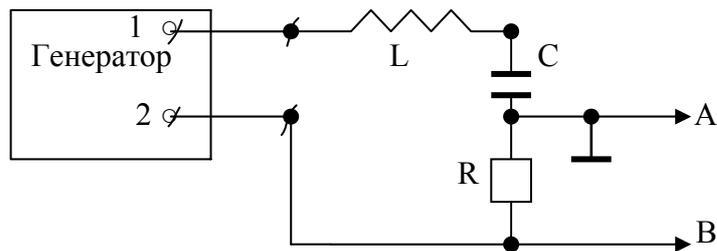


Рис. 9

### Измерения и обработка результатов измерений

1. Собрать электрическую цепь согласно рис.9. Выбрать сопротивление  $R_{15} = 3 \text{ Ом}$ . На выходе генератора задать синусоидальное напряжение средней величины. Блок питания  $0 \div 9 \text{ В}$  должен быть выключен.

2. К выходам А и В подключить осциллограф. Режим развертки по горизонтали выключить. При этом на экране появится вертикальная линия. Меняя частоту сигнала на генераторе, установить режим резонанса. При этом линия на экране осциллографа достигает наибольшей высоты. Если линия выходит за пределы экрана то, подбирая коэффициент отклонения на осциллографе и меняя величину сигнала на генераторе, вывести ее обратно на экран. После этого величина сигнала должна оставаться неизменной.

3. Меняя частоту сигнала в пределах  $1 \div 10 \text{ кГц}$ , через каждые  $1 \text{ кГц}$  измерить напряжение на сопротивлении  $R_{15}$ :

$$U_{AB} = \frac{1}{2} K A,$$

где  $A$  – длина вертикальной линии на экране осциллографа,  $K$  – коэффициент отклонения. Силу тока вычислить по закону Ома:

$$I = \frac{U_{AB}}{R_{15}}.$$

Результаты измерений и расчетов занести в таблицу 4.

Таблица 4

Частота $\nu$ , кГц	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$U_{AB}$ , В										
$I$ , А										

4. Не меняя величину сигнала, произвести такие же измерения с сопротивлением  $R_{17}$  и заполнить аналогичную таблицу.

5. Построить на одной системе координат резонансные кривые при  $R_{15}$ ,  $R_{17}$  (графики зависимости  $I(\nu)$ ). Определить по графикам резонансную частоту и добротность контура.

6. По формулам (32) и (35) вычислить теоретические значения резонансной частоты и добротности. Результаты расчетов сравнить с экспериментальными.

Примечание: значения добротности могут не совпадать. Это связано с наличием электрического сопротивления катушки индуктивности.

### Контрольные вопросы

1. Какие физические процессы происходят в колебательном контуре?

2. Вывести уравнение вынужденных колебаний (27) и показать его решение.

3. Объяснить явление резонанса.

4. Что называется добротностью контура, что она характеризует?

5. Практическое применение резонанса.

### Библиографический список

1. *Трофимова Т.И.* Курс физики: Учеб.пособие для вузов. – 4-е изд., испр. – М.: Высш.школа, 1997. – 542 с.
2. *Детлаф А.А., Яворский Б.М.* Курс физики: Учеб. пособие для вузов. – М.: Высш.школа, 1989.- 608 с.
3. *Бондарев Б.В., Калашиников Н.П., Спирин Г.Г.* Курс общей физики В 3 кн. Кн.1. Механика: Учеб. пособие. – М.: Высш.школа, 2003.- 352 с.